

Temas de Física
Primer Cuatrimestre de 2004
Trabajo práctico: Resortes reales

1 Resorte con desgaste

Un resorte real tiene un desgaste natural del material que origina un “ablandamiento” del mismo, es decir que la constante del resorte no es en realidad una constante sino que es una función que decae con el tiempo. Podemos suponer que este decaimiento tiende a 0 cuando $t \rightarrow +\infty$. Naturalmente pensamos que esta función es de la forma $ke^{-\alpha t}$, donde k es la constante inicial del resorte (la que entrega el fabricante) y $\alpha > 0$ es una constante lo suficientemente pequeña como para que el resorte tenga un tiempo de vida útil razonable. De este modo la ecuación del movimiento será:

$$m\ddot{x} + ke^{-\alpha t}x = 0 \tag{1}$$

en el caso en que no haya ninguna fuerza actuando sobre la masa más que la del resorte.

La ecuación (1) es lineal pero no es de coeficientes constantes, ¿cómo se resuelve?. Tenemos dos caminos posibles para atacar este problema (sólo se pide que elija uno de los dos):

1. Resolver analíticamente la ecuación (1), para lo que conviene proponer soluciones analíticas. Uno puede quedarse con la expresión en serie de la solución o reescribirla en términos de la función de Bessel.
2. Aplicarle un método numérico y hallar curvas solución para distintos valores de los parámetros, y tratar de imaginarnos cómo es el comportamiento del sistema.

2 Enfriamiento de un resorte.

¿Alguna vez observó que cuando comienzan los días de frío las puertas con un dispositivo para que se cierre sola comienzan hacerlo “con más fuerza” o comienzan a fallar? . Si el dispositivo de cierre es bueno, probablemente lo primero no se observe porque es de esperar que tenga un buen amortiguador que no nos deje apreciar el fenómeno, pero lo segundo probablemente suceda inexorablemente (por lo menos así lo afirman las leyes de Murphy). Cuando llamamos al cerrajero nos dice que el resorte que tiene adentro “se venció” por el cambio de temperatura y que vale \$100 cambiarlo...

Que la puerta se cierre “con más fuerza” se debe a que el resorte que contiene el dispositivo se va endureciendo con el frío (aunque esta mayor fuerza que ejerce el mismo estiramiento del resorte queda compensada con el mayor trabajo del amortiguador que el dispositivo contiene), y que el resorte “se venza” se debe a un proceso de cristalización en el que, por supuesto, no nos vamos a meter. Si la cristalización no sucediera podríamos revertir el proceso calentando el resorte y así nos evitaríamos pagar los \$100, pero, lamentablemente para nosotros y felizmente para el cerrajero, la cristalización sucede. Nos concentraremos en el proceso de endurecimiento del resorte por el frío.

En un laboratorio sometemos un resorte a bajas temperaturas (supongamos que ésta es constante) y medimos el coeficiente k del resorte en distintos tiempos, se observa que k va aumentando linealmente (el efecto es que se va poniendo más duro), por supuesto que esto vale para una escala de tiempo de laboratorio (para tiempos muy grandes dejará de ser lineal). Así podemos suponer que la ecuación del movimiento de este dispositivo está dada por

$$\ddot{x} + ktx = 0 \tag{2}$$

Nuevamente tenemos una ecuación lineal pero no de coeficientes constantes, se la llama ecuación de Airy. Tenemos dos caminos posibles para atacar este problema (sólo se pide que elija uno de los dos):

1. Resolver analíticamente la ecuación (2), para lo que conviene proponer soluciones analíticas. Uno puede quedarse con la expresión en serie de la solución o reescribirla en términos de la función de Bessel.
2. Aplicarle un método numérico y hallar curvas solución para distintos valores de los parámetros, y tratar de imaginarnos cómo es el comportamiento del sistema.