Volumen XI Número 3

REVISTA

DE LA

UNION MATEMATICA ARGENTINA

(Miembro del patronato de la Mathematical Reviews)

ORGANO DE LA

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

REDACTADA por

J. Babini (Director), J. Rey Pastor, L. A. Santaló y E. Gaviola (Delegado de la A. F. A.)

□

MIEMBROS TITULARES DE LA U. M. A.

J. Babini (SantaFe) (fundador). — M. Balanzat (San Luis). — J. Barral Souto (B. Aires) (fundador) — C. A. Bula (Rosario) (fundador). — E. Corominas (Mendoza). — E. Chichizola (Rosario). — C. Dieulefait (Rosario) (fundador). — A. Durañona y Vedia (B. Aires). — Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales (B. Aires) (fundador). — Facultad de Ciencias Matemáticas (Rosario) (fundador). Facultad de Química Industrial (Santa Fe) (fundador). — Y. Frenkel (B. Aires). — E. Gaspar (Rosario) (Fundador). — F. L. Gaspar (Rosario) (fundador). — J. Giannone (Rosario (fundador). — A. González Domínguez (Buenos Aires) (fundador). — J. González Gale (Buenos Aires) (fundador). — M. Guitarte (Buenos Aires) (fundador). — W. S. Hill (Montevideo) (fundador). — C. Isella (Rosario) (fundador). — H. Magliano (La Plata). — Observatorio Astronómico (La Plata). — J. Olguin (Rosario) (fundador). — P. Pí Calleja (San Juan). — E. R. Raimondi (Buenos Aires) (fundador). — J. E. Reynal (Buenos Aires). — J. Rey Pastor (Buenos Aires) (fundador). — E. L. Samatán (Buenos Aires) (fundador). — L. A. Santaló (Rosario) (fundador). — J. Sortheix (Tucumán) (fundador). — D. T. A. de Speluzzi (Buenos Aires) (fundador). — E. Terradas (La Plata) (fundador). — F. Toranzos (La Plata). — E. H. Zarantonello (La Plata).

□

BUENOS AIRES
1946

UNION MATEMATICA ARGENTINA

JUNTA DIRECTIVA

Presidente, Alejandro Terracini, Salta 417, Tucumán
Vicepresidentes, Agustín Durañona y Vedia. Alberto E. Sagastume Berra. Secretarios, Máximo Valentinuzzi (Buenos Aires). Luis A. Santaló (Litoral). Angel J. Guarnieri (Cuyo). Félix E. Herrera (Tucumán). Eduardo Zarantonello (La Plata). Ricardo Platzeck (Córdoba). Tesorera, Clotilde A. Bula. Protesorera, Yanny Frenkel de Cotlar.

REPRESENTANTES EN EL EXTRANJERO

Ing. Rafael Laguardia (Uruguay). Ing. José Luis Massera (Uruguay). Dr. Sergio Sispánov (Paraguay). Dr. Godofredo García (Perú). Dr. Leopoldo Nachbin (Brasil). Dr. Roberto Frucht (Chile). Dr. Peter Thullen (Ecuador). Dr. Mario González (Cuba).

Para ingresar como miembro titular de la Unión Matemática Argentina, es necesaria la presentación del solicitante por dos socios fundadores, la admisión por la Junta, y el pago de una cuota de $ 5. — m/n. mensuales o de $ 50.— anuales.

Para ingresar como miembro adherente (con derecho a la Revista y a las Memorias en fascículos separados) es necesario el pago de una cuota de $ 10.— anuales. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio libre de gastos, a la orden de la Tesorera, Prof. Clotilde A. Bula, Moreno 364, Rosario.

Los señores miembros adherentes domiciliados en la Ciudad de Buenos Aires podrán, si lo prefieren, efectuar su pago en doce cuotas mensuales de $ 1.00 m/n. cada una, que serán cobradas a domicilio.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la Mathematical Reviews (sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a esa importante revista de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el precio de suscripción que es de 13 dólares por año. Los socios de la U. M. A. pagarán por tanto sólo 6.50 dólares por año.

Los trabajos originales enviados para su publicación serán previamente analizados por un ponente, quien emitirá dictamen acerca de la novedad y corrección de sus resultados.

La impresión de las tiradas aparte, y las correcciones extraordinarias de pruebas, son por cuenta de los autores.

Abonnement annuel à l'etranger: 4.00 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifique et administrative à l'adresse ci-dessous:

SR. SECRETARIO DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA
Dr. MÁXIMO VALENTINUZZI
Gascón 520, Buenos Aires (REP. ARGENTINA)

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Para ingresar a la Asociación Física Argentina debe abonarse una cuota mensual de $ 5.— m/n. Los estudiantes de física y de astronomía pagarán una cuota mensual de $ 1.— m/n.

Presidente: Enrique Gaviola

Tesorera: Estrella Mazzolli de Mathov, Buenos Aires, San Juan 1931.

Secretarios Locales: Ernesto E. Galloni, Buenos Aires, Yerbal 1763.
Fidel Alsina Fuertes, La Plata, calle 44, Nº 717.
Guido Beck, Córdoba, Laprida 922.
José Würschmidt, Tucumán, Laprida 765.

LA SATELITE CONFORME DE UNA CURVA ALGEBRAICA GENERAL

por

EDWARD KASNER

Columbia University
New York, N. Y.

1. — Schwarz definió la simetría respecto cualquier curva base real y analítica; se conoce con el nombre de reflexión de Schwarz y es usada extensamente en la teoría de la prolongación analítica. El autor definió este proceso geométricamente e intrínsecamente en los «Proceedings of the Cambridge International Congress» (1912). Si la curva base se indica por C, la imagen de cualquier punto P del plano se obtiene de la siguiente manera. Por P se trazan las dos líneas mínimas que cortarán a C en dos puntos Q_1 y Q_2. Las restantes líneas mínimas que pasan respectivamente por Q_1 y Q_2 se cortarán en un punto P'. Este punto P' es la imagen del punto P respecto la curva base C. La reflexión de Schwarz es la única transformación conforme inversa que deja fijos los puntos de C. No pueden existir otras transformaciones conformes inversas de período dos.

En este trabajo deseo discutir el caso en que la curva base C es una curva algebraica general. Por tanto operaremos en el plano complejo completo (cuadridimensional). Schwarz consideraba únicamente el plano real de Gauss (bidimensional).

En el plano complejo completo (cuadridimensional), representemos por (x, y) las coordenadas cartesianas de un punto. Las coordenadas mínimas (u, v) están definidas por las relaciones:

$$u = x + iy, \quad v = x - iy, \quad x = \frac{1}{2}(u+v), \quad y = \frac{1}{2i}(u-v). \qquad (1)$$

Puesto que (x, y) son números complejos arbitrarios, se deduce que (u, v) son también números complejos arbitrarios.

Una curva algebraica $F(x, y) = 0$ de grado n se puede escribir en coordenadas mínimas en la forma

$$\Phi(u, v) = \sum_{0 \leqq k+l \leqq n} a_{kl} u^k v^l = 0. \qquad (2)$$

Por tanto, $\Phi(u, v)$ es un polinomio de grado n.

Una simetría conforme con respecto la curva (2) está definida por la transformación conforme covariante

$$\Phi(U, v) = 0, \quad \Phi(u, V) = 0 \qquad (3)$$

y por consiguiente U y V son funciones algebraicas de la forma $U = f(v)$ y $V = g(u)$.

Teorema 1. — *Si la curva algebraica C* (2) *es de grado n, su reflejada de Schwarz T* (3), *es algebraica y, en general, de grado* n^2.

En la teoría de Schwarz la transformación era uniforme, por considerarse solamente el entorno local de la curva base C. Sin embargo, en nuestro trabajo, como consideramos todo el plano, la transformación T es multiforme, como indica el Teorema 1.

Si, en particular, la curva base C es una cónica, la transformación T convertirá, en general, cada punto P en cuatro puntos P'. Pero si la cónica es un círculo, se obtiene la inversión ordinaria, la cual es uniforme. Existen casos imaginarios mixtos en que el grado no es cuatro ni uno, sino dos.

2. — Usualmente decimos que la imagen de la curva base C con respecto sí misma es C. Pero en el caso algebraico que ahora consideramos, esto ya no es exactamente cierto. La imagen completa de C consiste parcialmente de C y parcialmente de una nueva curva que definiremos como satélite de C y representaremos por S.

Según (3), la satélite S se obtendrá como parte del resultado de eliminar (u, v) entre las ecuaciones

$$\Phi(U, v) = 0, \quad \Phi(u, V) = 0. \quad \Phi(u, v) = 0. \qquad (4)$$

La eliminante con respecto u y v se descompone siempre en

factores, conteniendo $\Phi(U,V)$, parte que define nuestra curva original C, como factor repetido. Prescindiendo de este factor, obtenemos la ecuación

$$\sigma(U,V)=0 \qquad (5)$$

como ecuación de la satélite S de la curva original C. Esta ecuación puede escribirse en coordenadas cartesianas por medio de (1).

Teorema 2. — *El grado de la satélite S de una curve algebraica general C de grado n es, en general,* $n(n-1)^2$.

La imagen de una curva general C' de grado n con respecto a C es, en general, de grado n^3. Pero la imagen de C con respecto a sí misma es reducible, encontrándose que una rama es la curva C contada un cierto número de veces y la nueva curva satélite S la cual es, en general, de grado $n(n-1)^2$, como afirma el teorema 2.

En el caso de ser C una cónica, la curva satélite S es otra cónica, la cual es confocal con C. Si C es una hipérbola equilátera, la cónica satélite S es idéntica con C. Si C es un círculo no tiene satélite.

La curva satélite S de una cúbica C es, en general, una curva algebraica de grado 12.

Hay casos especiales en que el grado es menor que el dado por el teorema 2. Por ejemplo las cuárticas bicirculares, cuyas satélites son de grado 4 en vez de ser de grado 36.

3. — A continuación introducimos una familia de curvas dependientes de un parámetro

$$\Phi(u,v)=c \qquad (6)$$

que llamaremos *familia relacionada* de (2). Las simetrías conformes de esta familia relacionada son

$$\Phi(U,v)=c, \quad \Phi(u,V)=c. \qquad (7)$$

Estas transformaciones forman un conjunto de un solo parámetro y usualmente no forman grupo.

Procedamos ahora al estudio de las satélites de una familia relacionada. Eliminando u y v de

$$\phi(U, v) = c, \quad \phi(u, V) = c, \quad \phi(u, v) = c' \tag{8}$$

obtenemos la ecuación

$$\sigma(U, V, c) = 0. \tag{9}$$

Cada curva de la familia relacionada tiene su propia satélite y el conjunto de las satélites de las ∞^1 curvas de la familia relacionada no forman, en general, una familia relacionada, puesto que c aparece en general en forma no lineal.

