

# REVISTA

DE LA

# UNION MATEMATICA ARGENTINA

(MIEMBRO DEL PATRONATO DE LA MATHEMATICAL REVIEWS)

ORGANO DE LA

## ASOCIACION FISICA ARGENTINA

REDACTADA por

J. Babini (Director), J. Rey Pastor, L. A. Santaló y E. Gaviola (Delegado de la A. F. A.)



MIEMBROS TITULARES DE LA U. M. A.

J. BABINI (Santa Fe) (fundador). — M. BALANZAT (San Luis). — J. BARRAL SOUTO (B. Aires) (fundador). — C. A. BULA (Rosario) (fundador). — E. CO-ROMINAS (Mendoza). — E. CHICHIZOLA (Rosario). — C. DIEULEFAIT (Rosario) (fundador). — A. DURANOÑA Y VEDIA (B. Aires). — FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICAS Y NATURALES (B. Aires) (fundador). — FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS (Rosario) (fundador). — FACULTAD DE QUÍMICA INDUSTRIAL (Santa Fe) (fundador). — Y. FRENKEL (B. Aires). — E. GASPAR (Rosario) (Fundador). — F. L. GASPAR (Rosario) (fundador). — J. GIANNONE (Rosario) (fundador). — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ (Buenos Aires) (fundador). — J. GONZÁLEZ GALE (Buenos Aires) (fundador). — M. GUITARTE (Buenos Aires) (fundador). — W. S. HILL (Montevideo) (fundador). — C. ISELLA (Rosario) (fundador). — H. MAGLIANO (La Plata). — OBSERVATORIO ASTRONÓMICO (La Plata). — J. OLGUIN (Rosario) (fundador). — P. PÍ CALLEJA (San Juan). — E. R. RAIMONDI (Buenos Aires) (fundador). — J. E. REYNAL (Buenos Aires). — J. REY PASTOR (Buenos Aires) (fundador). — E. L. SAMATÁN (Buenos Aires) (fundador). — L. A. SANTALÓ (Rosario) (fundador). — J. SORTHEIX (Tucumán) (fundador). — D. T. A. DE SPELUZZI (Buenos Aires) (fundador). — E. TERRADAS (La Plata) (fundador). — F. TORANZOS (La Plata). — E. H. ZARANTONELLO (La Plata).



BUENOS AIRES

1946

# UNION MATEMATICA ARGENTINA

## JUNTA DIRECTIVA

Presidente, Alejandro Terracini, Salta 417, Tucumán  
Vicepresidentes, Agustín Durañona y Vedia. Alberto E. Sagastume Berra.  
Secretarios, Máximo Valentinuzzi (Buenos Aires). Luis A. Santaló (Litoral).  
Angel J. Guarnieri (Cuyo). Félix E. Herrera (Tucumán). Eduardo Zarantol-  
nello (La Plata). Ricardo Platzcek (Córdoba). Tesorera, Clotilde A. Bula.  
Protesorera, Yanny Frenkel de Cotlar.

## REPRESENTANTES EN EL EXTRANJERO

Ing. Rafael Laguardia (Uruguay). Ing. José Luis Massera (Uruguay).  
Dr. Sergio Sispánov (Paraguay). Dr. Godofredo García (Perú). Dr. Leopoldo  
Nachbin (Brasil). Dr. Roberto Frucht (Chile). Dr. Peter Thullen (Ecuador).  
Dr. Mario González (Cuba).

---

Para ingresar como miembro titular de la Unión Matemática Argentina,  
es necesaria la presentación del solicitante por dos socios fundadores, la admi-  
sión por la Junta, y el pago de una cuota de \$ 5. — m/n. mensuales o de \$ 50.—  
anuales.

Para ingresar como miembro adherente (con derecho a la Revista y a las  
Memorias en fascículos separados) es necesario el pago de una cuota de \$ 10.—  
anuales. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio libre de  
gastos, a la orden de la Tesorera, Prof. Clotilde A. Bula, Lavalle 1115, Rosario.

Los señores miembros adherentes domiciliados en la Ciudad de Buenos Aires  
podrán, si lo prefieren, efectuar su pago en doce cuotas mensuales de \$ 1.00  
m/n. cada una, que serán cobradas a domicilio.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la Mathematical Reviews  
(sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a  
esa importante revista de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el  
precio de suscripción que es de 13 dólares por año. Los socios de la U. M. A.  
pagarán por tanto sólo 6.50 dólares por año.

Los trabajos originales enviados para su publicación serán previamente  
analizados por un ponente, quien emitirá dictamen acerca de la novedad y  
corrección de sus resultados.

La impresión de las tiradas aparte, y las correcciones extraordinarias de  
pruebas, son por cuenta de los autores.

---

Abonnement annuel à l'étranger: 4.00 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifique et administrative  
à l'adresse ci-dessous:

SR. SECRETARIO DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

Dr. MÁXIMO VALENTINUZZI

Gascón 520, Buenos Aires (REP. ARGENTINA)

---

## ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Para ingresar a la Asociación Física Argentina debe abonarse una cuota  
mensual de \$ 5.— m/n. Los estudiantes de física y de astronomía pagarán una  
cuota mensual de \$ 1.— m/n.

Presidente: Enrique Gaviola

Tesorera: Estrella Mazzolli de Mathov, Buenos Aires, San Juan 1931.

Secretarios Locales: Ernesto E. Galloni, Buenos Aires, Yermal 1763.

Fidel Alsina Fuertes, La Plata, calle 44, Nº 717.

Guido Beck, Córdoba, Laprida 922.

José Würschmidt, Tucumán, Laprida 765.

REVISTA  
DE LA  
UNION MATEMATICA ARGENTINA

ORGANO DE LA  
ASOCIACION FISICA ARGENTINA

VOLUMEN XII  
1946 - 1947

□

BUENOS AIRES  
1946



## FEDERIGO ENRIQUES

HOMENAJE DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

El fallecimiento del matemático y epistemólogo Federico Enriques ha causado un hondo sentimiento de pesar en la Unión Matemática Argentina, entre cuyos asociados era muy apreciada su obra científica, histórica, filosófica y didáctica. Tal pérdida, dolorosa para todos, fué particularmente sensible para aquellos que llegaron a conocer y estimar personalmente al ilustre hombre de ciencia con motivo de su visita al país, en 1928.

Al conocerse la noticia, el presidente de la Unión Matemática Argentina envió al profesor Guido Castelnuovo la siguiente nota de pésame:

Buenos Aires, 12 luglio 1946.

*Chiarissimo Prof. Guido Castelnuovo*

*Via Boncompagni 16, Roma (Italia)*

*Chiarissimo Prof. Castelnuovo:*

*La Unione Matematica Argentina ha appreso con profondo dolore la notizia della morte del prof. Federico Enriques. Scompare con Lui un matematico che con la Sua opera fondamentale di ricercatore, con l'attività dedicata all'insegnamento e all'organizzazione scientifica, con la Sua elevata visione della scienza raggiunse una fama mondiale, e lascia un vuoto oltremodo sensibile.*

*I matematici argentini che durante la Sua permanenza in questo Paese, ebbero la ventura di conoscerlo personalmente come Uomo e come Matematico, insieme con quelli che unicamente poterono apprezzarlo attraverso le Sue opere, si associano al lutto di tutto il mondo matematico. La Unione Matematica Argentina, che commemoró l'Estinto nella riunione tenuta il giorno 8 u. s. in Buenos Aires, in cui presero la parola i dottori*

*Terracini e Rey Pastor, invia a Lei l'espressione delle più profonde condoglianze, pregandola farsene interprete presso la famiglia tutta.*

*Con devoto ossequio.*

M. VALENTINUZZI  
Secretario

A. TERRACINI  
Presidente

Por otra parte, la Unión Matemática Argentina, y el profesor Beppo Levi resolvieron patrocinar y centralizar las adhesiones y contribuciones del Fondo Federigo Enriques, en la forma que damos cuenta en otra sección de esta Revista.

A continuación transcribimos las palabras que, en homenaje a la memoria del ilustre hombre de ciencia desaparecido, pronunciaron en la reunión del 8 de julio pasado, el presidente de la Unión Matemática Argentina, Doctor Alejandro Terracini, y el Doctor Julio Rey Pastor.

El Doctor Terracini expresó lo siguiente:

Nos ha llegado en estos días la noticia del fallecimiento de Federigo Enriques, ocurrido en Roma el día 14 de Junio último. Nació Enriques en Liorna el 5 de Enero de 1871, justamente, si no me equivoco, el mismo día del mismo año que otro geómetra, Gino Fano, el cual debía más adelante colaborar con Enriques en el estudio de los grupos continuos finitos de transformaciones cremonianas. Determinó Enriques todos los tipos de esos grupos en el plano, y luego — junto con Fano — en el espacio.

Egresado de la Universidad de Pisa en 1891, después de un breve perfeccionamiento en Roma, llegó pronto Enriques a la cátedra universitaria en Bolonia: en esta cátedra de geometría proyectiva y descriptiva es en donde elaboró definitivamente su muy conocido tratado de geometría proyectiva, en el cual la obra creada por el genio de Staudt encontró un epígono, que la colocó al abrigo de las objeciones que formulara Klein, sin salir de la sólida y clásica elegancia del marco que Staudt quiso imponerse.

Por lo demás, la crítica de los fundamentos de la matemática atrajo la atención de Enriques también bajo otros aspectos: prescindiendo de las «Questioni riguardanti le matematiche elementari», que se mencionarán más adelante, véase por ejemplo

su artículo sobre los Principios de la Geometría en la Encykl. der math. Wissenschaften.

Uno de los campos más brillantes de su actuación lo brindó a Enriques la geometría sobre una superficie algebraica, en donde obtuvo resultados fundamentales (sistemas lineales de curvas sobre la superficie algebraica, teoría de los invariantes en las transformaciones birracionales, clasificación de las superficies algebraicas con respecto a dichas transformaciones, etc.): Una obra de conjunto la constituyen las «Lezioni sulla teoria delle superficie algebriche raccolte da L. Campedelli». Esa actuación no dejó de reflejarse en el campo más elemental de la geometría sobre una curva algebraica: la introducción del género mediante la serie jacobiana de una serie lineal se debe precisamente a Enriques.

Ni quisiera pasar por alto el descubrimiento, por parte de Enriques, de la primera involución irracional en el espacio: brillante contrapartida a lo que hiciera su cuñado y colaborador Castelnuovo, cuando demostró la racionalidad de *todas* las involuciones en el plano.

Debo decir, sin embargo, que en el momento mismo en el que trato de referirme a un aspecto determinado de la obra de Enriques, por importante que sea, tengo como la impresión de despedazar indebidamente en una tentativa analítica inadecuada los que más a menudo han sido en Enriques aspectos y momentos varios de un espíritu sintético. No es, por ejemplo, una casualidad que el método, digamos intrínseco, en el cual el desarrollo de una teoría tiene el mismo carácter invariante que la formulación de sus problemas, se halla transplantado en Enriques de la geometría proyectiva a la algebraica.

Es esta una forma de la continuidad del pensamiento en Enriques. Pero no la única, porque la continuidad del pensamiento encuentra en él otras formas de su extrinsecación, en ciertos aspectos casi antitéticas respecto a la anterior, cuando él concibe un tratado, la «Teoría geometrica delle equazioni», como una sistematización del estado actual de la ciencia, en el cual se piensa como en un eslabón de un desarrollo, que no debe aislarse de los caminos distintos que han llevado a ese punto. Ni hay que excluir de la comparación —son palabras de Enriques— los procedimientos parciales o imperfectos, con el propósito de corregir y aclarar unos con otros, haciendo resaltar cuanto hay de deficiente en cada concepción parcial de las teorías.

Y otro aspecto concreto en el cual cristaliza en Enriques la noción general de la continuidad es, por ejemplo, el de concebir, aun fuera del campo puramente enumerativo, una figura general como individuo de una clase, aprovechando los casos límites, o degenerados, para remontar de ellos al caso general.

Por lo demás, todos los rasgos de su obra responden siempre a una visión elevada de la forma en la cual hay que encarar un problema. Y — pese a que se trate de un detalle — quisiera mencionar que Enriques siempre tuvo la conciencia exacta de cuál es el grado de generalidad con el cual conviene encarar un problema, sin desperdiciar por un lado en la búsqueda de una inútil generalidad la claridad de una idea que puede explicarse en un caso particular, y sin caer, por otro lado, en el peligro de un conocimiento de detalle que resulta inadecuado para una teoría general.

Espíritu y personalidad poderosos, Enriques ha tenido innato el don del trabajo en colaboración, sea en la investigación, sea en el libro.

En las condiciones más distintas supo imprimirle a la colaboración gran parte de su personalidad, a la par que elegir sus colaboradores y potenciar al máximo su cooperación. Limitándose a la fase matemática de su actividad, han sido sus colaboradores, entre otros, Castelnuovo, Fano, Chisini, Amaldi, sin contar todos aquellos que, por iniciativa de Enriques, han contribuido a las «*Questioni riguardanti le Matematiche elementari*».

Y hasta otro aspecto bastante original adquirió la colaboración en Enriques. A veces, podría decirse, colaboró hasta con sus predecesores, cuando, después de pensar en la materia — como él lo dice — con plena libertad de espíritu constructivo, trataba de comprenderla históricamente, dándose cuenta a posteriori del origen de las ideas, tales como él las había reconstruido antes de consultar materialmente los escritos de sus predecesores.

El interés de Enriques para los principios de la matemática lo llevó casi por evolución natural al problema general de los principios de la ciencia y de la teoría del conocimiento científico; así como su anhelo hacia la comprensión de las teorías y del pensamiento a través del tiempo debía desembocar en la historia: sus «*Problemi della Scienza*», «*Scienza e razionalismo*», «*Per la storia della logica*», «*Storia del pensiero scientifico*» (en colaboración este último con Díaz de Santillana) que-

dan para atestiguar la actitud de Enriques fuera del campo matemático propiamente dicho.

Recién había vuelto a su cátedra, después de la separación impuesta por el fascismo, cuando le sorprendió la muerte. Confío en que de Enriques sobrevivan no sólo las conquistas específicas de su actuación, sino las ideas generales que la han dirigido, que se desprenden de su obra, y que aun más podemos apreciar los que hemos tenido la suerte de conocerlo personalmente.

A continuación el Dr. Rey Pastor pronunció sentidas frases de adhesión, que publicamos, ampliadas por el mismo:

Consternado por la terrible realidad que acaba de comunicarnos nuestro querido presidente, más dolorosa por la sorpresa que me produce en este momento, tras haberse rectificado no hace mucho la falsa noticia de la muerte del gran amigo, y cuando esperaba contestación, que ya no llegará, a una carta reciente, debo declarar las especiales razones de esta emoción que me impide coordinar frases dignas de tan excelsa figura intelectual y humana.

Todo matemático lamentará hondamente la desaparición del gran geómetra, cuyas contribuciones ha reseñado con su eminente autoridad científica el Dr. Terracini; pero quien además de tener esta profesión cultive la Epistemología y la Historia de la Ciencia, valuará como doble la pérdida, que afecta por igual a estos dos campos de actividad intelectual; y quien estime que por encima de la creación individual científica o filosófica, siempre efímera en el vertiginoso acrecer de la cultura, vale y perdura la obra de proselitismo, la creación de escuela, la publicación de obras que sigan enseñando más allá de la muerte del autor, admirará infinitamente más al gran organizador de obras en colaboración: las famosas *Questioni* que tanto y en tantos países ha elevado la cultura del profesorado secundario, la gran obra de Geometría algebraica en colaboración con su colega Chisini, la valiosísima colección «Per la Storia e la Filosofia delle Matematiche», que incluye los *Elementos* de Euclides, los *Principia* newtonianos, y otras obras clásicas, eruditamente anotadas; y en fin tantos libros originales, algunos en colaboración con eminentes especialistas adictos a su orientación científico-filosófica.

Agréguese a esta inmensa labor en los campos de la Ciencia, de la Epistemología y de la Historia, cuyo elenco in-

cluimos al final, su constante actividad en el Comité internacional de Síntesis científica, su colaboración en la revista *Scientia*, de la cual fué fundador y codirector, su proficua intervención en comisiones y congresos científicos y filosóficos, la dirección del veterano «Periodico di Matematiche», que elevó al máximo grado de prestigio y eficacia entre el profesorado secundario digno de tal título en todos los países cultos, y se tendrá aproximada idea de la fecundidad de esta vida ejemplar, equilibrada en sus múltiples actividades, modelo de lo que debería ser el humanismo de nuestro siglo.

Humanista integral, hábil organizador, perfecto caballero, hombre bondadoso y cordial, e insuperado maestro; todas estas cualidades, escasa cada una entre los humanos y de rarísima conjunción en un solo hombre, pudieron apreciar cuantos lo conocieron y trataron en su visita a la Argentina acaecida en el año 1928.

El brillo de sus ojos, que recordaban los de Dini, patriarca de los analistas italianos, era signo de la vivaz e inquieta inteligencia de ambos; pero sus mentalidades eran de distinto tipo; la de Enriques era imaginativa, romántica, enemiga de la seca abstracción y del rigor formal, que no cuadraba a su preclara estirpe de sefardita hispano, amante de las metáforas, enamorado de la clara luz mediterránea que en el orden intelectual se hace intuición; mentalidad de geómetra y de filósofo, pero no de algebrista. Algún seco algoritmista descubrirá sin duda en su copiosa producción, analizada con el microscopio lógico, descuidos de rigor, como abundan en la de Poincaré, Borel, Hadamard, geniales intuitivos; pero, ¡qué consoladora compensación nos ofrecen estos creadores, de visión telescópica y vuelo de águila!

A todos ellos superaba Enriques como maestro. Recuerdo aún, desde la muy remota fecha en que lo conocí en Bolonia y asistí a sus clases, amenas y sugestivas, cómo salía de la vetusta y gloriosa universidad, acompañado de sus adictos discípulos; cómo se detenía de trecho en trecho, trazando con el bastón figuras geométricas sobre el pavimento; y así avanzaba sin prisa el fraternal grupo, hasta la casa del maestro, por el camino más largo, para prolongar el diálogo peripatético.

Guardaré mientras viva nostálgica gratitud por su generoso discurso de presentación, cuando apadrinó mi conferencia en la

Universidad de Roma el año 1935. Nunca se congregó tan egregio auditorio para modesta exposición; en primera fila estaban Volterra, Scorza, Levi-Civita, Enriques, para sólo citar a los que nos precedieron en el viaje sin retorno; sabios maestros, espíritus nobles y generosos, que dieron gloria científica insuperada a la ciudad eterna.

Con la vida de Federigo Enriques se ha apagado una gran llamarada intelectual, en que se encendieron por medio siglo muchos focos de luz, que seguirán brillando en diversos países; incontables jóvenes discípulos prendieron en ella la antorcha de su vocación; y al extinguirse la luminaria perdurará su resplandor, menos fulgurante, pero más dilatado, con inextinguible luz de eternidad.

ALGUNAS OBRAS DE ENRIQUES SOBRE EPISTEMOLOGIA E  
HISTORIA DE LA CIENCIA

*Problemi della scienza*, Bologna, 1906.

*Scienza e razionalismo*, Bologna, 1912.

*Per la storia della logica. I principii e l'ordine della scienza nel concetto dei pensatori matematici*, Bologna, 1922.

*Storia del pensiero scientifico*. Vol. I. *Il mondo antico* (en colaboración con G. de Santillana), Bologna, 1932.

*Compendio di storia del pensiero scientifico, dall'antichità fino ai tempi moderni*. (En colaboración con G. de Santillana), Bologna, 1937.

*Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, 1938.