4. — Para la curva algebraica C, definida por (2), introduzcamos una nueva transformación, que llamaremos *transformación inducida*. Ella está definida por las ecuaciones

$$\phi(U, v) - \phi(u, v) = 0, \quad \phi(u, V) - \phi(u, v) = 0. \tag{10}$$

Escribiendo estas ecuaciones explícitamente y sacando los factores repetidos, obtenemos la forma $U = f(u, v)$, $V = g(u, v)$.

Teorema 3. — *La transformación inducida es, en general, de grado* $(n-1)^2$.

Este efecto inducido tiene la ventaja de ser de grado menor que la simetría de Schwarz, la cual es de grado n^2, pero en general no es conforme. Sin embargo, los detalles para grados superiores serían largos, excepto para el caso de una cónica, en que el proceso de inducción es lineal.

5. — Un caso notable en que el grado de la curva satélite es menor que el correspondiente al caso general, se obtiene por el siguiente resultado:

Teorema 4. — *La curva satélite S de toda curva algebraica potencial C es la misma curva C.*

La curva $\phi(x,y)=0$ donde ϕ es un polinomio de grado u en (x,y) se llama una *curva potencial* si ϕ es armónica, es decir, si $\phi_{xx} + \phi_{yy} = 0$. Toda curva potencial puede obtenerse igualando a cero la parte real o imaginaria de cualquier polinomio de grado n en $u = x + iy$.

En este caso, aunque la transformación T asociada con la curva potencial C es de grado n^2, estudiando su reductibilidad se demuestra que la curva satélite es de grado excepcionalmente bajo. Cuando el grado es 2, se obtiene el ejemplo ya citado de la hipérbola equilátera.

6. — Ya hemos observado que si el grado de C es n, el grado de T es n^2. ¿Cuál será el grado de T^2? Podría suponerse que este grado sea n^4. Sin embargo hemos demostrado la siguiente proposición:

Teorema 6. — *El grado de T^2 es, en general, $n^2(n-1)^2$.*

Toda esta teoría depende del hecho de que las transformaciones son multivalentes y aparecen fenómenos de reductibilidad.

Teorema 7. — *Si la curva base C es una cónica, T es de grado 4, como ya observamos, pero además T^2 es también de grado 4 y todas las iteraciones de T dan transformaciones de grado 4.*

De aquí se deduce que las distintas potencias de T forman un conjunto discontinuo. Este conjunto tiene la propiedad combinatoria, pero ninguna potencia de T es la identidad. Por tanto el conjunto no puede ser un grupo.

Un caso interesante ocurre en el campo imaginario cuando la cónica base C pasa por uno de los puntos circulares del infinito, pero no por el otro. La transformación T es entonces de grado 2 y se encuentra que todas las potencias de T son también de grado 2. De aquí resulta que $T^3 = T$, pero ninguna potencia de T es la identidad. El conjunto completo de todas las potencias de T consiste esencialmente de solamente las transformaciones T y T^2.

7. — Como ejemplo, vamos a ilustrar la teoría general con el caso de una cónica. La simetría conforme es de grado 4 y la satélite es de grado 2. Por tanto, *la satélite de una cónica es una cónica*. La familia relacionada de cónicas es este caso particular está formada por curvas congruentes o semejantes. La transformación inducida es de grado uno y en este caso es una transformación afín.

Consideremos la parábola

$$F(x, y) = y^2 - 2px = 0. \tag{11}$$

En coordenadas mínimas se puede escribir

$$\phi(u, v) = (u - v)^2 + 4p(u + v) = 0. \tag{12}$$

La curva satélite de esta parábola es la nueva parábola

$$\sigma(U, V) = (U - V)^2 + 36p(U + V + 8p) = 0, \tag{13}$$

o sea, en coordenadas cartesianas

$$S(x, y) = y^2 - 18p\,(x + 4p) = 0. \tag{14}$$

La familia relacionada de parábolas es

$$(u - v)^2 + 4p\,(u + v) = c \tag{15}$$

que tienen el conjunto de satélites

$$(U - V)^2 + 36p\,(U + V + 8p) + 36c = 0. \tag{16}$$

En este caso particular las satélites forman una familia relacionada.

La transformación inducida, escrita explícitamente, es

$$U = 2v - u - 4p, \quad V = 2u - v\ 4p, \tag{17}$$

o sea, en coordenadas cartesianas

$$X = x - 4p, \qquad Y = -3y \tag{18}$$

que es una traslación.

Columbia University,
New York, N. Y.

BIBLIOGRAFIA

1. KASNER, *Algebraic potential curves*, Bulletin of the Americain Mathematical Society, 1901. La inversa de una curva potencial es también su propia satélite. La lemniscata es un ejemplo.
2. KASNER, *Conformal Geometry*, Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians, Vol. 2, p. 81, 1912.
3. KASNER, *Geometry of conformal symetry (Schwarzian reflection)*. Annals of Mathematics, Vol. 38, p. 873, 1937.
4. KASNER, *The two conformal invariants of fifth order*, Transactions of the American Mothematical Society, Vol. 44, p. 25, 1938.
5. COMENETZ, *Conformal Geometry on a surface*, Annals of Mathematics, Vol. 39, p. 863, 1938.
6. Deseo agradecer a Aida Kalish y Fred Supnick por su ayuda en la elaboración de la teoría de los satélites.
7. Ver los escritos de DE CICCO sobre *Multi-isothermal Systems* y *Scale curves*.
8. Ver los últimos escritos sobre satélites aparecidos en Proceetings of National Academy of Sciences, U. S. A.

SOBRE LAS SOLUCIONES DE LA ECUACION $yy''=\Phi(y')$ QUE PASAN POR DOS PUNTOS DEL SEMI-PLANO $y>0$

por

MAURICIO MATOS PEIXOTO

1. — *Introducción.* — Consideremos un conjunto de puntos γ situado en el semiplano $y>0$. Indiquemos con Γ la familia de los conjuntos que se obtienen de γ por medio de una homotecia de razón positiva arbitraria con relación al origen, seguida de una traslación arbitraria paralelamente al eje $0x$. Observemos que Γ también puede ser definida como la familia de los conjuntos que se obtienen de γ por medio de una homotecia de razón positiva arbitraria con relación a un punto fijo del eje $0x$ seguida de una traslación arbitraria paralelamente a $0x$; o también, como la familia de los conjuntos que se obtienen de γ por medio de una homotecia de razón positiva arbitraria con relación a un punto arbitrario del eje $0x$. Finalmente notemos que, indicando con γ_1 un conjunto de Γ, la familia que de él se obtiene mediante una de las tres operaciones indicadas es la misma Γ. Un conjunto cualquiera de Γ se dirá un transformado de γ. El problema que se presenta en algunas aplicaciones es el siguiente: dados dos puntos A y B del semiplano $y>0$, de abscisas distintas, verificar si existen, y cuántos de ellos, conjuntos de Γ pasando por A y B. Aquí estudiaremos únicamente el caso en que γ es una curva normal con relación al eje $0x$, de ecuación $y=f(x)$, $x_1<x<x_2$, del semiplano $y>0$, siendo $f(x)$ continua y con derivada $f'(x)$ continua en el intervalo abierto, finito o infinito (x_1, x_2). Supondremos también que la concavidad de γ está siempre dirigida hacia abajo o hacia arriba ($f'(x)$ monótona creciente o decreciente). Demostraremos que, si la concavidad está dirigida hacia abajo, por dos tales puntos A y B pasa 0 o 1 curva transformada de γ, y si la concavidad está dirigida hacia arriba pasan 0, 1 o 2 transformadas. Caracterizaremos geométricamente estos diversos

casos. Estas consideraciones se aplican al estudio de las soluciones de la ecuación $yy''=\phi(y')$ situadas en el semiplano $y>0$ y pasando por A, B, siendo ϕ una función definida, continua y siempre positiva o siempre negativa en un cierto intervalo abierto. Ecuaciones de este tipo aparecen como ecuación de Euler de algunos funcionales del Cálculo de Variaciones. Un ejemplo es el funcional $\int_a^b y\sqrt{1+y'^2}\,dx$ cuya ecuación de Euler $yy''=\alpha(1+y'^2)$ tiene como soluciones las curvas de Ribacour, a las cuales se aplican todas nuestras consideraciones (1).

En lo que sigue supondremos siempre que la curva γ satisface a las condiciones arriba indicadas. Dados dos puntos A y B del semiplano $y>0$, de abscisas diferentes, y tales que la recta AB encuentra al eje $0x$ en C, llamaremos razón del segmento AB al cociente $r(AB)=AC/BC$. Observemos que, por dos puntos A y B en las condiciones dichas, pasan exactamente tantas transformadas de γ como cuerdas ab haya de γ tales que $r(ab)=r(AB)$.

2. — *Caso de la concavidad hacia abajo.* — Supongamos que la curva γ tenga su concavidad siempre dirigida hacia abajo.

Entre las diversas configuraciones que se pueden presentar consideremos aquella en que el intervalo (x_1, x_2) es finito y además:

$$f'(x_1+0)=+\infty,\quad f(x_1+0)=f(x_2-0)=0,\quad f'(x_2-0)=-\infty.$$

Distinguiremos dos casos según que AB sea o no paralela al eje $0x$.

1er. caso. AB es paralela al eje x a distancia H (fig. 1). En este caso existe una y una única tangente T a γ paralela a $0x$ y toda recta paralela a $0x$ comprendida entre T y $0x$ encuentra a γ en dos puntos cuya distancia crece continuamente desde 0 hasta x_2-x_1. Consideremos una cuerda variable ab paralela a

(1) Ver: 1. E. Goursat, *Cours d'Analyse Mathématique*, t. 3, pág. 555, 4-me. ed. 2. G. Mammana, *Sopre una notevole propietá delle curve di Ribacour*, Rend. Circolo Matematico di Palermo, t. 49, 1925, donde se encuentra un estudio analítico minucioso.

$0x$ cuya ordenada decrece continuamente desde la ordenada de T hasta cero. Sea $A'B'$ la proyección de ab sobre la recta AB hecha desde un punto fijo P de $0x$. Como $A'B' = ab \,.\, H/h$, ve-

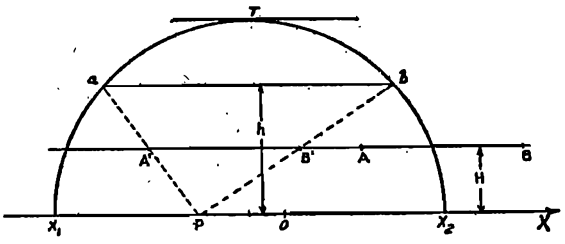

Fig. 1

mos que $A'B'$ crece continuamente desde 0 a $+\infty$. Luego existe una y una única cuerda ab de γ paralela a $0x$ que proyectada desde P sobre AB da un segmento $A'B' = AB$. Una homotecia de centro P que transforme ab en $A'B'$ seguida de una traslación que transforme $A'B'$ en AB nos da una transformada de γ que pasa por A y B. Esta transformada es única, puesto que únicamente existe una homotética directa de γ de centro P que sea encontrada por la recta AB en dos puntos A' y B' tales que $A'B' = AB$.

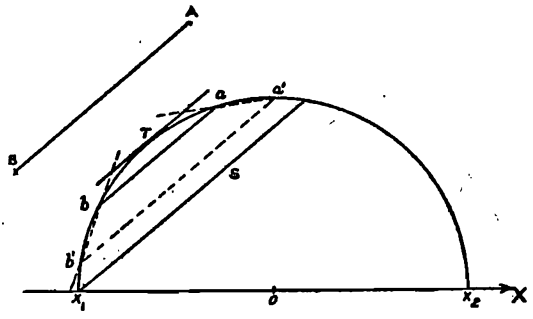

Fig. 2

2º. *caso*. AB no es paralela a $0x$ (fig. 2). En este caso tenemos que determinar las eventuales cuerdas ab de γ paralelas a AB tales que $r(ab) = r(AB)$. Para fijar las ideas, supondremos que el coeficiente angular de AB sea positivo y que la ordenada

de A sea mayor que la de B. Consideremos la tangente T a γ paralela a AB y una secante S paralela a AB que pase por el punto de abscisa x_1 del eje $0x$. Cualquier recta paralela a AB comprendida entre T y S encuentra a γ en dos puntos a y b (a indica el de ordenada mayor) de los cuales el segundo está en la rama ascendente de γ_1 y cuando esta recta se desplaza de T a S, $r(ab)$ varía continuamente de 1 a $+\infty$. Por tanto existe por lo menos una cuerda ab de γ paralela a AB tal que $r(ab)=r(AB)>>1$. Una tal cuerda es única. En efecto, supongamos que exista otra cuerda $a'b'$ (a' indica el extremo de mayor ordenada) de γ paralela a AB y tal que $r(a'b')=r(ab)=r(AB)$. Como ab es paralela a $a'b'$, por una propiedad de las curvas convexas, uno de los arcos, $a'b'$, por ejemplo, contiene al otro ab de manera que las abscisas de los puntos b', b, a, a' se suceden por valores crecientes. Como los puntos b y b' están ambos en el ramo ascendente de γ, la recta bb' encuentra al eje $0x$. Por otro lado, siendo ab paralela a $a'b'$ y las dos razones de estas cuerdas iguales, por una propiedad de geometría elemental las rectas aa' y bb' concurren sobre $0x$. Pero esto es absurdo, pues si a y a' tienen una misma ordenada, la recta aa' no encuentra a $0x$; si a' tiene ordenada mayor que a, este punto está en la rama ascendente de γ y aa' encuentra a $0x$ a la izquierda del punto en que la tangente de γ en b encuentra a $0x$ y por tanto a la izquierda del punto en que bb' encuentra a $0x$; finalmente, si a' tiene ordenada menor que a, la recta aa' encuentra a $0x$ a la derecha de x_2, mientras que bb' encuentra a $0x$ a la izquierda de x_1.

De esta manera vemos que si la curva γ tiene la concavidad dirigida hacia abajo y presenta la configuración arriba indicada, por dos puntos del semiplano $y>0$ de abscisas diferentes pasa siempre una y una única transformada de γ (2).

Puede hacerse un estudio análogo para cada una de las otras configuraciones posibles de la curva γ de concavidad dirigida hacia abajo: en todos estos casos se llega a la conclusión de que existen 0 o 1 transformada de γ pasando por A y B.

3. *Caso de la concavidad hacia arriba.* — Supongamos que la curva γ tenga la concavidad dirigida siempre hacia arriba.

(2) Esta conclusión subsiste si por lo menos uno de los puntos A, B, está sobre el eje x, mientras se consideren los puntos extremos $(x_1, f(x_1+0))$ y $(x_2, f(x_2-0))$ como formando parte de la curva.

Entre las diferentes configuraciones que se pueden presentar, consideraremos aquella en que $f(x_1+0)=f(x_2-0)=+\infty$, $f'(x_1+0)=-\infty$, $f'(x_2-0)=+\infty$. Vamos también a distinguir dos casos, según que AB sea o no paralela a Ox.

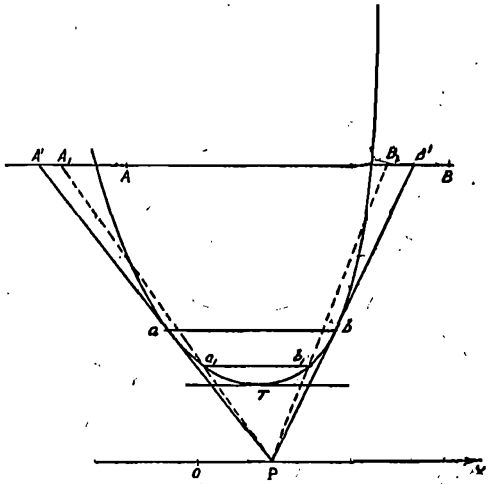

Fig. 3

1er. caso. AB es paralela a Ox (fig. 3). En este caso existe una y una única tangente T a γ paralela a Ox y toda recta paralela a Ox por encima de T encuentra a γ en dos puntos cuya distancia crece continuamente desde cero hasta x_2-x_1. Cuando una cuerda ab de γ, paralela a Ox (con a indicamos el extremo de menor abscisa), se desplaza de manera continua apartándose de T, los puntos de encuentro de las tangentes a γ en a y b con el eje Ox (tangentes que nunca son paralelas a Ox) se desplazan monótonamente de manera continua desde $-\infty$ hasta x_2 y desde $+\infty$ hasta x_1, respectivamente, de manera que hay una y una única posición de ab para la cual estas tangentes se encuentran sobre Ox. Sea P el punto de concurso de estas tangentes con Ox, y A', B' los puntos de encuentro con AB de estas tangentes. Consideremos una cuerda variable a_1b_1 de γ paralela a Ox y sea A_1B_1 su proyección, desde P, sobre la recta OAB. Cuando a_1b_1 se desplaza continuamente desde T hasta ab, las rectas Pa_1 y Pb_1 giran continuamente, la primera en el sentido positivo de las rotaciones y la segunda en el sentido negativo,

de modo que A_1B_1 crece continuamente desde 0 hasta $A'B'$; por otra parte, cuando a_1b_1 se desplaza de manera continua por encima de ab, apartándose infinitamente de ab, las rectas Pa_1 y Pb_1 giran continuamente en sentido contrario a los primitivos tendiendo a la posición vertical, de manera que AB decrece continuamente desde $A'B'$ hasta cero. Cuando $AB < A'B'$, existen por tanto dos posiciones de a_1b_1 tales que $A_1B_1 = AB$. Consideremos una de estas dos posiciones de a_1b_1. Sometiendo γ a una homotecia directa de centro P que transporte a_1b_1 sobre A_1B_1 y en seguida a una traslación que transporte A_1B_1 sobre AB, obtenemos una transformada de γ que pasa por A y B. Luego existen dos transformadas de γ que pasan por A y B. Estas dos transformadas son las únicas, puesto que únicamente existen dos homotéticas directas de γ que sean encontradas por la recta AB en dos puntos a distancia igual a AB.

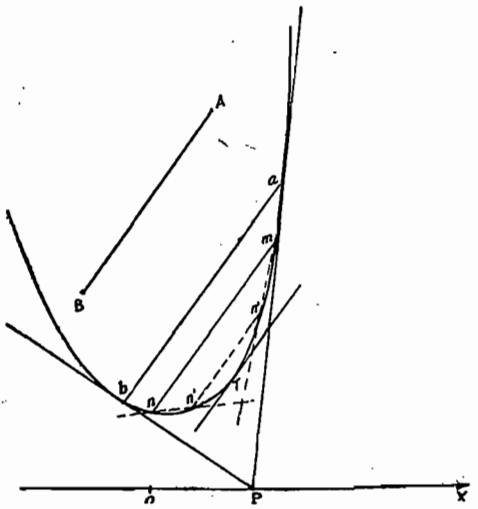

Fig. 4

2º. *caso*. AB no es paralela a Ox (fig. 4). En este caso deberemos determinar las cuerdas ab de γ paralelas a AB y tales que $r(ab) = r(AB)$. Supondremos, para fijar las ideas, que el coeficiente angular de AB es positivo y que la ordenada de A es mayor que la de B. Sea T la tangente a γ paralela a AB. Cualquier recta paralela a AB por encima de T encuentra γ en dos puntos a y b (a indica el de ordenada mayor) de los cuales

el primero está en la parte ascendente de γ. Por un raciocinio análogo al anterior vemos que hay una y una única posición de ab para la cual las tangentes a γ en a y b se encuentran sobre Ox.

Sea P este punto de concurso. Pongamos $\lambda = r(ab) > 1$. Demostraremos ahora que dos cuerdas de γ paralelas a AB, ambas por debajo de ab, tienen razones diferentes. En efecto, supongamos que existan dos cuerdas mn y $m'n'$ de γ paralelas a AB, de la misma razón, ambas por debajo de ab (con m y m' indicamos los extremos de ordenada mayor). Como mn es paralela a $m'n'$, uno de los dos arcos, mn por ejemplo, contiene al otro $m'n'$, de manera que las abscisas de n, n', m', m se suceden por valores crecientes. Como los puntos m y m' están en la parte ascendente de la curva, la recta mm' encuentra a Ox. Por otra parte, siendo mn paralela a $m'n'$ y siendo las razones de ambas cuerdas iguales, las rectas mm' y nn' concurren sobre Ox. Esto es absurdo. En efecto, si n y n' tienen la misma ordenada, la recta nn' no encuentra a Ox. Si n' tiene la ordenada mayor que la de n, el punto n' está en la parte ascendente de γ y $n'n$ encuentra a Ox a la izquierda del punto en que la tangente a γ en n' encuentra a Ox, y este punto está a la izquierda del punto en que la tangente a γ en m' encuentra a Ox; finalmente, este punto está a la izquierda del punto donde mm' encuentra a Ox. En fin, si n tiene la ordenada mayor que la de n', la recta nn' encuentra Ox a la derecha de P, mientras que mm' encuentra Ox a la izquierda de P. De modo análogo se verifica que dos cuerdas de γ paralelas a AB, ambas por encima de ab, tienen razones diferentes. Demostremos ahora que dada una cuerda mn de γ paralela a AB, distinta de ab, existe otra cuerda pq de γ, paralela a AB, de la misma razón que mn (con m y p indicamos los extremos de mayor ordenada). En efecto, consideremos una cuerda variable pq, paralela a AB, distinta de mn; cuando pq es suficientemente próxima a la tangente T, el punto de concurrencia de pm con qn está tan próximo como se quiera del punto de tangencia de T, de manera que dicho punto de concurrencia tiene ordenada positiva; por otro lado, cuando pq sea suficientemente apartado de T, el punto de encuentro de pm con qn tiene ordenada negativa. Luego existe una posición de pq para la cual pm y qn concurren en Ox y entonces $r(mn) = r(pq)$. De las consdieraciones anteriores resulta que las cuerdas mn y

pq están de lados opuestos con relación a ab, y que dada una, la otra queda unívocamente determinada. Considerando entonces una cuerda variable de γ paralela a AB, que se desplace continuamente a partir de la posición de tangencia y se aparte indefinidamente de T, la razón de esta cuerda crece con continuidad de 1 a λ mientras la cuerda está por debajo de ab y en seguida decrece continuamente de λ a 1 cuando la cuerda variable está por encima de ab. De aquí resulta que existen 0, 1 o 2 transformadas de γ que pasan por A y B según que $r(AB)$ sea mayor, igual o menor que λ.