Colección *Per la storia e la filosofia delle matematiche*:

*Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*. Versión italiana en cuatro tomos, con notas y comentarios a cargo de Enriques y María T. Zappelloni (libros I, II, V, VI, X); Adriana Enriques (libro III); Amedeo Agostini (libros IV, XI, XII, XIII); Guido Rietti (libros VII, VIII) y Ruth Struik (libro X).

L. HEIBERG. *Matematiche, scienze naturali e medicina nell'antichità classica* (traducción de Gino Castelnuovo).

I. NEWTON. *Principii di filosofia naturale. Teoria della gravitazione* (Versión y notas críticas a cargo de F. Enriques y U. Forti).

E. RUFINI. *Il "Metodo" di Archimede e le origini dell'analisi infinitesimale nell'antichità*.

R. DEDEKIND. *Esenza e significato dei numeri. Continuità e numeri irrazionali*. (Versión y notas de O. Zariski).

U. FORTI. *Introduzione storica alla lettura del Dialogo sui massimi sistemi di Galileo Galilei*.

R. BOMBELLI. *L'Algebra* (Libros IV y V publicados por E. Bortolotti).

A. C. CLAIRAUT. *Teoria della forma della terra dedotti dai principii dell'Idrostatica*. (Versión y notas de M. Lombardini, con una nota histórica de Enriques).

## SOBRE UN PROBLEMA DE JUAN BERNOULLI

(Cuarta Parte)

por J. V. USPENSKY

15. Queda que examinemos el caso de  $S$  par siendo todavía  $n$  par. Entonces  $Q_n$  es necesariamente impar. Sea

$$mR + \frac{S}{2} \equiv r_m \pmod{S}; \quad 0 \leq r_m < S.$$

Entonces para encontrar  $K$  tenemos condiciones

$$\left[ \frac{r_m}{S} + m\omega \right] \equiv \left[ \frac{r_m}{S} + \frac{K}{S} \right]$$

para  $m=0, 1, 2, \dots, S-1$ . Puesto  $r_m = S-i$  de las congruencias

$$mR \equiv -\frac{S}{2} - i \pmod{S}$$

$$Q_n R \equiv -1 \pmod{S}$$

resulta

$$m \equiv Q_n i + \frac{S}{2} \pmod{S}.$$

En caso

$$Q_n i + \frac{S}{2} < S,$$

lo que se verifica cuando

$$2i \leq \mu,$$

la desigualdad

$$\frac{r_m}{S} + m\omega \geq 1$$

no está satisfecha a menos que

$$2i \leq x_n - \mu$$

o bien

$$2i \leq a_n - \mu.$$

Luego si  $\rho$  es el máximo entero tal que

$$2\rho \leq \mu, \quad 2\rho \leq a_n - \mu$$

tendremos

$$\left[ \frac{K}{S} - \frac{i}{S} \right] = 0$$

para  $i=1, 2, \dots, \rho$ . Por otra parte, pues que

$$\frac{(Q_n i - \frac{S}{2})(x_n - \mu)}{S(Q_n x_n + Q_{n-1})} < \frac{i}{S}$$

tendremos

$$\left[ \frac{K}{S} - \frac{i}{S} + 1 \right] = 0$$

para  $i=\rho+1, \rho+2, \dots$ . Luego necesariamente  $K=\rho$ . Busquemos ahora el mínimo  $m$  tal que

$$\frac{r_m}{S} + m\omega \geq 1$$

mientras  $i \geq \rho+1$ . Sustituyendo

$$m = \left( c + \frac{1}{2} \right) S + Q_n i$$

hallamos

$$c + \frac{1}{2} \geq \frac{i}{x_n - \mu}$$

y para que  $m$  sea mínimo es preciso tomar  $i = \rho + 1$  y buscar el mínimo entero  $c$  tal que

$$c + \frac{1}{2} \geq \frac{\rho + 1}{x_n - \mu}$$

Si

$$2\rho + 2 \leq x_n - \mu$$

o bien

$$2\rho + 2 \leq a_n - \mu$$

tenemos  $c = 0$  y en caso contrario  $c = 1$ . En efecto

$$2\rho \leq a_n - \mu \leq x_n - \mu$$

$$2 \leq 2(x_n - \mu)$$

y por tanto

$$2\rho + 2 \leq 3(x_n - \mu).$$

En lo sucesivo distinguimos dos casos:  $Q_{n+1}$  par y  $Q_{n+1}$  impar.

1º. Sea  $Q_{n+1}$  par. Entonces  $a_n - \mu$  es par también. En caso  $\mu < a_n - \mu$  debe ser  $2\rho \leq \mu$ , es decir

$$2\rho = \mu, \quad 2\rho + 2 \leq a_n - \mu \quad \text{si } \mu \text{ es par.}$$

$$2\rho = \mu - 1, \quad 2\rho + 2 = \mu + 1 \leq a_n - \mu \quad \text{si } \mu \text{ es impar.}$$

En ambos casos  $c = 0$  y

$$m = \frac{\mu + 2}{2} Q_n + \frac{S}{2} < \frac{(a_n - \mu + 2) Q_n + S}{2} = Q_n + \frac{Q_{n+1}}{2}$$

$$m = \frac{\mu + 1}{2} Q_n + \frac{S}{2} < \frac{(a_n - \mu + 1) Q_n + S}{2} = \frac{Q_n + Q_{n+1}}{2}$$

de donde se concluye que  $\frac{R}{S}$  no es aproximación óptima. Sea ahora  $\mu \geq a_n - \mu$ . Entonces

$$2\rho = a_n - \mu, \quad 2\rho + 2 > a_n - \mu$$

y luego  $c=1$ . Por consiguiente

$$m = \frac{Q_n(a_n - \mu + 2)}{2} + \frac{3}{2}S = Q_n + \frac{Q_{n+1}}{2} + S.$$

Vamos a ver que efectivamente este número es el punto de divergencia para  $\frac{R}{S}$ . Con tal objeto busquemos el mínimo  $m$  al cual corresponde  $i \leq \rho$  y tal que

$$\frac{r_m}{S} + m\omega \geq 2.$$

El tal  $m$  será

$$m = \left(h + \frac{1}{2}\right) S + Q_n$$

con  $h$  entero mínimo que satisface la desigualdad

$$2h + 1 \geq 2Q_n + \frac{2S+2}{x_n - \mu}.$$

La desigualdad

$$\left(h + \frac{1}{2}\right) S + Q_n > Q_n + \frac{Q_{n+1}}{2} + S.$$

resulta equivalente a

$$(2h - 1) S > Q_{n+1}.$$

Ya que

$$2h + 1 \geq 3Q_n + 2$$

tenemos

$$(2h - 1) S \geq 3Q_n S > Q_{n+1}$$

lo que se quería demostrar.

2º. Sea ahora  $Q_{n+1}$  impar y luego  $a_n - \mu$  impar también. Suponiendo  $\mu < a_n - \mu$  y  $\mu$  impar tenemos

$$2\rho = \mu - 1, 2\rho + 2 < a_n - \mu.$$

En caso  $\mu$  par y  $\mu + 1 < a_n - \mu$  tenemos  $2\rho = \mu$ ,  $2\rho + 2 < a_n - \mu$ .

En ambos casos  $c = 0$  y

$$m = Q_n(\rho + 1) + \frac{1}{2}S < \frac{a_n - \mu}{2}Q_n + \frac{1}{2}S = \frac{1}{2}Q_{n+1}$$

y por tanto no es  $\frac{R}{S}$  aproximación óptima. Sea ahora  $\mu + 1 = a_n - \mu$ ;

entonces  $2\rho + 2 = a_n - \mu + 1$  y  $c = 1$ . Finalmente si  $\mu \geq a_n - \mu$ , tenemos  $2\rho = a_n - \mu - 1$ ,  $2\rho + 2 = a_n - \mu + 1$  y otra vez  $c = 1$ . de modo que

$$m = \frac{a_n - \mu + 1}{2}Q_n + \frac{3}{2}S = \frac{Q_n + Q_{n+1}}{2} + S.$$

en tanto que  $\mu + 1 \geq a_n - \mu$  y este número será efectivamente el punto de divergencia correspondiente a  $\frac{R}{S}$ . Basta verificar la desigualdad

$$(2h - 1)S > Q_{n+1} - Q_n$$

donde  $h$  es el mínimo entero tal que

$$2h + 1 \geq 2Q_n + \frac{2S + 2}{x_n - \mu}.$$

En caso  $Q_n \geq 3$  tenemos  $2h + 1 \geq 7$ . En caso  $Q_n = 1$ , pues- que  $x_n - \mu \leq \mu + 1 + \vartheta$ ,  $\vartheta < 1$

$$\frac{2S + 2}{x_n - \mu} > 1.$$

y por tanto  $2h + 1 \geq 5$ . Luego

$$(2h - 1)S \geq 3S > Q_{n+1} - Q_n$$

lo que es cierto.

Una discusión en todo análoga se refiere al caso de  $n$  impar y conduce a las mismas conclusiones, sólo que debemos tomar, atribuyendo el mismo significado a  $\rho$  que antes

$$K = -\rho \text{ para } S \text{ impar}$$

$$K = -\rho - 1 \text{ para } S \text{ par}$$

y en caso  $n=1$ , cuando  $Q_1=1$ ,  $Q_0=0$ , suponer  $2\mu > a_1$ . Además en caso de  $x$  racional es preciso desarrollarle en fracción continua con impar número de elementos.

Si examinamos puntos de divergencia de todas las fracciones que pueden ser aproximaciones óptimas verificamos fácilmente que ellos crecen con crecientes denominadores y por tanto, en efecto, constituyan todas las aproximaciones óptimas posibles. Luego el problema está resuelto y queda sólo que presentemos la solución en forma definitiva conveniente para aplicación inmediata.

16. — Siendo  $\frac{M}{N}$  una aproximación óptima presentaremos la correspondiente serie de Bernoulli bajo la forma

$$\left( \frac{M}{N}, \frac{\nu M}{N} \right)$$

más conveniente para aplicación. En lo sucesivo daremos valores de  $M$  y  $N$  junto con reglas para encontrar  $\nu$  y el punto de divergencia  $L$ .

Convergentes principales:  $M = P_n$ ,  $N = Q_n$

1º.  $Q_n$  par.

$$\nu \equiv \frac{Q_n}{2} - Q_{n-1} \pmod{Q_n}, \quad n \text{ par}$$

$$\nu \equiv \frac{Q_n}{2} \pmod{Q_n}, \quad n \text{ impar}$$

$$L = Q_{n+1} + \frac{1}{2} Q_n \text{ si } Q_{n+2} > Q_{n+1} + Q_n$$

$$L = Q_{n+1} + \frac{3}{2} Q_n \text{ si } Q_{n+2} = Q_{n+1} + Q_n$$

2º.  $Q_n$  impar,  $Q_{n+1}$  par.

$$v \equiv (-1)^{n-1} \frac{Q_{n-1}}{2} \pmod{Q_n}, \quad Q_{n-1} \text{ par}$$

$$v \equiv (-1)^n \frac{Q_n - Q_{n-1}}{2} \pmod{Q_n}, \quad Q_{n-1} \text{ impar}$$

$$L = Q_n + \frac{1}{2} Q_{n+1}.$$

3°.  $Q_n$  impar,  $Q_{n+1}$  impar y  $Q_{n+1} > Q_n + Q_{n-1}$

$$v \equiv (-1)^{n-1} \frac{Q_{n-1}}{2} \pmod{Q_n}, \quad Q_{n-1} \text{ par}$$

$$v \equiv (-1)^n \frac{Q_n - Q_{n-1}}{2} \pmod{Q_n}, \quad Q_{n-1} \text{ impar}$$

$$L = \frac{Q_n + Q_{n+1}}{2}.$$

Convergentes intermedias:  $M = \mu P_n + P_{n-1}$ ,  $N = \mu Q_n + Q_{n-1}$

4°.  $Q_n$  impar,  $Q_{n+1}$  par

$$2\mu \geq a_n \text{ excepto } n=1; \text{ entonces } 2\mu > a_1$$

$$v \equiv -\frac{Q_{n+1}}{2} \pmod{S}, \quad n \text{ par}$$

$$v \equiv -Q_n - \frac{Q_{n+1}}{2} \pmod{S}, \quad n \text{ impar}$$

$$L = Q_n + \frac{1}{2} Q_{n+1} + S.$$

5°.  $Q_n$  impar,  $Q_{n+1}$  impar.

$$2\mu + 1 \geq a_n \text{ excepto } n=1; \text{ entonces } 2\mu > a_1$$

$$v \equiv -\frac{Q_{n+1} - Q_n}{2} \pmod{S}, \quad n \text{ par}$$

$$v \equiv -\frac{Q_{n+1} + Q_n}{2} \pmod{S}, \quad n \text{ impar}$$

$$L = \frac{Q_n + Q_{n+1}}{2} + S.$$

Para el caso  $b=0$  tenemos reglas siguientes: siempre  $M = P_n$ ,  $P = Q_n$  y

1°.  $n$  impar

$$v = 0$$

$$L = Q_n + Q_{n+1}.$$

2°.  $n$  par

$$v = Q_n - Q_{n-1}$$

$$L = Q_n + Q_{n+1}.$$

Hay que sustituir 0 por el primer término de la sucesión que resulta de la serie

$$\left( \frac{P_n}{Q_n}, \frac{vP_n}{Q_n} \right).$$

17. — Ahora, para terminar, examinemos algunos ejemplos numéricos.

*Ejemplo 1.* Se pide construir la tabla de  $\left[ m \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right]$  para  $m = 1, 2, \dots, 20$ .

Tenemos la fracción continua

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

con sus convergentes

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{8}{13}$$

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{8}{13} \quad \frac{13}{21}.$$



El primer punto de divergencia que sobrepasa 30 es 45 y la aproximación óptima que corresponde a él es  $\frac{4}{17}$ . El período de la serie  $(\frac{4}{17}, 0)$  es

$$0^4 1 (0^3 1)^3$$

y según la regla

$$v \equiv -28 \equiv 6 \pmod{17}$$

de modo que  $v=6$ . Luego el período buscado es  $0^2 1 (0^3 1)^2 0^4 1 0$ .

*Ejemplo 3.* Se pide construir la tabla de enteros próximos  $\{m\sqrt{2}\}$  para  $m=1, 2, \dots, 20$ .

De la fracción continua

$$\sqrt{2}-1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 + \frac{1}{2} + \dots}$$

se deduce

$$\frac{M}{N} = \frac{0}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{12}{29}$$

$$L = 2, 6, 11, 18, 35$$

El período de la serie  $(\frac{5}{12}, 0)$  es  $0^2 1 0 1 0^2 1 (01)^2$  y según la regla

$$v \equiv 6 - 5 \equiv 1 \pmod{2}; v=1.$$

Traspuesto 0 a la derecha logramos el grupo  $(01)^2 0^2 1 (01)^{20}$  de cuya repetición resultan 20 términos deseados

$$(01)^2 0^2 1 (01)^2 0 (01)^2 0^2 1 0$$

y la construcción de la tabla se acaba del modo siguiente

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} m = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ & \\ & \\ \{m\sqrt{2}\} = & 0, & 1, & 3, & 4, & 6, & 7, & 8, & 10, & 11, & 13, & 14, & 16, & 17, & 18, & 20, & 21, & 23, & 24, & 25, & 27, & 28 \end{array}$$

# ASOCIACION FISICA ARGENTINA

INFORMES Y COMUNICACIONES DE LA SEXTA REUNION

BUENOS AIRES, Instituto de Física, Perú 222, Setiembre de 1945

SESION DEL 18 DE SETIEMBRE (Mañana)

Preside: Ing. ERNESTO E. GALLONI

## *I n f o r m e s :*

LAURA LEVI (Instituto de Física, Montevideo): *Sobre el análogo eléctrico del ferro-magnetismo.*

Se sabe que las teorías de Langevin y Debye explican en forma paralela, a partir de la hipótesis de la polarización, el comportamiento magnético de las sustancias dia- y paramagnéticas por un lado, y el comportamiento eléctrico de la mayoría de los dieléctricos por el otro.

Weiss, introduciendo en la teoría de Langevin la hipótesis del campo interno y de los dominios, pudo hacer entrar en cuadro también los fenómenos ferromagnéticos, que se caracterizan por el valor elevado y dependiente en forma no lineal del campo, de la permeabilidad, por los ciclos de histéresis de su polarización, y por la existencia de la temperatura de Curie, después de la cual la sustancia se vuelve paramagnética.

Volviendo al dieléctrico, alrededor de 1920, Anderson y principalmente Valasek ponían en evidencia las características dieléctricas especiales de la sal de Seignette (o de Rochelle)  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 + 4\text{H}_2\text{O}$ , la cual, entre  $-15^\circ$  y  $+25^\circ$  C presentaba una constante dieléctrica elevada y ciclos de histéresis comparables con los de las sustancias ferromagnéticas.

Además, el punto crítico superior ( $25^\circ$  aproximadamente), podía compararse con el punto de Curie.

De los trabajos que siguieron, de Valasek, Kurchatov, Schulwas-Sorokin, etc., resultó todavía más evidente la aplicabilidad

de la teoría de Weiss a la sal de Seignette, y, luego, a otras dos sales ( $H_2KPO_4$  y  $H_2KAsO_4$ ). El punto crítico inferior, no entrando en el cuadro de la analogía, se consideró como efecto del congelamiento de las moléculas.

A este grupo de dieléctricos se dió pues el nombre de ferro- o seignetto-eléctricos.

Debe recordarse finalmente que los seignettoeléctricos presentan también un momento piezoeléctrico anómalo, cuya consideración ha llevado a otros autores (Jaffé, Cady, Mueller) a la ideación de otras teorías de la seignettoelectricidad, con resultados también bastante satisfactorios.

#### *Discusión:*

J. COSTA RIBEIRO. — Llama la atención sobre este fenómeno y los electretos que, seguramente están vinculados a él. Se refiere a los electretos que son elementos de momento eléctrico permanente obtenidos en dieléctricos solidificados en campos eléctricos intensos.

Los primeros experimentos fueron realizados por Sato y Eguchi, investigadores japoneses y repetidos en Río de Janeiro por el Dr. Gross, quien estudió la relación entre los electretos y los fenómenos dieléctricos en sólidos. Se presentan dificultades experimentales, porque en magnetismo no hay masas libres, pero la existencia de masas eléctricas libres dificulta la analogía, pues ellas dificultan la conservación de los electretos, análogos de los imanes permanentes.

Señala la posibilidad de dar explicación satisfactoria de la marcha general de las curvas.

La teoría fenomenológica ha sido dada por Gross.

E. GAVIOLA. — Señala el interés con que han sido estudiados en el Seminario de Córdoba los trabajos del Dr. Gross.

A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. — Aprovecha la oportunidad para señalar el interés de la colaboración entre físicos y matemáticos, de la cual hay un ejemplo en estos trabajos. Gross encontró una ecuación integrodiferencial y se comunicó con Beppo Levi, quien la estudió e hizo una interesante publicación en los Anales de la Academia Brasileña de Ciencias. González Domín-

guez generalizó más aún y la relacionó con la teoría de los circuitos eléctricos lineales. La solución es:

$$f(x) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{-tg(x)dt}{t^2 - x^2}$$

vinculada a la teoría del potencial.

JOSÉ BALSEIRO (Observatorio Astronómico, Córdoba): *Campo relativista de las partículas elementales* (1).

### Generalidades

En forma general se define un campo mediante una función de Lagrange  $L(u, u^{(r)})$  que contiene las variables de campo y sus primeras derivadas. La condición de ser invariante a la transformación de Lorentz es suficiente para asegurar el carácter relativístico de la teoría. Además, debe admitirse la invariancia de  $L$  respecto a un factor de fase arbitrario, no necesariamente constante (cuando existen campos exteriores). Esta última propiedad es llamada por Pauli invariancia de medida de primera especie.

La teoría se aplica a variables de campo cuyo carácter de transformación es lineal: escalar, vector, «espinor», etc.