Con un estudio análogo se llega a la misma conclusión en el caso de las demás configuraciones posibles de la curva γ con concavidad dirigida hacia arriba; es decir, pueden existir 0, 1 o 2 transformadas de γ pasando por A y B.

4. — *Aplicación a las ecuaciones diferenciales* $yy''=\Phi(y')$. — Las consideraciones anteriores se aplican a la determinación de las soluciones de la ecuación diferencial (cuya solución se obtiene por cuadraturas) de 2º orden $yy''=\Phi(y')$ que pasan por dos puntos del semiplano $y>0$, donde Φ es una función definida, continua y siempre positiva o siempre negativa en un intervalo abierto, finito o infinito. En efecto, una curva integral γ de esta ecuación diferencial, situada en el semiplano $y>0$ tiene la concavidad siempre dirigida hacia abajo si $\Phi<0$ y siempre dirigida hacia arriba si $\Phi>0$. Además, la familia Γ relativa á γ coincide con la familia de las integrales de la ecuación diferencial.

Recíprocamente, dada una curva γ de ecuación $y=f(x)$, $x_1<x<x_2$, del semiplano $y>0$, siendo $f(x)$ continua y con derivadas $f'(x)$, $f''(x)$ continuas y $f''(x)$ siempre positiva o siempre negativa en $x_1<x<x_2$, existe una y una sola ecuación diferencial en las condiciones arriba mencionadas cuya familia de integrales coincide con la familia Γ.

Deseo expresar a mi amigo Leopoldo Nachbin mi gratitud por sus sugestiones.

Escola Nacional de Engenharia.
Universidade do Brasil, Rio de Janeiro.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

INFORMES Y COMUNICACIONES DE LA QUINTA REUNION

Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y y Observatorio Astronómico, Marzo-Abril de 1945

Preside: Dr. Enrique Gaviola

SESION DEL 31 DE MARZO

Discusión sobre la enseñanza universitaria:

Ernesto Galloni (Buenos Aires): *Necesidades de la Industria*
Texto publicado en *CIENCIA E INVESTIGACION, 1,* 279, 1945

Enrique Gaviola (Córdoba): *Enseñanza e investigación*
Texto publicado en *CIENCIA E INVESTIGACION, 1,* 276, 1945

Medardo Gallardo (Buenos Aires): *Necesidades del servicio meteorológico de la aviación*

El autor hace un estudio histórico del desarrollo de la meteorología y de su importancia para las fuerzas armadas y llega a las siguientes conclusiones:

— Que la predicción del tiempo ha dejado de ser una simple extrapolación de la marcha de los fenómenos observados.

— Que la física y las matemáticas proporcionan a la meteorología bases fundamentales para realizar la predicción científica de los fenómenos atmosféricos y su desarrollo.

— Que el alto grado de precisión alcanzado en la predicción, tanto a corto como a largo plazo, ha convertido al servicio meteorológico en algo indispensable dentro de la estructura orgánica de las fuerzas armadas, principalmente de las fuerzas aéreas, al proporcionarle el factor necesario para el control del tiempo.

— Que las necesidades de la aviación de post-guerra mantendrán una demanda de protección meteorológica no menor que las necesidades de la guerra.

— Que basándose fundamentalmente la exactitud de las predicciones, hasta la fecha, en las observaciones de una amplia red de estaciones, la eficiencia de los servicios de cada país descansará en el intercambio con otros países de resultados y observaciones, así como en la normalización mundial de instrumental y métodos usados.

— Que ante la inminencia del desarrollo aéreo comercial de la post-guerra y la existencia de un servicio meteorológico que cubre prácticamente el mundo y cuya capacidad técnica es indudable, nuestro país aparece como una laguna dentro de esa red.

— Que la capacidad técnica de los conductores de cualquier servicio de esta índole no se puede obtener sin una instrucción metódica previa sobre las materias fundamentales de la meteorología, sólo alcanzable a través de una carrera universitaria.

— Que el desarrollo de la aviación comercial en todo el mundo no se detendrá en las fronteras de nuestro país a causa de nuestra incapacidad para darle protección.

— Que, como en otros aspectos técnicos, en éste ocurrirá que para suplir nuestra deficiencia se deberá mantener nuestro servicio, entregándolo técnicamente a los extranjeros, con el correspondiente desprestigio y los perjuicios de todo orden que ello acarrearía.

En ellas basa la necesidad de la creación de cursos de meteorología en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, para la formación de meteorólogos y estima que son también fundamentos para la creación de la Escuela de Astronomía, Física y Meteorología proyectada por el director del Observatorio de Córdoba.

Informes:

RICARDO PLATZECK (Córdoba): *El informe anual del Observatorio de Mount Wilson 1942/43.*

Un resumen del presente informe puede hallarse en: Annual report of the Director of the M. Wilson Obs., Carnegie Institution of Washington, 1943; y en A. S. P., Vol. 56, N.º 333, dic. 1944.

SESION DEL 1º DE ABRIL (A las 9)

Informes:

José Würschmidt (Tucumán): *Aberración, Efecto Doppler y Presión de Radiación.*

Se estudia el problema de la aberración en sus relaciones con el problema del Efecto Doppler. Definiéndose correctamente la velocidad de una onda, se llega al resultado de que en la Física clásica no existe aberración de la luz. Sólo la teoría de la relatividad explica los fenómenos observados, es decir, el Efecto Doppler dependiente de la velocidad relativa, y el valor observado para la aberración de la luz que corresponde a la velocidad de 30 km/seg. de la Tierra en su órbita alrededor del Sol.

El problema de la reflexión de la luz en un espejo móvil está íntimamente relacionado con los problemas anteriores. Se estudia la reflexión de una hipotética radiación corpuscular, hallándose expresiones generales para densidad de energía y presión de radiación. En el caso límite de pequeñas velocidades resulta la presión newtoniana. En el otro caso límite, de fotones, resulta la presión maxwelliana. Las expresiones hasta la fecha conocidas para densidad de energía y presión de luz son casos especiales. Se estudian, por fin, los mismos problemas para la luz que se propaga en un medio con un índice de refracción n. Se llega a nuevas expresiones que están de acuerdo con ciertos conceptos cuánticos. La presión de radiación en todos los casos estudiados es una invariante con respecto a la transformación de Lorentz.

Fidel Alsina Fuertes (La Plata): *El estado del estudio de la superconductividad.*

1. *Hechos experimentales*

Las propiedades esenciales que distinguen a los elementos superconductores son las dos siguientes:

$\sigma = 0$. (K. Onnes, 1911). La anulación de la resistividad eléctrica del metal fué descubierta accidentalmente por Onnes haciendo medidas de resistencia a muy bajas temperaturas por método potenciométrico. Las experiencias posteriores se han realizado induciendo una corriente en un anillo superconductor y

observando su amortiguamiento en el tiempo. De este modo se ha llegado a encontrar una cota superior para el valor de la resistencia óhmica: es a lo sumo 10^{-12} del valor a 0° C.

Se ha encontrado hasta ahora esta propiedad en 16 elementos y varios compuestos y aleaciones.

$B=0$. (Meissner y Ochsenfeld, 1933). La falta de inducción magnética en los superconductores es una propiedad que no se deduce de la anterior. Su importancia teórica y experimental es grande, pues constituye a la vez el método más preciso para detectar la superconductividad y el escollo mayor para su explicación teórica.

Las experiencias se realizan sea explorando el campo magnético alrededor de un superconductor con bobinas de inducción, o en el interior introduciendo alambres de bismuto, o midiendo el momento magnético del metal por los métodos comunes. Debido a su falta de inducción, los superconductores aparecen como teniendo susceptibilidad fuertemente negativa; la medición de esa susceptibilidad es el método más cómodo en el rango de temperaturas del helio líquido, y el único posible por debajo de 1° K (rango de la demagnetización adiabática).

2. *Estudio teóricos macroscópicos.*

Termodinámica. — Iniciada en 1924 por Keesom, la termodinámica de la superconducción considera a ésta como una fase especial de algunos metales, caracterizada por tener la misma estructura de malla que la fase normal, e igual entropía si la transición tiene lugar en ausencia de campo magnético.

La curva de equilibrio entre ambas fases (normal y superconductora) está en el plano (H,T) y representa el valor del campo magnético que a cada temperatura es capaz de destruir la superconductividad. Conociendo empíricamente ese valor —lo que es posible por cualquiera de los métodos experimentales mencionados— pueden calcularse el calor de transición y el salto de los calores específicos que tiene lugar al producirse la fase o estado superconductor. La comprobación experimental es muy satisfactoria, cuali- y cuantitativamente. En particular, ello significa que la transición no está vinculada a procesos irreversibles.

Estado intermedio. — La transición al —o del— estado su-

perconductor no es brusca más que en algunos casos particulares: conductores lineales, por ejemplo. Si el metal tiene otra forma geométrica, la transición se extiende sobre un intervalo de temperatura que depende de la forma, naturaleza y temperatura del metal. Dentro de ese intervalo la inducción magnética tiene valores intermedios entre 0 y el que corresponde al estado normal. En el caso de elipsoides de rotación es posible calcular, desde varias hipótesis distintas, las características de este «estado intermedio». Peierls (1936) parte de la hipótesis de que la permeabilidad magnética es una función continua del campo magnético, que asume valores en el intervalo 0 — 1. Landau (1937) supone en cambio, que en el estado intermedio el superconductor está dividido en zonas normales y superconductoras con superficies de separación bien definidas, y que los valores intermedios de B son una medida de la fracción de volumen del metal que se encuentra en cada una de las fases.

El estado actual de estas teorías macroscópicas — o semimicroscópicas — puede considerarse estable, sobre todo para la termodinámica. La teoría del estado intermedio está aún en crítica, pero ésta se refiere más bien a cuestiones de física matemática que a cuestiones fundamentales. Cuando se alude a la superconductividad como uno de los problemas importantes de la física teórica actual, se hace pues referencia a la interpretación microscópica de los hechos. Este aspecto del tema será motivo de un próximo informe.

SESION DEL 1º DE ABRIL (Tarde)

Comunicaciones:

Godofredo García (Lima, Perú): *Sobre el estado actual del sistema solar. El problema de los tres cuerpos siendo el sistema disipativo.*

Para explicar el hecho de que los planetas se mueven aproximadamente en el mismo plano, se admite que en un sistema de tres cuerpos actúe una fuerza no conservativa, perpendicular en cada instante al plano de los tres cuerpos, proporcional y de signo opuesto a la velocidad normal a este plano. Las fuerzas introducidas no afectan la constancia del impulso total del siste-

ma. Sin embargo, la energía del sistema disminuye, hasta que el movimiento se estabiliza en un plano y, una vez que las componentes normales de las velocidades son amortiguadas, todo sigue según las leyes conocidas de la teoría de la gravedad.

ENRIQUE GAVIOLA (Córdoba): *El espectro de Eta Carinae.*

El espectro de Eta Carinae ha sido fotografiado con el gran reflector de la Estación Astrofísica y el espectrógrafo a red de reflexión cubriendo la zona entre 3076 y 6678. Varios cientos de líneas en emisión han sido medidas. Aparecen prominentes la serie de Balmer, algunas líneas del He y Na y líneas prohibidas y permitidas del hierro ionizado. Hα tiene una fuerte componente desplazada 1000 km/seg. hacia el rojo que no aparece en el resto de la serie.

En absorción aparecen los términos superiores de la serie de Balmer desplazados hacia el violeta y las líneas amarillas del sodio.

Fotografías directas obtenidas con 31,50 metros de distancia focal equivalente e imágenes inferiores al segundo de arco muestran que Eta Carinae es una nebulosa con un punto de máxima intensidad sin forma estelar. El conjunto tiene la forma de un muñeco de 12 segundos de alto y 8 de ancho. En el mismo se distinguen la nebulosa central en forma de coma y 10 nubecillas periféricas.

El espectro de la cabeza es diferente del del cuerpo. Son prominentes Hα desplazada 1000 km/seg. hacia el rojo y las líneas no clasificadas del nebulio 3869 y 4069 con poco desplazamiento. Otras líneas del nebulio (las más fuertes generalmente) no aparecen.

JORGE BOBONE (Córdoba): *Orbita del asteroide (469) Argentina.*

Después de breves consideraciones sobre el descubrimiento del asteroide (469) Argentina y sobre el diámetro del mismo, el que resulta de unos 81 kilómetros, basando esta determinación en el brillo y en el albedo, que lo presupone igual al del promedio de los cuatro grandes asteroides, expone sus trabajos sobre la obtención de sus elementos orbitales.

La primera determinación de su órbita, la basa en ocho observaciones imprecisas verificadas entre los años 1930 y 1941, teniendo solamente en cuenta perturbaciones aproximadas por Júpiter. La segunda órbita, mucho más exacta que la anterior, está determinada de acuerdo a tres observaciones precisas verificadas en el Observatorio de Córdoba en las oposiciones de los años 1942, 1943 y 1944; además se tuvieron en cuenta las perturbaciones exactas producidas por Júpiter y Saturno.

Los resultados han sido los siguientes:

Epoca y osculación: 1942 Julio 20.0 T. U.

$$M = 84^\circ\ 04'\ 37''.13$$

$$\left.\begin{array}{lll} \omega = & 209^\circ\ 48'\ 30''.51 \\ \Omega = & 334^\circ\ 37'\ 32''.07 \\ i = & 11^\circ\ 43'\ 14''.75 \end{array}\right\} 1950.0 \qquad \begin{array}{l} \varphi = 10^\circ\ 11'\ 49''.94 \\ \mu = 632''.22292 \end{array}$$

Cuando se disponga de observaciones precisas de un número mayor de oposiciones, se efectuará una nueva determinación de los elementos de su órbita.

MARTÍN DARTAYET (Córdoba): *Búsqueda de enanas blancas.*

Se finalizó el programa de búsqueda de estrellas enanas blancas al Sud de —48° de declinación, emprendido en 1941 en colaboración con el Prof. Willem J. Luyten del Observatorio de la Universidad de Minnesota, Minneapolis (Estados Unidos). Fueron descubiertas diez estrellas de esta clase (cuatro de ellas ya anunciadas en la reunión de 1942).

ALFREDO VÖLSCH (Córdoba): *La zona de totalidad del eclipse de Sol del 20 de Mayo 1947, visible en las Repúblicas de Chile, Argentina, Paraguay y Brasil.*

Hace 16 años, el Señor J. Bobone efectuó el cálculo de las circunstancias de este eclipse, datos que se han publicado en la «Revista Astronómica» en Setiembre del año 1930. No disponiendo de efémerides se calculó la ascensión recta y declinación de la Luna para cada 2 horas del día 20 de Mayo, según las tablas de Radau, la paralaje de la Luna para cada 6 horas y

las posiciones del Sol, radiovector y tiempo sidéreo según las tablas de Le Verrier. Con estos datos el Señor Bobone determinó los elementos del eclipse para cada 10^m, con cuyos valores pudo calcular el recorrido de la línea central, límite boreal y austral, o sea la zona de totalidad, desde el principio del eclipse hasta el fin.

Luego de dar otros datos complementarios, comprobó que el eclipse para la ciudad de Córdoba era casi total con una magnitud de 0,996, produciéndose la fase máxima a las $12^h\,12^m\,25^s$ T. U.

Al principio de este año he recalculado las posiciones del Sol según las tablas de Newcomb y las de la Luna según las tablas de Radau para dos distintas horas del 20 de Mayo 1947, comprobando un completo acuerdo con los cálculos del Señor Bobone. Hace aproximadamente un mes hemos recibido de Wáshington las posiciones del Sol según las tablas de Newcomb y de la Luna según las tablas de Brown para cada hora del eclipse, incluyendo paralaje de la Luna, radiovector del Sol y el tiempo sidéreo, resultando que estos datos son casi idénticos con los calculados por el Señor Bobone. Al mismo tiempo hemos recibido la comunicación de que para el día del eclipse deben agregarse pequeñas correcciones, para corregir el probable error de las tablas de Brown y Newcomb.

Con estos datos definitivos he calculado los elementos del eclipse para cada medio minuto entre las $12^h\,9^m$ a $12^h\,20^m$ y para cada minuto entre las $12^h\,20^m$ y $12^h\,50^m$, o sea durante el recorrido del cono de la sombra en el continente sudamericano. Con estos y otros datos suplementarios pude determinar para los mismos instantes el recorrido de la línea central, del límite boreal y austral, duración de la totalidad en la zona central y altura del Sol en el máximum del eclipse. Terminado este trabajo hace pocos días, hemos recibido de Wáshington en prueba de imprenta los elementos y datos del recorrido del eclipse para cada 5^m, tal como serán publicados en el American Ephemeris del año 1947. La comparación de los resultados con los calculados por mí, demostró un completo acuerdo hasta la última cifra. De esta manera están asegurados también los datos para cada medio minuto y para cada minuto, para el recorrido del eclipse en el continente sudamericano, habiéndose comprobado la exactitud por primeras y segundas diferencias.

Comparando los datos definitivos con los que el Señor Bobone calculó en el año 1930, se nota escasa diferencia, debido a que los datos se han calculado con otras tablas y de que en aquel tiempo no se conocía la corrección definitiva de las tablas del Sol y de la Luna.

SIMÓN GERSHANIK (La Plata): *Criterio para interpretar sismogramas.*

En la ecuación del sismograma

$$\frac{da}{dt} + 2\varepsilon \frac{da}{dt} + n^2 a \pm k = -V\ddot{\xi} \qquad (1)$$

se suele aceptar, para su interpretación que $\xi = \xi(t)$ y calcular en base a a, los parámetros de esa expresión. Se destaca que es más conveniente que tal criterio, identificar el sismograma con curvas $a = a(t)$. Mediante dos derivaciones se obtendría de acuerdo con (1), $\ddot{\xi}$, mediante una integración y una derivación $\dot{\xi}$ y, otras dos integraciones, ξ. Si $a = a_0 . \operatorname{sen} \omega t$, se saca que $V\xi = a_0 \sqrt{s} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)$, siendo $\sqrt{s}$ el factor de amplificación tabulado por Geiger. El criterio vale del todo para instrumentos de registro galvanométrico.

SIMÓN GERSHANIK (La Plata): *Método para estimar la profundidad de un Foco sísmico en base de una sola Estación.*

Para distancias menores a 20° sólo las fases reflejadas en el núcleo pueden usarse para hallar la profundidad de los focos. Tales fases se identifican con dificultad, y además, si el terremoto descompone el mecanismo inscriptor, llegan después que tal cosa se verifica. Se propone por ello, para estimar la profundidad, hacer empleo de la relación entre ésta y el ángulo de emergencia aparente de los rayos. La bondad del método depende de la exactitud con que se conozca la velocidad de S en la estación.

Para calcular las correcciones con las que se pasa de los ángulos epicentrales, siendo $h = 0$, correspondientes a un ángulo de incidencia dado, a los ángulos siendo $h \neq 0$, se destaca que conviene dividir el globo en capas en las que los rayos tengan curvatura constante.

SESION DEL 2 DE ABRIL

Comunicaciones:

EMILIO L. DÍAZ (Buenos Aires): *Posibilidad de establecer una estación meteorológica en el Pacífico Antártico y su probable rendimiento.*

El autor estudia los factores que intervienen en el problema de la previsión meteorológica en la República y llega a la conclusión que es necesario disponer de datos de algún lugar situado al O. o al SO. de Tierra del Fuego, a unas 500 millas de distancia de este lugar.

En razón de no existir tierras en esa zona de mar, como tampoco navegación mercante que pudiera proporcionar información, estudia la posibilidad de instalar una estación meteorológica en la isla de Pedro I, en latitud 69°S y 91°W, distante 1000 millas al SO. del Cabo de Hornos.

Con las observaciones meteorológicas que el autor hiciera en compañía del Tte. de Navío Julio R. Poch, en Bahía Margarita (T. de Graham) en latitud 68' S, en marzo de 1940, cuando ambos fueron incorporados a la expedición antártica del almirante Byrd como oficiales observadores, sumadas a los datos de ese mes de la Carta del Tiempo argentina, llega a la conclusión que sería posible obtener, con las observaciones que se realizaron en Pedro I, mejores pronósticos del tiempo en la Patagonia y mayor extensión de las perspectivas.

Estas perspectivas podrían ampliarse, posiblemente, hasta unas 48 horas en la Patagonia, y quizás, algo más para Bs. Aires y el Litoral, aunque con menos certeza en este caso. Finalmente, el autor señala lo siguiente: el valor de los datos que proporcionaría una estación magnética adjunta; la necesidad de explorar y la conveniencia de emplear, para ello, un avión transportado en el buque; lo que actualmente se conoce de la isla; las características hidrográficas deseables para el fondeadero y, por último, en base a la información que el Sr. D. José M. Moneta le ha facilitado, las condiciones que debe reunir el establecimiento, la casa habitación, y el lugar donde se construya.

GUIDO BECK (Córdoba): *Sobre la polarización del vacío por un campo electrostático exterior.*

En el esquema cinemático propuesto recientemente (*) aparecen distribuciones de cargas eléctricas en el espacio de fase, cuando se introduce en la ecuación de Dirac un campo exterior por medio de su potencial cuadrivector.