El principio variacional

$$\delta \int L d\tau = 0 \quad (1)$$

implica la existencia de un número de teoremas de conservación igual al número de operaciones de simetría aplicables a  $L$ . En particular, en el caso de ausencia de fuerzas exteriores ( $L$  no depende explícitamente de las coordenadas), puede definirse un tensor  $T_{ik}$  que cumple:

$$\sum_{i=1}^n \partial T_{ik} / \partial x_k = 0 \quad (2)$$

lo que corresponde a la conservación de la energía y del impulso.

(1) W. PAULI, *Rev. Mod. Phys.* 13, 203, 1941.

La definición de  $T_{ik}$ , sin embargo, no es unívoca, pues la propiedad anterior hace que esté definido menos un término de divergencia nula. Merced a esta circunstancia es posible lograr su *simetrización*, mediante un tensor aditivo:

$$\vartheta_{ik} = \vartheta_{ki} = T_{ik} + t_{ik}.$$

El tensor  $t_{ik}$  no contribuye ni a la energía ni al impulso totales. Sin embargo es indispensable para lograr la conservación del impulso angular total. Esta circunstancia y el hecho que su expresión depende de las propiedades de transformación de las variables de campo hace posible su asimilación al tensor densidad de impulso espinorial <sup>(2)</sup>.

### Casos particulares

La presente teoría se refiere a los campos descritos por la ecuación relativísticamente invariante

$$\begin{aligned} \square U &= x^2 u \\ \square &= \sum_{i=1}^n \partial / \partial x_i \end{aligned} \quad (3)$$

1) *Campo escalar*. El tensor energía-impulso resulta simétrico y, para un impulso y signo de la energía dados, la ecuación de campo admite sólo un estado propio: En general, si  $j$  es el espín de las partículas asociadas, y  $n$  el número de estados propios, se cumple  $2j+1=n$ . Se trata, en el presente caso, de partículas con espín cero que corresponden a los mesones de Yukawa <sup>(3)</sup>.

La cuantización de este campo debe hacerse de acuerdo con la estadística de Einstein-Bose. La cuantización de acuerdo con el principio de exclusión conduce a contradicciones.

2) *Campo vectorial*. Para que la energía resulta definida positiva, es necesario enunciar una condición suplementaria. El tensor energía-impulso, además, no resulta simétrico. Se procede

<sup>(2)</sup> F. J. BELINFANTE, *Physica*, 6, 887, 1939.

<sup>(3)</sup> H. YUKAWA, *Proc. Phys. Math. Soc. Japan* 17, 58, 1935.

a su simetrización según el procedimiento enunciado. En un sistema en reposo, para un signo dado de la energía y un impulso determinado, se obtienen tres soluciones características. Las partículas asociadas tienen espín 1 y corresponden a los mesotrones de Proca<sup>(4)</sup>.

Si la función de campo es real, se anula el cuadvivector densidad de corriente y la carga total. Las partículas son los mesotrones neutros de Kemmer<sup>(5)</sup>.

En el caso de campos reales, si se consideran partículas asociadas de masa en reposo nula, se obtienen las ecuaciones de la electrodinámica. Estas ecuaciones son invariantes respecto de una transformación de medida, diferencia fundamental con las del campo mesónico.

Para la cuantización es fundamental distinguir los casos de masa en reposo no nula y nula, respectivamente. La cuantización en el segundo caso (electrodinámica) puede hacerse considerando a cada componente como un escalar cuantizado independientemente, con la condición que componentes distintas conmutan.

En el caso del campo mesónico son necesarias otras condiciones de conmutación, también de acuerdo con la estadística de Einstein-Bose, que resultan singulares para el caso  $m=0$ . No es posible la cuantización de acuerdo con el principio de exclusión<sup>(6)</sup>.

3) *Campo espinorial*. Si la función de campo es un espinor la ecuación correspondiente a la (1) admite ser expresada por una ecuación matricial (ecuación de Dirac), relativísticamente invariante sólo en virtud de las propiedades de transformación de la función de campo.

El tensor energía impulso no es simétrico y su simetrización se logra por el procedimiento enunciado. La energía no es definida positiva aunque sí lo es la densidad de carga. Dirac ha demostrado que la dificultad es obviada mediante un cambio de la definición de vacío, como el estado total en el cual todos los estados correspondientes a energías negativas están ocupados. Uno

---

(4) A. PROCA, *Jour. Phys. et Rad.* 9, 61, 1938.

(5) N. KEMMER, *Proc. Camb. Phil. Soc.* 34, 354, 1938.

(6) N. KEMMER, *Proc. Roy. Soc. A.* 173, 91, 1939.

E. SCHRÖDINGER, *Proc. Ir. Ac.* XLIX, 29, 1943.

de los estados no ocupado se comporta como una partícula de energía positiva y carga contraria a la de las partículas ocupantes de aquel estado.

La teoría expuesta se aplica al estudio de la interacción de partículas de espín 0, 1 y 1/2, con el campo electromagnético; al proceso no radiativo de colisiones de mesones con electrones; al efecto Compton; a la emisión de un fotón por un mesón en el campo nuclear y a la generación de pares.

SESION DEL 18 DE SETIEMBRE (Tarde)

Preside: Dr. TEÓFILO ISNARDI

*I n f o r m e s :*

GUIDO BECK (Observatorio Astronómico, Córdoba): *Ciclos tensoriales.*

1º. *Definición de un ciclo tensorial:* Una forma bilineal

$$[M] = \tilde{\psi} M \psi \quad (1)$$

representa una matriz de cuatro líneas y columnas, a la cual no se puede atribuir, en general, un carácter tensorial unívoco respecto a una transformación de Lorentz, mientras que un carácter tal determinado corresponde a las partes de *primera* y de *segunda clase* de estas magnitudes (1).

En particular, el carácter de transformación del sistema de base lineal

$$\begin{matrix} \vec{i}\gamma, & \{\beta\} \\ & \{\beta\sigma\} \\ \{\beta\tau\} & \end{matrix} \quad (2a)$$

$$\begin{matrix} \{1\}, & \vec{\alpha} \\ & \vec{\sigma} \\ \{\tau\}, & \{\sigma\} \end{matrix} \quad (2b)$$

$$(\alpha, \beta = \text{matrices de Dirac}; \vec{\gamma} = \beta\alpha, \vec{\sigma} = -\frac{i}{2}(\alpha \wedge \alpha), \tau = \frac{1}{3}\alpha\sigma)$$

(1) Ver: "El Espacio Físico", Ciencia y Técnica, 102, N° 501, 1944.

está representado por el esquema

$$\begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} A & b^0 \\ a_0 & B \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} A_{0i} & ib^i \\ ia_i & B_{0i} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_{ik} & b^{0ik} \\ a_{0ik} & B_{ik} \end{pmatrix} \quad (3a) \\
 \begin{pmatrix} A_{0123} & ib^{123} \\ ia_{123} & B_{0123} \end{pmatrix}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} A_0 & b \\ a & B^0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_i & -ib^{0i} \\ -ia_{0i} & B^i \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} A_{123} & -ib^{0123} \\ -ia_{0123} & B^{123} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_{0ik} & b^{ik} \\ a_{ik} & B^{0ik} \end{pmatrix} \\
 \end{array}
 \quad (3b)$$

con  $i, k = 1, 2, 3$ , donde los  $A, B, a, b$  son matrices de dos líneas y columnas de carácter tensorial antisimétrico y satisfacen a las condiciones

$$\bar{a} = b.$$

Llamaremos un conjunto de magnitudes del tipo (1) un *ciclo* tensorial si contiene todas las componentes tensoriales necesarias que intervienen en una transformación de Lorentz. Las partes (2a) y (2b) del sistema de base lineal representan dos ejemplos de ciclos tensoriales.

2º. *Dos diferenciaciones*: Definimos dos diferenciaciones, denotadas respectivamente por símbolos latinos y griegos

$$\left\{ \frac{\delta M}{\delta \xi} \right\} = \frac{\partial \psi M}{\partial \xi} \psi + \tilde{\psi} \frac{\partial M \psi}{\partial \xi} = \frac{\partial \{M\}}{\partial \xi} \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{\partial M}{\partial \xi} \right\} = \frac{\partial \psi M}{\partial \xi} \psi - \tilde{\psi} \frac{\partial M \psi}{\partial \xi}. \quad (5)$$

Entonces,

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \text{ grad } \text{ y } \frac{1}{c} \frac{\delta}{\delta t}, \text{ } \gamma \rho \alpha \delta$$

forman dos cuadvectores de primera clase, mientras que

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \gamma_{\rho\alpha\delta} \quad \text{y} \quad \frac{1}{c} \frac{\delta}{\delta t}, \quad \text{grad}$$

representan cuadvectores de segunda clase:

3º. *El ciclo tensorial de Fernandes de Sa*: El sistema de 32 relaciones diferenciales de Fernandes de Sa<sup>(2)</sup> consiste de cuatro ciclos de 8 relaciones tensoriales de primer orden y de primer grado.

4º. *Los ciclos de primer grado y de segundo orden*: El operador mixto

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c} \frac{\delta}{\delta t} - \text{div} \gamma_{\rho\alpha\delta} \quad (6)$$

es invariante en primera y en segunda clase. Se verifican las 16 relaciones

$$\left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{c} \frac{\delta M}{\delta t} - \text{div} \gamma_{\rho\alpha\delta} M \right\} = 0 \quad (7)$$

donde  $M$  es cada una de las matrices del sistema de base (2). (7) forma dos ciclos de relaciones tensoriales de primer grado y de segundo orden.