Por aplicación de las reglas de suma, se puede mostrar que la suma de cargas en un punto dado del espacio siempre se anula. La mencionada distribución de cargas corresponde, pues, únicamente a la polarización del vacío, sin tener en cuenta las cargas exteriores.

Suponiendo que la introducción de un campo exterior por el método fenomenológico de Dirac representa una aproximación suficientemente buena, por lo menos en las regiones del espacio de fase que corresponden a energías pequeñas, podemos calcular la polarización del vacío cerca de un salto de potencial electrostático. La evaluación numérica de las fórmulas obtenidas fué, muy amablemente, hecha por el Señor Alfredo Völsch del Observatorio de Córdoba.

R. PLATZECK (Córdoba): *Equivalencia del Método del Eiconal con el Método Matricial en la Teoría de los Errores Opticos.*

Para sistemas ópticos centrados se dan los desarrollos que permiten pasar de las coordenadas en el plano imágen

$$y_1 = -\frac{1}{n_1}\frac{\partial W}{\partial p_1}, \quad z_1 = -\frac{1}{n_1}\frac{\partial W}{\partial q_1}$$

obtenidas a partir de la función Eiconal $W(p_0, q_0, p_1, q_1)$, y aquellas que resultan de la matriz de transformación (g_{ik}) mediante las expresiones

$$y_1 = g_{11}\, y_0 + g_{12}\, \beta_0, \quad z_1 = g_{11}\, z_0 + g_{12}\, \gamma_0.$$

(*) Ver: G. BECK, *El campo electromagnético en la teoría de Dirac.* Tercera Reunión de la AFA, Revista de la UMA, *X*, 150, 1945.

MARIO BUNGE (La Plata) : *Difusión neutrón-protón a 8,8 y 13 MeV.*

En este trabajo se intenta dar una explicación cualitativa de los resultados obtenidos por Champion y Powell (1) en su investigación de la difusión $n-p$ con grupos de neutrones de 8,8 y 13 MeV mediante el método fotográfico. Estas experiencias dan, en esencia, dos resultados nuevos: 1) la distribución angular de los neutrones difundidos no es exactamente isótropa, como debiera esperarse si el potencial nuclear poseyese simetría esférica; 2) es posible que la distribución angular experimente una fluctuación de elevado orden.

Siguiendo las líneas generales de la tesis de Rodríguez Martins (2) se comprueba que la anisotropía puede explicarse cualitativamente por la intervención de fuerzas que derivan de potenciales del tipo

$$S_{12} = (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r}_{12}) \cdot (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}_{12}) \cdot f(r_{12}),$$

las que hacen intervenir, ya en la onda difundida de orden más bajo, una mezcla de estados S y D, conducentes por lo tanto a la difusión anisótropa del tipo hallado por Champion y Powell. En cambio, las fluctuaciones sugeridas por estos autores exigirían la inclusión de ondas esféricas de orden muy elevado, por lo cual sería muy difícil explicarlas mediante una imagen física si se demostrase que son reales.

JOSÉ A. BALSEIRO (La Plata) : *Contribución de las funciones antoidales al estudio del potencial de tercer grado* (3).

El sistema de funciones $\psi_i(\mu\xi, \nu\eta)$ que están relacionadas con los tricomplejos por primera vez estudiados por A. Valeiras(4) y después desarrollados por el autor, y que satisfacen las condiciones de «ortogonalidad cúbica», forman un sistema completo

(1) F. C. CHAMPION y C. F. POWELL, *Proc. Roy Soc.*, 183, 64 (1944).

(2) J. L. RODRÍGUEZ MARTINS, *L'influence des forces de spin sur des processus nucléaires*, Thèse (Coimbra, 1942).

(3) Rev. de la U.M.A., Vol. X, p. 132. Cont. de la Fac. de C. Físicomat. La Plata, Vol. III, Nº 4, p. 413, 1944.

(4) A. VALEIRAS, Public. del Circ. Mat. del Inst. del Prof. Sec., Nº 5, 1939.

en sentido generalizado. La igualdad de Parceval generalizada en este sentido se expresa:

$$\iint f^3(\xi\eta)\, d\xi\, d\eta = \Sigma[A_{\mu\nu}]^3$$

$$A_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} + \varepsilon_1 b_{\mu\nu} + \varepsilon_2 c_{\mu\nu}.$$

En vez de la convergencia en media que se emplea en las funciones ortogonales, es necesario exigir la convergencia uniforme del desarrollo hacia la función $f(\xi\eta)$ debido a que no existe una forma definida positiva.

2) Las funciones componentes de $W = f(Z)$ satisfacen las ecuaciones:

$$\Delta u = -\Delta v = \Delta w = \phi(x - y + z)$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = 0; \quad \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0 \qquad (1)$$

P. Humbert (1) ha dado como generalización de la ecuación de Laplace la siguiente:

$$u_{xxx} + u_{yyy} + u_{zzz} - 3u_{xyz} = 0.$$

Por diversos motivos consideraremos que la verdadera generalización es de la forma

$$u_{xxx} - u_{yyy} + u_{zzz} + 3u_{xyz} = 0.$$

formas que en realidad son idénticas, pues se obtiene una de la otra por un cambio de variables muy simple ($y' = -y$). Las funciones u, v y w proveen de solución a esta última, pero sólo en caso que exista una determinada simetría, que está relacionada con las ecuaciones (1).

3) Llamaremos triple producto escalar de tres vectores a:

(1) P. Humbert, Jour. de Mat. p. et appl., p. 145, 1929.

$$[a\,b\,c]=\begin{vmatrix} a_1 & -b_3 & -c_2 \\ a_2 & b_1 & -c_3 \\ a_3 & b_2 & c_1 \end{vmatrix}.$$

Sobre esta operación sólo diremos que con el triple producto vector, formado por el determinante de las componentes, pueden definirse dos funciones, el seno y el coseno del triedro a, b, c.

El teorema de Gauss con una sustitución conveniente puede transformarse:

$$\iiint_{\tau} [\nabla uv]\,d\tau = \iint_{\sigma} [\eta, u, v]\,d\sigma$$

donde u y v son dos vectores.
Con $u=v$ y $uu=\nabla\nabla U$ (uu es el producto diádico y U es un escalar) se obtiene:

$$\iiint_{\tau} [\nabla\nabla\nabla]U\,d\tau = \iiint_{\tau} \Delta U\,d\tau = \iint_{\sigma} [n\,.\,\nabla\nabla]U\,d\sigma \qquad (3)$$

que es generalización de la fórmula de Gauss

$$\iiint \Delta U\,d\tau = \iint (n\,.\,\nabla)\,U\,d\sigma.$$

Si U satisface la ecuación (2)

$$\Delta U = 0 \qquad (4)$$

se obtiene también la generalización del teorema de continuidad.

4) Con el cambio de variables

$$X_i = \delta\,\psi_i(\xi\eta) \quad i=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

mediante (3) se encuentra la ecuación (4) expresada en las coordenadas δ, ξ, η. En caso de simetría respecto a η se llega a la ecuación que se obtiene en estas coordenadas, partiendo de (1).

Se logra la separación de variables con la solución

$$U = R(\delta)\,\psi_i\,(\mu\xi, \nu\eta)$$

obteniéndose una ecuación en $R(\delta)$ que es satisfecha (3) por $\delta_{\mu+\nu}$:

La solución general se expresa:

$$U = \sum_{\mu,\nu} \delta_{\mu+\nu} (\psi_0(\mu\xi, \nu\eta) + \psi_1(\mu\xi, \nu\eta) + \psi_2(\mu\xi, \nu\eta)).$$

ANTONIO E. RODRÍGUEZ y JOSÉ A. BALSEIRO (La Plata): *Estudio de la estructura de láminas de bismuto obtenidas electrolíticamente y por condensación de sus vapores en el vacío. Influencia de un campo magnético.*

Ya se han expuesto en un trabajo anterior (1) los fundamentos que permiten suponer la existencia de una modificación de la estructura de láminas de bismuto, cuando actúa un campo magnético durante el proceso de cristalización. En efecto, tanto las láminas electrolíticas (L_e) como las obtenidas por condensación de sus vapores en el vacío (L_c), presentan una estructura fibrada. Estas estructuras fibradas pueden ser consideradas de acuerdo con las ideas de Brück (2), verdaderas estructuras mosaicas primarias (3), que sabemos pueden ser afectadas muy fácilmente por la presencia de agentes exteriores durante el proceso de cristalización.

Con el objeto de trabajar en las condiciones óptimas de orientación de los microcristales se ha estudiado su dependencia con el espesor y la temperatura.

Mediante el auxilio del análisis roentgenográfico se ha podido establecer que:

a) Las láminas L_c presentan una fibro-estructura cuyo eje de fibra coincide con la normal al catodo. La cara que yace paralelamente al catodo es la (110).

b) Las láminas L_c presentan una fibro-estructura cuyo eje coincide con la normal al soporte sobre el cual se deposita. La cara cristalográfica (111) yace paralelamente al soporte.

c) La orientación en las láminas L_e y L_c se define con el espesor de las muestras.

d) Las láminas L_c presentan un máximo de orientación de

(1) Revista de la Unión Matemát. Argentina, vol. X, p. 145, 1945.
(2) L. BRÜCK, *Annalen der Physik* 26, 3, p. 233.
(3) F. ZWICKY, *Physical Review*, 40, p. 63.

un 30 % cuando la temperatura del electrolito varía entre 0° y 30° C. A partir de esta temperatura en adelante el porcentaje disminuye hasta que finalmente a 100° C la desorientación de los micro-cristales es total.

e) Las láminas L_c presentan un máximo de orientación de un 100 % cuando la temperatura del soporte alcanza 110° C. Por arriba de esta temperatura el porcentaje de orientación de la cara (111) disminuye, apareciendo una nueva cara orientada, la (110), a la temperatura de 160° C.

f) Las láminas L_e^m y L_c^m, obtenidas bajo la acción de un campo magnético intenso (8000 Gauss para L_e^m y 10.000 Gauss para L_c^m) presentan de acuerdo con el análisis roentgenográfico la misma estrutura que las L_e y L_c obtenidcas fuera del campo magnético.

Para completar el presente trabajo se ha hecho el estudio de la medida de la conductividad magneto-eléctrica de las láminas obtenidas en presencia y ausencia del campo magnético, en función de la posición de la lámina respecto de las líneas del campo.

Este estudio ha permitido encontrar diferencias en la conductividad magneto-eléctrica entre las láminas L_c y L_c^m. No existe en cambio ninguna diferencia para las láminas L_e y L_e^m.

J. J. R. ENGEL (La Plata): *Análisis roentgenográfico del fenómeno de vulcanización del aceite de lino.*

Mediante un proceso de vulcanización realizado con azufre o monocloruro de azufre se obtiene un polímero del aceite de lino. Se caracteriza este producto por su consistencia gomosa, elasticidad a la compresión, insolubilidad en la mayoría de los solventes y otras características propias de substitutos cauchíferos. Empero también son múltiples los defectos de este polímero, p. ej. su baja resistencia a la tracción y a la abrasión, propiedades que limitan su aplicación práctica. En el presente estudio se han preparado varios tipos de estos polímeros analizando con rayos X las distintas fases de la reacción química del proceso de polimerización. Se ha llegado a descubrir en esta forma el defecto principal, postulándose también una estructura probable del material. He aquí los resultados más importantes del trabajo.

Pueden observarse durante la reacción de polimerización del aceite de lino con los agentes vulcanizantes mencionados tres fases distintas, bien diferenciadas en los roentgenogramas.

En la *primera fase* de la reacción ocurre una adición de azufre de los triglicéridos del aceite de lino. El fenómeno se manifiesta en el roentgenograma (diagrama de Laue) en una disminución del radio del anillo amorfo que es propio del aceite de lino. Los centros de difracción que en el aceite se encuentran a $d_1 = 4{,}6\,\mathring{A}$ de distancia se alejan en la primera fase de reacción hasta $d_1 = 5{,}04\,\mathring{A}$. Se demuestra que estos valores miden el diámetro de las moléculas del triglicérido del aceite, diámetro que por la introducción del azufre aumenta.

En la segunda fase de la reacción hace su aparición en el roentgenograma un segundo anillo amorfo que se ha llamado anillo de polimerización. Las dimensiones correspondientes a los dos anillos de esta fase son $d_1 = 5{,}04\,\mathring{A}$ y $d_2 = 13{,}3\,\mathring{A}$. La dimensión d_1 tiene el mismo significado que se le ha atribuído ya en la primera fase, en cambio la dimensión d_2 es una nueva dimensión vinculada al proceso de polimerización. Estudios de intensidad de los anillos demuestran que el anillo correspondiente a d_1 se debilita a medida que progresa la polimerización, en cambio el anillo de polimerización (d_2) se intensifica.

En la *tercera y última fase* desaparece totalmente el anillo correspondiente a d_1, alcanzando máxima nitidez e intensidad el anillo de polimerización, siendo su dimensión $d_2 = 10{,}8\,\mathring{A}$ ó sea menor al $d_2 = 13{,}3\,\mathring{A}$ de la segunda fase de la reacción.

Con los datos roentgenográficos y conforme a las consideraciones estructurales químicas se propone la estructura esquemática de la figura 1, espacial para el polímero del aceite de lino vulcanizado.

Las rayas largas unidas en grupos de a tres por una raya en su base representan las moléculas de triglicéridos. Evidentemente la base (raya corta) simboliza la molécula de glicerina mientras que las rayas largas simbolizan los ácidos grasos con las dobles ligaduras sulfuradas. Cada molécula de triglicérido sulfurado se encuentra unida a otra por un puente de azufre entre las bases. La molécula fundamental del polímero está constituída entonces

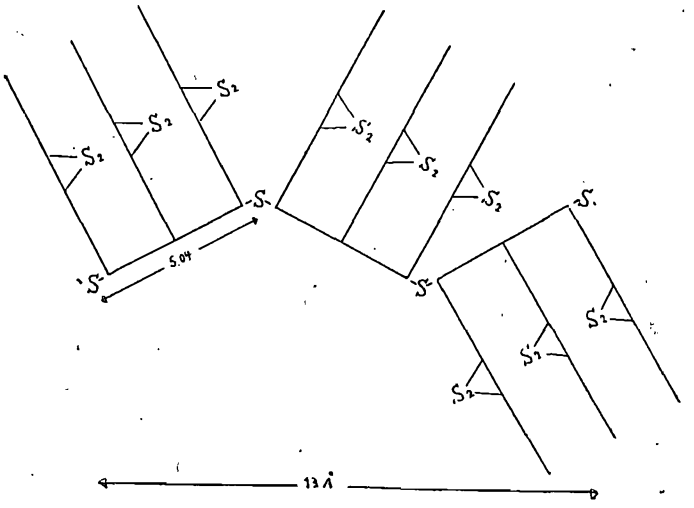

Fig. 1

S = átomos de azufre

por tres moléculas de triglicéridos unidas por puentes de azufre, siendo la longitud de la cadena básica 10,8 Å. He aquí el defecto fundamental del polímero: cadena básica demasiado corta y por lo tanto poca resistencia a la tracción. Durante la reacción de polimerización hay un momento en el cual la longitud de la cadena alcanza 13,3 Å (segunda fase de reacción) pero a medida que polimerizan más unidades hay a causa de un fenómeno de impedimiento espacial un acercamiento de los extremos del polímero hasta la dimensión final de $d_2 = 10{,}8$ Å.

Roentgenogramas obtenidos con el polímero sometido a presión muestran un principio de estructuración fibrada. El fenómeno es muy débil y confirma la falta de unidades moleculares largas indispensables en cuerpos cauchíferos elásticos.

Jacobo M. Goldschvartz (Buenos Aires): *Sobre la recuperación del carbón utilizado en los transmisores telefónicos.*

La recuperación o regeneración del carbón utilizado en los transmisores telefónicos, problema de carácter industrial originado

por la escasez de materiales, se ha solucionado mediante un proceso de desgasificación en vacío.

El carbón granular que se utiliza es una antracita con un bajo porcentaje de cenizas sometida, durante la preparación, a un proceso de calcinación. Su dureza, próxima a la del diamante, su resistencia mecánica, la elasticidad, la conductividad del calor, la conductividad eléctrica, su infusibilidad, el hecho de que sus óxidos son gases y otras propiedades, hacen que sea un material insustituible para las cápsulas microfónicas. El tamaño de los gránulos es tal que hay 50.000 en un centímetro cúbico.

Previamente a la desgasificación y a fin de tener la certeza de que el carbón proveniente de las cápsulas inutilizadas no está mecánicamente afectado, se procedió a realizar un análisis microscópico de la forma y de la estructura superficial de los gránulos de carbón. Este análisis consta: a) observación de ángulos y bordes, b) observación de superficies.

Confirmado el hecho de que el carbón no se encuentra mecánicamente afectado y en conocimiento de lo ssiguientes hechos: por una parte, que los micrófonos inutilizados presentan una gran caída de tensión y, en consecuencia, que su resistencia es anormalmente grande; por otra parte, conociendo la propiedad del carbón respecto de la adsorción y de la absorción de los gases, se procedió a ensayar procesos de desengrasado con tetracloruro de carbono destilado y de desgasificación en vacío (activación) e introduciendo sucesivas mejoras hasta obtener resultados concretos y positivos.

El calentamiento de los gránulos de carbón se obtiene indirectamente introduciéndoles en un crisol de níquel que se encuentra sostenido dentro del recipiente de vidrio Pyrex de la instalación de vacío por una pieza de cuarzo o de lava volcánica. A su vez, el crisol de níquel se calienta por inducción mediante un oscilador electrónico de una frecuencia de 500 Kilociclos y cuya potencia de entrada es de 750 Watts.

Los procesos y, en particular, la temperatura de desgasificación, están condicionados por los límites impuestos en la prueba industrial a que se someten los transmisores telefónicos. Se ha encontrado un resltado satisfactorio estando el crisol a una temperatura entre 900° y 1000° durante una hora.

Es de notar que todas las muestras se han obtenido de cantidades relativamente grandes de carbón.

1)	C. J. Christensen and G. L. Pearson:	B.S.T.J., *11*, 197 (April 1936).
2)	F. S. Goucher:	Bell Lab. Record. *8*, 566 (August 1930).
3)	F. S. Goucher:	Bell Lab. Record. *13*, 332 (July 1935).
4)	J. R. Haynes:	Bell Lab. Record *13*, 337 (July 1935).
5)	F. S. Goucher:	Journal Franklin Inst. *217*, 407 (1934). B.S.T.J. *13*, 163 (1934).
6)	A. W. Hull and N. N. Williams:	Phys. Rev. *25*, 173 (1925).
7)	R. R. Williams:	B.S.T.J. *9*, 603-621 (Oct. 1930).
8)	P. S. Olmsted:	The J. Physical Chemistry *33*, 69-80 (January 1929).
9)	H. H. Lowry:	The J. of Physical Chemistry *33*, 1332-1342 (September 1929).
10)	H. H. Lowry:	The J. of Physical Chemistry *34*, 6373 (January 1930).

Carlos Tomassoni (La Plata): *Análisis espectral cualitativo de la sangre humana.*

Un preparado especial de sangre humana es analizado espectrográficamente, utilizando para ello, arco entre electrodos de carbones Hilger. El preparado se obtiene quemando la materia orgánica a 250° C en cápsula de cuarzo, y después de pulverizado el residuo, es calcinado en la mufla a 40° C.

Muestras de distinta procedencia revelan la presencia de los mismos elementos en la sangre, a saber, Fe, Ca, K, Mg, P, Si, Al, Pb, Ba, St, Rb, Cu, Li, Mn.

DOCTORA ESTHER FERRARI DESCOLE

1915 - 1945

El 28 de septiembre de 1945 falleció en Buenos Aires, después de una penosa enfermedad, nuestra socia fundadora y colega, Doctora Esther Ferrari Descole. La Unión Matemática Argentina sufre sensible pérdida y una de nuestras más fundadas esperanzas dentro del limitado ámbito de la incipiente investigación matemática en el país, se desvanece para siempre.

Había nacido el 28 de mayo de 1915. Cursados los estudios primarios en la «Euskal Echea» y el bachillerato en el Liceo «Santa Rosa», del cual egresó en 1931, se licenció con diploma de honor, en 1938, en Ciencias Físico-matemáticas, en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires.

Obtuvo el Premio «Pedro A. Cervino» de la institución Mitre correspondiente al bienio 1942-1943. En 1943 obtuvo la más alta clasificación con su tesis doctoral sobre espacios abstractos generales, coronando brillantemente su carrera universitaria.

En nuestra Revista (publicación Nº. 19) se ocupó de la «paradoja de Bertrand» con una acertada crítica a un prestigioso sabio extranjero; y otro trabajo sobre espacios abstractos generales, presentado a las Primeras Jornadas Matemáticas Argentinas, está en prensa en el Volúmen VII, de homenaje a su maestro Dr. Julio Rey Pastor, publicado por el Instituto de Matemáticas de la Universidad del Litoral.

En todos los que la conocimos y pudimos apreciar sus valiosísimas dotes morales e intelectuales y las excelencias de su carácter, íntegro y justiciero, bondadoso en su trato, pero enérgico y valiente al servicio de toda idea noble, deja la terrible desgracia una honda impresión de inconsolable pena, al recordar su bondad, su vocación y su malograda juventud.

CRONICA

LA SEXTA REUNION DE LA ASOCIACION FISICA ARGENTINA

En la semana del 17 al 22 de setiembre último tuvieron efecto, simultáneamente, las Segundas Jornadas Matemáticas Argentinas y la Sexta Reunión de la Asociación Física Argentina.