5º. *Ciclos antisimétricos de segundo grado*: Las expresiones

---

(2) Ver: *Rev. Mod. Phys.* 17, p. 192. 1945.

$$\begin{aligned}
& (\{\beta\} \beta \{\beta\} - \{\dot{i}\gamma\} \beta \{\dot{i}\gamma\} + \{\beta\sigma\} \beta \{\beta\sigma\} - \{i\beta\tau\} \beta \{i\beta\tau\}) \\
& \pm (\{1\} \beta \{1\} - \{\alpha\} \beta \{\alpha\} + \{\sigma\} \beta \{\sigma\} - \{\tau\} \beta \{\tau\})
\end{aligned}$$

$ \begin{aligned} & (-\{\dot{i}\gamma\} \beta \{\beta\} - \{\beta\} \beta \{\dot{i}\gamma\} - \{i\beta\tau\} \beta \{\beta\sigma\} - \{\beta\sigma\} \beta \{i\beta\tau\}) \\ & \quad + i\{\beta\sigma\} \times \beta \{\dot{i}\gamma\} + i\{\dot{i}\gamma\} \times \beta \{\beta\sigma\}) \\ & \pm (-\{\alpha\} \times \beta \{\sigma\} - \{\sigma\} \times \beta \{\alpha\} - i\{1\} \beta \{\alpha\} + i\{\alpha\} \beta \{1\}) \\ & \quad - i\{\sigma\} \beta \{\tau\} + i\{\tau\} \beta \{\sigma\}) \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & (-\{\beta\} \beta \{\beta\sigma\} - \{\beta\sigma\} \beta \{\beta\} + \{\dot{i}\gamma\} \beta \{i\beta\tau\} + \{i\beta\tau\} \beta \{\dot{i}\gamma\}) \\ & \quad - i\{\dot{i}\gamma\} \times \beta \{\dot{i}\gamma\} + i\{\beta\sigma\} \times \beta \{\beta\sigma\}) \\ & \pm (-\{1\} \beta \{\sigma\} - \{\sigma\} \beta \{1\} + \{\alpha\} \beta \{\tau\} + \{\tau\} \beta \{\alpha\}) \\ & \quad - i\{\alpha\} \times \beta \{\alpha\} + i\{\sigma\} \times \beta \{\sigma\}) \end{aligned} $
--	--

$$\begin{aligned}
& (-\{\beta\} \beta \{i\beta\tau\} - \{i\beta\tau\} \beta \{\beta\} - \{\dot{i}\gamma\} \beta \{\beta\sigma\} - \{\beta\sigma\} \beta \{\dot{i}\gamma\}) \\
& \pm (-i\{1\} \beta \{\tau\} + i\{\tau\} \beta \{1\} + i\{\alpha\} \beta \{\sigma\} - i\{\sigma\} \beta \{\alpha\})
\end{aligned}$$

$ \begin{aligned} & (\{1\} \beta \{\beta\} - i\{\alpha\} \beta \{\dot{i}\gamma\} + \{\sigma\} \beta \{\beta\sigma\} - i\{\tau\} \beta \{i\beta\tau\}) \\ & \pm \{\beta\} \beta \{1\} + i\{\dot{i}\gamma\} \beta \{\alpha\} + \{\beta\sigma\} \beta \{\sigma\} + i\{i\beta\tau\} \beta \{\tau\}) \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & (\{\alpha\} \beta \{\beta\} - \{\sigma\} \times \beta \{\dot{i}\gamma\} + \{\tau\} \beta \{\beta\sigma\}) \\ & \quad - i\{1\} \beta \{\dot{i}\gamma\} - i\{\alpha\} \times \beta \{\beta\sigma\} - i\{\sigma\} \beta \{i\beta\tau\}) \\ & \pm (\{\beta\} \beta \{\alpha\} + \{\dot{i}\gamma\} \beta \{\sigma\} + \{\beta\sigma\} \beta \{\tau\}) \\ & \quad + i\{\dot{i}\gamma\} \beta \{1\} - i\{\beta\sigma\} \times \beta \{\alpha\} + i\{i\beta\tau\} \beta \{\sigma\}) \end{aligned} $
---	---

$ \begin{aligned} & (\{\tau\} \beta \{\beta\} + \{\alpha\} \beta \{\beta\sigma\} - i\{\sigma\} \beta \{\dot{i}\gamma\} - i\{1\} \beta \{i\beta\tau\}) \\ & \pm (\{\beta\} \beta \{\tau\} + \{\beta\sigma\} \beta \{\alpha\} + i\{\dot{i}\gamma\} \beta \{\sigma\} + i\{i\beta\tau\} \beta \{1\}) \end{aligned} $	$ \begin{aligned} & (\{\sigma\} \beta \{\beta\} - \{\alpha\} \times \beta \{\dot{i}\gamma\} + \{1\} \beta \{\beta\sigma\}) \\ & \quad - i\{\tau\} \beta \{\dot{i}\gamma\} - i\{\sigma\} \times \beta \{\beta\sigma\} - i\{\alpha\} \beta \{i\beta\tau\}) \\ & \pm (\{\beta\} \beta \{\sigma\} + \{\dot{i}\gamma\} \times \beta \{\alpha\} + \{\beta\sigma\} \beta \{1\}) \\ & \quad + i\{\dot{i}\gamma\} \beta \{\tau\} - i\{\beta\sigma\} \times \beta \{\sigma\} + \{i\beta\tau\} \beta \{\alpha\}) \end{aligned} $
--	---

forman, con los signos + y - respectivamente, cuatro ciclos de segundo grado, con una estructura similar a la indicada por (3a) y (3b).

Todavía no he conseguido estudiar completamente los ciclos tensoriales simétricos de segundo grado.

*C o m u n i c a c i o n e s :*

GLEB WATAGHIN (Departamento de Física, São Paulo): *Statistical mechanics at extremely high temperatures.*

Se leyó el título.

J. COSTA RIBEIRO (Facultad Nacional de Filosofía, Río de Janeiro): *Sobre el efecto termo-dieléctrico (Corrientes eléctricas asociadas a cambios de estado físico).*

El origen de nuestro trabajo se basa en la observación de que discos de *cera de carnaúba*, solidificados sobre una placa de vidrio, presentan fuertes cargas eléctricas. Experiencias, destinadas a aclarar la cuestión si o no estas cargas son debidas al proceso de solidificación, mostraron que un disco de parafina, fundiéndose entre las placas de un condensador, produce una fuerte corriente eléctrica, que se invierte al solidificarse la sustancia.

Experiencias, realizadas con parafina, colofonio, cera de carnaúba y naftaleno, confirmaban que se trata de un fenómeno nuevo: la producción de corrientes eléctricas vinculada al cambio de fase del dieléctrico. Llamaremos este efecto el «fenómeno termo-dieléctrico» (1).

El estudio cuantitativo del efecto encontrado permitió establecer las leyes siguientes:

1º. La curva de intensidad de corriente acompaña en su aspecto general a la de la velocidad del cambio de estado.

2º. Los valores de la intensidad de corriente están atrasados con respecto a los de la velocidad del cambio de estado.

---

(1) J. COSTA RIBEIRO. *Acad. Bras. de Ciencias*, 13-4-1943 (Acta publ. el 25-4-1943); *Acad. Bras. de Ciencias*, 13-6-1944 (Acta publ. el 23-6-1944); *Acad. Bras. de Ciencias*, 14-11-1944 (Acta publ. el 21-11-1944).

En el caso de una velocidad de cambio de estado constante tenemos

$$i = k \frac{dm}{dt}$$

siendo  $i$  la intensidad de corriente,  $m$  la masa de una de las dos fases,  $k$  la «constante termodieléctrica». (Para naftaleno:  $k = 3 \cdot 10^{-9}$  Coul/gr).

Una descripción analítica del carácter hereditario del fenómeno, se logra por una ecuación formalmente análoga a la de la teoría de los dieléctricos reales (2).

La interpretación teórica del fenómeno presenta mayores dificultades. Se puede pensar en una capa doble eléctrica en la interfase sólido-líquido, que se desplaza durante el cambio de fase, que junto con las diferencias en las constantes dieléctricas y en las conductibilidades de ambas fases, explicaría la existencia de la corriente observada. Podría también admitirse, p. ej., que las densidades electrónicas fueran diferentes en las fases sólida y líquida de una misma sustancia. En tal caso, el cambio de fase estaría necesariamente acompañado por una migración de electrones para establecer el valor normal en ambas fases (3).

#### Discusión:

G. BECK. — Estamos muy agradecidos al Dr. Costa Ribeiro por la comunicación de sus resultados, que nos podrán dar nuevas ideas para trabajos futuros. Conocemos dos mecanismo de conductividad en sólidos: la migración de iones y la conductividad electrónica. En el caso de un dieléctrico ideal se supone que todos los estados cuánticos de una «zona de Brillouin» están ocupados por electrones. La conductividad es debida a pequeñas modificaciones de este modelo. Además pueden intervenir electrones fijados en la superficie del cuerpo sólido, particularmente

(2) B. GROSS y P. S. ROCHA. *Anais Acad. Brasil.* 9, 187, 1937; 9, 307, 1937; 10, 297, 1938.

(3) Nota: Por dificultades de comunicación, el presente resumen fué escrito, a base de J. COSTA RIBEIRO, *Sobre o Fenómeno Termo-Dieléctrico*, Rio de Janeiro, 1945, por G. Beck, quien se responsabiliza por el mismo.

estudiados por E. U. Condon. Sería importante, antes de hacer una tentativa teórica, establecer si se trata de corrientes iónicas o electrónicas.

JUAN A. MAC MILLAN y CLARA MASSA (Instituto de Física, Buenos Aires): *Estructura cristalina del  $Ag_3O_4$  y diagrama de difracción del  $AgO$ .*

Se ha interpretado el diagrama de difracción de rayos X, común a las denominadas oxisales de plata, como perteneciente al óxido  $Ag_3O_4$ , pues hay abundantes razones para suponerlo. Se han medido intensidades de las reflexiones y se llega a la conclusión de que el grupo espacial que corresponde es el  $T_d^1$  (Wyckoff). La malla elemental contiene una molécula y aplicando el método de Fourier se han establecido las siguientes coordenadas para los átomos:

$$Ag: \frac{1}{2} \frac{1}{2} 0; 0 \frac{1}{2} \frac{1}{2} ; \frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}$$

$$O: \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}; \frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}; \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}; \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}$$

Se ha identificado además el diagrama de polvo del  $AgO$ , al cual corresponden los siguientes espaciados:

2,79; 2,63; 2,41; 2,29; 1,74; 1,705; 1,676; 1,616; 1,48; 1,459; 1,455; 1,423; 1,408; 1,396; 1,382; 1,354; 1,314; 1,209; 1,142; 1,121.