La Sesión Inaugural Conjunta se realizó el día 17 de setiembre a las 18 horas en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales. El Decano de la Facultad, Ing. Pedro Mendiondo, pronunció las palabras de apertura, y luego hablaron los Dres. Teófilo Isnardi y Alberto González Domínguez.

Finalizó el acto con la presentación de credenciales por el Ing. J. Costa Ribeiro, que asistía al Congreso representando, oficialmente, a la Facultad de Filosofía de Río de Janeiro.

En la sesión del 18 se designaron las siguientes autoridades para la Sexta Reunión:

Presidente: Dr. Teófilo Isnardi
Vice-Presidentes: Ing. J. Costa Ribeiro
» Dr. José Würschmidt
Secretario: Ing. Ernesto E. Galloni

El mismo día 18 por la tarde, fué aprobada por unanimidad la siguiente declaración:

"Los físicos argentinos, reunidos en el Congreso de Matemáticas, "Física y Astronomía, manifiestan su adhesión a la declaración de los señores "Rectores de las Universidades Argentinas en el sentido de la necesidad de "un inmediato retorno a la normalidad institucional del país y resuelven, con "ese motivo, postergar la sesión científica que debían realizar el día 19 del "corriente".

Por otra parte, como el Dr. Enrique Loedel Palumbo se retirara de la reunión anunciando su renuncia como socio de la AFA, se resolvió designar Secretario Local en La Plata al Ing. Fidel Alsina Fuertes.

Luego se resolvió nombrar un tesorero, recayendo la designación en la Sra. Estrella Mazzolli de Mathov, y se encomendó a los secretarios locales la redacción de las normas que se aplicarán para la renovación de las autoridades de la Asociación.

El Dr. J. Würschmidt, Secretario Local en Tucumán, informó de los adelantos realizados, y se le otorgó un voto de aplauso.

En Rosario, la AFA contribuyó con una conferencia de la señora C. Mossin Kotin sobre la desintegración del átomo, que despertó mucho interés. Esta conferencia sirvió para apoyar el importante anuncio de un proyecto rosarino, relativo al establecimiento de la carrera de doctorado en Matemática y en Física, hecho por el Ing. Cortes Plá, Decano de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas.

Se resolvió que la Séptima Reunión de la Afa tendrá lugar durante la Semana Santa del año que viene en Tucumán.

Los miembros del Congreso se reunieron en una cena en el local del Club Universitario de Buenos Aires, transcurrida en un ambiente cordial y simpático, al que dió realce la presencia de numerosas damas. Los brindis estuvieron a cargo de los Dres. Gaviola, Costa Ribeiro y Durañona y Vedia.

Los delegados asistieron a dos "cocktail parties" muy amablemente ofrecidos, uno por el Ing. Pedro Mendiondo, Decano de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, en las dependencias de la Facultad, y el otro por el Ing. Ernesto E. Galloni y señora, en su casa.

Antes de partir de regreso a su país, el Ing. Costa Ribeiro y su señora esposa ofrecieron un almuerzo de despedida a un grupo de participantes del Congreso y sus esposas.

La labor científica realizada en esta Sexta Reunión fué la siguiente:

17 de Setiembre a las 18 horas

Sesión inugural conjunta de las Segundas Jornadas Matemáticas y de la Sexta Reunión de la Asociación Física Argentina, en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

a) Ing. Pedro Mendiondo. (Decano de la Facultad): Palabras de apertura.
b) Dr. Teófilo Isnardi (Afa): Sobre las investigaciones físicas en nuestro país.
c) Dr. Alberto González Domínguez (Uma): Los estudios de matemáticas en el país.

18 de Setiembre

9.30 hs.: 2ª Sesión, en el Instituto de Física. Preside: Ing. Ernesto E. Galloni.

Informes:

1º Laura Levi (Montevideo): Sobre el análogo eléctrico del ferromagnetismo.
2º José Balseiro (Córdoba): El informe de W. Pauli, sobre la teoría de las partículas elementales.
3º Guido Beck (Córdoba): Ciclos tensoriales.

18 de Setiembre

16 hs.: 3ª Sesión, en el aula del Instituto de Física. Preside: Dr. Teófilo Isnardi.

Orden del día:

a) Informes sobre las actividades de la AFA., Ernesto E. Galloni.
b) Propuestas de temas para informes futuros, Guido Beck.

Comunicaciones:

1º Gleb Watághin (São Paulo): The statiscal mechanics at extremely high temperatures (se leyó el título).
2º J. Costa Ribeiro (Río de Janeiro): Sobre el efecto termo-dieléctrico (corrientes eléctricas asociadas a cambios de estado físico).
3º Mac Millan y Clara Massa (Buenos Aires): Estructura de AgO y Ag_3O_4.
4º Naum Mittelman (Buenos Aires): Sobre el efecto de Raman de β y γ Fagarina.
5º Augusto Battig (Tucumán): Sobre la radiación de Cherenkov (El concepto del fotón en un medio material).
6º Mario Bunge (Buenos Aires): Fenómenos de resonancia en la difusión de protones por neutrones.

20 de Setiembre

16 hs.: 4ª Sesión en el Instituto de Física. Preside: Dr. J. Costa Ribeiro.

Comunicaciones:

7º Teófilo Isnardi (Buenos Aires): El principio de isotropía y constancia de la velocidad de la luz.
8º Enrique Gaviola (Córdoba): El sodio en el espectro de *"Eta Carinae"*.
9º Ricardo Platzeck (Córdoba): Velocidades radiales en las Nubes de Magallanes.

10 EDUARDO LABIN (Buenos Aires): Corrección y estabilización de magnitudes físicas por reacción. (Se leyó el título).

11 FEDERICO VIERHELLER (La Plata): El método fotográfico y fotométrico en el estudio cuanti y cualitativo de la espectroscopía de absorción.

12 BERNHARD H. DAWSON (La Plata): Un método abreviado de compensación.

13 HERBERT WILKENS: Un efecto de la absorción interestelar de la luz.

14 SIMÓN GERSHANIK (La Plata): Sobre el movimiento en las estaciones sísmicas en relación con las fuerzas iniciales en el hipocentro. (Se leyó el título).

21 y 22 de Setiembre

Sesiones conjuntas con las Segundas Jornadas Matemáticas en la Facultad de Matemáticas de Rosario.

15 CECILIA MOSSIN KOTIN (Buenos Aires): Desintegración del átomo.

PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

VOLUMEN I (1936-1937), VOLUMEN II (1938-1939)

Notas y memorias de J. BABINI, C. BIGGERI, C. A. BULA, F. CERNUSCHI, J. A. DEL PERAL, J. FAYET, Y. FRENKEL, F. L. GASPAR, A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, T. LEVI-CIVITA, M. PETROVICH, J. REY PASTOR, S. RIOS, F. TORANZOS.

Bibliografía, Extractos, Crónica, Revista de revistas, etc.

VOL. III (1938-1939). VOL. IV (1939). VOL. V (1940). VOL. VI (1940-1942)

Fascículos separados

Nº 1. — GINO LORIA. *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina.*

» 2. — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre las series de funciones de Hermite.*

» 3. — MICHEL PETROVICH. *Remarques arithmétiques sur une équation differentielle du premier ordre.*

» 4. — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace.*

» 5. — NIKOLÁ OBRECHKOFF. *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes.*

» 6. — RICARDO SAN JUAN. *Derivación e integración de series asintóticas.*

» 7. — Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri.

» 8. — F. AMODEO. *Origen y desarrollo de la Geometría Proyectiva.*

» 9. — CLOTILDE A. BULA. *Teoría y cálculo de los momentos dobles.*

» 10 — CLOTILDE A. BULA. *Cálculo de superficies de frecuencia.*

» 11. — R. FRUCHT. *Zur Geometrie auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida).*

» 12. — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux.*

» 13. — F. TORANZOS. *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan.*

» 14. — M. BALANZAT. *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos.*

» 15. — G. KNIE. *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista.*

» 16. — A. TERRACINI. *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas.*

» 17. — L. A. SANTALÓ. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por n rectas arbitrarias.*

» 18. — A. WINTNER. *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades).*

» 19. — E. FERRARI. *Sobre la paradoja de Bertrand.*

» 20. — J. BABINI. *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre.*

» 21. — R. SAN JUAN. *Un algoritmo de sumación de series divergentes.*

» 22. — A. TERRACINI. *Sobre algunos lugares geométricos.*

» 23. — V. y A. FRAILE y C. CRESPO. *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano.*

» 24. — R. FRUCHT. *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes.*

» 25. — E. R. RAIMONDI. *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos.*

VOL. VII (1940-1941). VOL. VIII (1942). VOL. IX (1943). VOL. X (1944-1945)

Notas y memorias de J. BABINI, M. BALANZAT, J. BARRAL SOUTO, G. BECK, M. BUNGE, H. E. CALCAGNO, E. A. DE CESARE, E. FERRARI, V. y A. FRAILE y C. CRESPO, Y. FRENKEL, R. FRUCHT, E. GASPAR, F. L. GASPAR, A. J. GUARNIERI, J. E. HERRERA, G. KNIE, N. KRIVOSHEIN, W. MÄCHLER, E. R. RAIMONDI, J. J. REBELLA, J. REY PASTOR, S. RIOS, P. ROSSELL SOLER, M. SADOSKY, R. SAN JUAN, L. A. SANTALÓ, S. SISPÁNOV, A. TERRACINI.

Informes de las reuniones de la Asociación Física Argentina.

Soluciones de temas propuestos, Bibliografía, Crónica, etc.

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo.*

Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico.*

Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito.*

Nº 4. — JULIO REY PASTOR. *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones.* Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF.

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea matemática*

SUMARIO

PÁG.

La satélite conforme de una curva algebraica general, por Edward Kasner 77

Sobre las soluciones de la ecuación $yy'' = \Phi(y')$ que pasan por dos puntos del semi-plano $y > 0$, por Mauricio Matos Peixoto .. 84

Asociación Física Argentina. Informes y comunicaciones de la Quinta reunión 92

Doctora Esther Ferrari Descole 1915-1945 112

Crónica. La sexta reunión de la Asociación Física Argentina 113

Contribuyen especialmente al sostenimiento de las publicaciones de la UNION MATEMATICA ARGENTINA los siguientes

MIEMBROS PROTECTORES

COMPAÑÍA INDUSTRIAL DEL NORTE DE SANTA FE. INGENIO AZUCARERO "ARNO" (Villa Ocampo. F. C. S. F.). — JULIO REY PASTOR (Buenos Aires). — T. G. BERLENGIERI y CIA. (Rosario). — TRICERRI HNOS. (Rosario). — MANUEL GUITARTE (Buenos Aires). — CLOTILDE A. BULA (Rosario). — ELBA R. RAIMONDI (Buenos Aires). — FERNANDO L. GASPAR (Rosario). — CARLOS ISELLA (Rosario). — PEDRO J. TRICERRI (Rosario).