La imposibilidad de obtención de cristales macroscópicos ha impedido avanzar más en el estudio de la estructura de este compuesto.

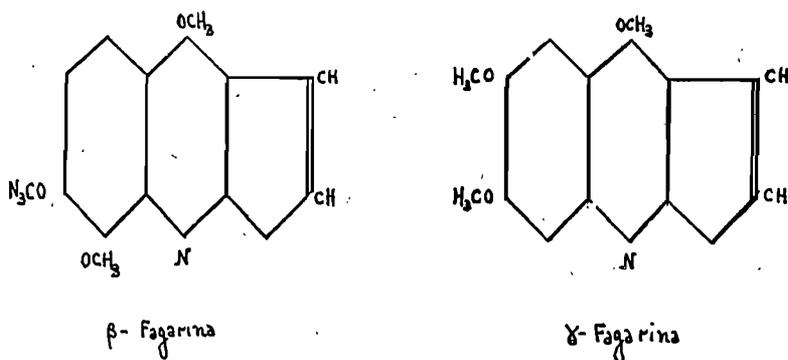
NAUM MITTELMAN (Instituto de Física, Buenos Aires): *El efecto Raman de las soluciones clorofórmicas de la  $\beta$  y  $\gamma$ -Fagarina.*

Los estudios de Deulofeu, Labriola y De Langhe<sup>(1)</sup> sobre alcaloides del Fagaro-coco (Gill.) Engl., confirman la presencia

(1) *J. Am. Chem. Soc.* 64, 2326, 1924.

de por lo menos tres bases cristalinas ya descritas por Stuckert <sup>(2)</sup> la  $\alpha$ -fagarina (P. F. 162-163° C), la  $\beta$ -fagarina (P. F. 173° C) y la  $\gamma$ -fagarina (P. F. 139° C). Los dos últimos exhiben propiedades físicas y químicas prácticamente iguales.

Deulofeu y colaboradores les atribuyen las siguientes fórmulas estructurales:



Son dos derivados con un núcleo quinolein-furánico y difiriendo en que la  $\beta$ -fagarina es un derivado trimetoxilado, mientras la  $\gamma$ -fagarina es dimetoxilado.

Sustancias como las anteriores deberán exhibir espectros Raman prácticamente idénticos. Nos propusimos obtenerlos para aportar un dato más sobre la identidad de ambas estructuras globales.

Trabajamos con soluciones clorofórmicas (saturadas) de seis por ciento y trece por ciento respectivamente para  $\beta$  y  $\gamma$ -fagarina. Utilizamos un espectrógrafo Zeiss de tres prismas con cámara de  $f=84$  cm y lente objetivo de 50 mm (apertura útil relativa 1 : 17). Para la región de 4.000 Å la dispersión era de 6 Å/mm y para la región de 5.000 Å de 15 Å/mm.

*Resultados:* La tabla I da las frecuencias Raman  $\Delta\nu$  obtenidas, que son prácticamente iguales para ambas sustancias, como era dable esperar

<sup>(2)</sup> *Investigaciones del Laboratorio de Química Biológica. Córdoba, Argentina, Vol. II, 1933; Vol. II, 1938.*

TABLA N° 1

Líneas Raman	$\lambda_{ex.} = 5460.7 \text{ \AA}$			$\nu_{ex.} = 1831\frac{1}{2} \text{ cm}^{-1}$			Intens.
	$\beta - \text{fagarina}$			$\gamma - \text{fagarina}$			
	$\lambda_R (\text{\AA})$	$\nu_R (\text{cm}^{-1})$	$\Delta\nu (\text{cm}^{-1})$	$\lambda_R (\text{\AA})$	$\nu_R (\text{cm}^{-1})$	$\Delta\nu (\text{cm}^{-1})$	
X	5906.0	16931.9	1381	5907.5	16931.0	1382	10
X	5957.2	16786.4	1527	5957.3	16786.1	1527	3
X	5966.2	16761.0	1552	5968.4	16754.9	1558	2
X	5981.9	16717.0	1596	5981.6	16717.9	1595	1

El escaso número de líneas Raman obtenido se debe a las condiciones sumamente desfavorables en que ha debido operarse:

1º) La sensibilidad fotoquímica y las propiedades fluorescentes no permiten utilizar las regiones violeta y ultravioleta del arco de Hg.

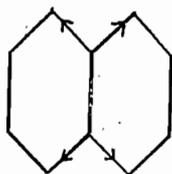
2º) La pequeña solubilidad de las sustancias.

3º) La necesidad de utilizar filtros.

4º) La abertura efectiva pequeña del objetivo fotográfico.

En la bibliografía no hemos encontrado datos para desplazamientos Raman de sustancias heterocíclicas con núcleos condensados como el quinolein-furánico.

El desplazamiento  $\Delta\nu = 1375 \text{ cm}^{-1}$  está presente en compuestos de sustitución del anillo aromático. Se supone que representa el siguiente tipo de vibración (3):



El valor  $\Delta\nu = 1381 \text{ cm}^{-1}$  se puede corresponder con la línea de  $1375 \text{ cm}^{-1}$ . Hibben (4) menciona para la quinoleína en ese intervalo  $\Delta\nu = 1369$  y  $\Delta\nu = 1388 \text{ cm}^{-1}$ . Para el furano se menciona una línea  $\Delta\nu = 1381 \text{ cm}^{-1}$ .

(3) *Ind. J. of Phys.* 10, 23, 1936.

(4) *Raman Effect and its Chemical Applications*, pág. 295, 1939.

Considerando la regla general según la cual desplazamientos hasta  $1500\text{ cm}^{-1}$  deben corresponder a vibraciones entre átomos medios o pesados (C, O, N) y que valores entre  $1500$  y  $1800\text{ cm}^{-1}$  sólo aparecen cuando la molécula exhibe dobles enlaces, se concluye que los valores superiores a  $1500\text{ cm}^{-1}$  corresponden presumiblemente a las oscilaciones  $C=N$  y  $C=C$ . Bonino<sup>(5)</sup> considera que una línea en  $\Delta\nu=1580\text{ cm}^{-1}$  corresponde a una unión tipo  $C=C$ , en tanto Trucher y Chapron<sup>(6)</sup> consideran que desplazamientos entre  $1585$  y  $1608\text{ cm}^{-1}$  están dentro de las variaciones inherentes a  $C=C$ .

El intervalo en que se ubican los desplazamientos obtenidos se corresponde pues con las vibraciones características de las moléculas estudiadas, previsibles en base a sus fórmulas estructurales (dobles enlaces y oscilaciones entre átomos semi-pesados).

AUGUSTO BATTIG (Instituto de Física, Tucumán): *Movimiento de fotones en un medio material.*

El movimiento de un corpúsculo material, de un fotón en el vacío y en un medio material de índice de refracción  $n$  y de sus ondas asociadas (ondas de De Broglie, ondas electromagnéticas) puede ser considerado desde un punto de vista cinemático uniforme.

Las fórmulas relativas a la aberración, el efecto Doppler y a la presión de luz, recién estudiadas por el Prof. J. Würschmidt<sup>(1)</sup>, se obtienen por una transformación de Lorentz del cuadrivector de onda.

En un sistema de referencia que se mueve con una velocidad

$$u > c/n \tag{1}$$

respecto al medio material, condiciones particulares corresponden al cono característico de la radiación de Cherenkov:

$$\cos \vartheta = \frac{c}{n \cdot u} \tag{2}$$

<sup>(5)</sup> Congreso Internat. de Quím. Pura y Aplicada, Madrid, 1934.

<sup>(6)</sup> C. R. 198, 1934, 1934.

<sup>(1)</sup> JOSÉ WÜRSCHMIDT, Com. 5ª Reunión AFA, Rev. UMA-AFA 11, p. 47, 1945; 11, p. 94, 1946.

ondas electromagnéticas estacionarias, fotones de energía cero. Teniendo en cuenta el retroceso del electrón debido a la emisión de la radiación de Cherenkov<sup>(2)</sup>, la radiación no se propaga exactamente sobre el cono (2), pero en una dirección muy vecina a este cono.

Los valores de energía,  $h\nu$ , y de impulso,  $n \cdot h\nu/c$ , que tenemos que atribuir a un fotón en un medio material, no corresponden a la energía y al impulso total, sino a la energía y al impulso *libre* en el sentido de la termodinámica.

MARIO BUNGE (Instituto de Física, La Plata): *Fenómenos de resonancia en la difusión de neutrones por protones.*

Goloborodko<sup>(1)</sup> halló que la sección eficaz de difusión  $n-p$  no disminuye monótonamente con la energía en el intervalo 0,1—0,4 MeV conforme a la fórmula de Wigner, sino que experimenta una marcada fluctuación. En el presente trabajo se estudia la influencia de los niveles virtuales  $S$  y  $P$  sobre la sección eficaz, con el objeto de explicar cualitativamente la fluctuación encontrada por Goloborodko.

La sección eficaz de la onda  $p$  —utilizando un pozo rectangular de potencial—, suponiendo que la resonancia tiene lugar en  $E=0,3$  MeV, resulta ser

$$\sigma_1 = \frac{12\pi R^2}{x^2 + \left(\frac{x^2 + D^2}{1-D}\right)^2}, \quad D \equiv 1 + \left(\frac{x}{x'}\right)^2 \left(\frac{x'}{\text{tang } x'} - 1\right),$$

$$x = kR, \quad x'^2 = x_0^2 + x^2, \quad x_0 = [M(V_0 - \varepsilon)]^{1/2} \frac{2\pi}{h} \cdot R$$

$$= \pi - \eta, \quad \eta = 0,90 \cdot 10^{-2}, \quad \varepsilon = 0,96 \text{ MeV}$$

para  $R = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$ ,

en que  $R$  es el alcance de las fuerzas nucleares. Para la onda  $s$ , suponiendo que la resonancia tiene lugar en  $E=0,1$  MeV,

$$\sigma_0 \cong 4\pi R^2 \left[ \frac{1 + \pi\eta - x^2}{x^2 + \frac{1}{4}(\pi\eta - x^2)^2} \right], \quad \eta = 0,20 \cdot 10^{-2}, \quad \varepsilon = 0,16 \text{ MeV.}$$

(<sup>2</sup>) R. T. Cox *Phys. Rev.* 64, p. 106, 1944.

(<sup>1</sup>) T. A. GOLOBORODKO, *Journ. of Phys.* (U.S.S.R.), 8, 13 (1944).

Tratando el problema en la aproximación en que es válido el acoplamiento de Russell-Saunders, y eligiendo el nivel  ${}^3P_0$  por ser el que conduce a resultados más próximos a los experimentales, la sección eficaz total será

$$\sigma_t = \frac{3}{4} {}^3\sigma_0^1 + \frac{1}{4} {}^1\sigma_0^0 + \frac{1}{12} {}^3\sigma_1^0.$$

$E(\text{MeV})$	$\sigma \cdot 10^{21} \text{cm}^{-2}$ experimental	$\sigma \cdot 10^{21} \text{cm}^{-2}$ calculada
0,1	$9,0 \pm 0,8$	6,95
0,2	$3,0 \pm 0,4$	4,10
0,3	$8,5 \pm 0,6$	6,78
0,4	$3,2 \pm 0,4$	3,74

función que da cuenta de la forma de la curva de Goloborodko y, aproximadamente, de los valores hallados por el mismo.

En conclusión, el modelo aplicado a la descripción del deuterón (o, lo que es lo mismo, a la difusión  $n-p$ ), requeriría la admisión de un nivel  ${}^3P_0$  de baja energía, además de los dos niveles  ${}^3S_1$  y  ${}^1S_0$ . Un modelo tal es difícil de representarse, siendo preciso aguardar la confirmación de los resultados experimentales de Goloborodko.

Preside: Dr. J. COSTA RIBEIRO

SESIÓN DEL 20 DE SETIEMBRE

TEÓFILO ISNARDI (Instituto de Física, Buenos Aires): *El principio de isotropía y constancia de la velocidad de la luz.*

Se muestra como puede prescindirse del postulado de la constancia de la velocidad de la luz en el vacío en la formulación de la teoría de la relatividad restringida, reemplazándolo por un postulado de isotropía. El desarrollo completo será dado en una nota a aparecer en esta revista.

ENRIQUE GAVIOLA (Observatorio Astronómico, Córdoba): *El sodio en el espectro de Eta Carinae.*

Las líneas  $D$  del sodio aparecen en el espectro de la nebulosa Eta Carinae tanto en emisión como en absorción. En emisión son múltiples, en absorción simples, difusas y fuertemente desplazadas hacia el violeta. La superposición de la componente en absorción de  $D_1$  con las principales componentes en emisión de  $D_2$  y la de algunas componentes desplazadas hacia el violeta de  $D_1$  con algunas hacia el rojo de  $D_2$  dificulta la interpretación del espectro. Un análisis prolijo conduce a estos resultados:

1.) La absorción es producida por una nube que se desplaza a 400 km/seg. hacia nosotros, y por otra, más débil, casi estacionaria.

2.) En emisión pueden distinguirse seis componentes de cada una de las líneas, distribuidas simétricamente con respecto a la longitud de onda de laboratorio y que corresponden a las velocidades radiales  $\pm 89$ ,  $\pm 204$  y  $\pm 336$  km/seg.

RICARDO PLATZECK (Observatorio Astronómico, Córdoba): *Velocidades radiales en las Nubes de Magallanes.*

Con el objeto de estudiar el movimiento de las Nubes de Magallanes hemos preparado un programa para la determinación de velocidades radiales, que por el momento comprende 18 nebulosas que presentan líneas en emisión y alrededor de 10 estrellas de los tipos P Cygni y «O». Trataremos de seleccionar algunas nebulosas más con el fin de ampliar el programa.

Las primeras medidas de espectros de nebulosas muestran que puede esperarse, para cada objeto, un error final de 1 km/seg., o quizá algo menor.

EDUARDO LABIN (Laboratorio Philipps, Buenos Aires): *Corrección y estabilización de magnitudes físicas por reacción.*

Se leyó el título.

FEDERICO VIERHELLER (Instituto Municipal de Radiología y Fisioterapia de Buenos Aires): *El método fotográfico y fotométrico en el estudio cuanti- y cualitativo de la espectrografía en absorción.*

El único instrumento que permite obtener a simple vista una curva completa de absorción en el sector visible del espectro, es el espectrofotómetro de König-Martens. Para obtener curvas completas de absorción, extendidas hasta el ultravioleta con todos sus detalles, hay que recurrir al método fotográfico, el cual hemos modificado de la siguiente manera:

1) Sacamos varios espectros con el disolvente solo, variando los largos frontales y los tiempos de exposición.

2) Con los mismos largos frontales e iguales tiempos de exposición sacamos igual cantidad de espectros, usando el líquido a investigar.

3) En la misma placa fotográfica proyectamos varios espectros sin usar líquido ni cubetas, variando solamente los tiempos de exposición.

4) Revelada la placa, elegimos un espectro del grupo N<sup>o</sup>. 1, que ofrece un ennegrecimiento ni muy fuerte ni muy débil en toda su extensión. De él obtenemos una curva fotométrica por medio del microfotómetro autoregistrador. Lo mismo hacemos con un espectro del segundo grupo, cuyo largo frontal corresponda al del espectro del primer grupo. El tiempo de exposición no es necesariamente el mismo.

Para suprimir la influencia de la inconstante sensibilidad de la placa fotográfica respecto a las distintas longitudes de onda, obtenemos por medio de la microfotometría gran cantidad de curvas para distintas longitudes de onda usando el tercer grupo de espectros.

Combinando estos distintos grupos de curvas fotométricas se consiguen las intensidades en forma «absoluta», que intervienen en los posteriores cálculos de los coeficientes de absorción según las leyes de Lambert y de Beer.

Este método lo hemos usado para la determinación de las curvas de absorción de varias sustancias contenidas en la sangre y de la sangre total misma. El trabajo correspondiente aparecerá en colaboración con el Dr. B. Braier en la Revista de Medicina y Ciencias Afines de la Asistencia Pública.

BERNHARD H. DAWSON (Observatorio Astronómico, La Plata): *Un método abreviado de compensación.*

Haciendo de entrada la salvedad de que no ha podido establecer con seguridad cuánto de lo que expone es realmente nuevo, recalca en primer lugar las ventajas que surgen, para la compensación de datos observacionales, del tomar origen en el centroide de ellos; notando que estas ventajas son evidentes para funciones de una sola variable con intervalos iguales del argumento, como suele ocurrir en problemas de estadística, y que su aplicación en tales casos es bien conocida, bajo el nombre de «centraje». Sin embargo no ha hallado mención de tal centraje en tratados generales sobre el método de cuadrados mínimos, aunque sus ventajas existen también para los casos de observaciones no equidistantes y con varias incógnitas.

En el caso bastante frecuente de que una de las incógnitas tiene coeficiente constante, una ventaja importante del centraje es que, al formar las ecuaciones normales, dicha incógnita resulta separada de las demás, llegando así inmediatamente al sistema reducido de ecuaciones normales en éstas. Para obtener esta ventaja no es necesario reescribir las ecuaciones de condición. Basta formar las normales mediante las sumas de productos de las ecuaciones de condición, no por sus propios coeficientes originales sino por las cantidades que habrían sido los nuevos coeficientes centrados.

Lo que considera como probablemente novedoso, y que justificaría la comunicación, es que para la enorme mayoría de los casos, si no para todos, puede obtenerse una compensación ampliamente satisfactoria con mucho menos trabajo numérico. La esencia del método abreviado consiste en formar ecuaciones «cuasi-normales», cuyos coeficientes son las sumas de productos de las ecuaciones de condición por pequeños números enteros, de una o dos cifras, *aproximadamente proporcionales a los coeficientes centrados*, y elegidos con el cuidado de que su suma sea cero. Resolviendo estas ecuaciones «cuasi-normales» para las incógnitas, se deducen valores que difieren de aquellos que se obtendrían mediante el método de cuadrados mínimos, en pequeña fracción de sus incertidumbres, y que conducen a residuos cuya suma de cuadrados difiere del mínimo absoluto posible en una proporción casi siempre menor del 5 %.

Este (¿nuevo?) método abreviado viene a ocupar una posición intermedia entre el clásico método de cuadrados mínimos, que indudablemente conduce al mejor sistema de valores, pero que es engorroso, y el método de Cauchy, que no es muy difundido, aunque conocido por algunos, y si bien es rápido y fácil cuando aplicable, sin embargo resulta frecuentemente incapaz de separar debidamente las incógnitas, y en tales casos conduce a resultados ilusorios o no admite solución.

HERBERT WILKENS (Observatorio Astronómico, La Plata): *El efecto de la absorción interestelar sobre los diámetros aparentes de los cúmulos globulares.*

En el año 1935, Shapley y Sayer, usando tiempos de exposición prácticamente iguales para todas las placas fotográficas, encontraron que «los diámetros angulares de los cúmulos globulares han sido aparentemente medidos con defecto y respectivamente con debilidad en más o menos la misma proporción en todos aquellos lugares, donde la absorción es fuerte».

El autor indica una simple fórmula para placas sensibles al azul para eliminar este efecto diminutivo de la absorción interestelar sobre los diámetros aparentes cumulares y usa tiempos de exposición muy diferentes con diferentes latitudes galácticas. Los detalles del método aparecieron recientemente en el t. 22 de las publicaciones del Observatorio de La Plata.

SIMON GERSHANIK (Observatorio Astronómico, La Plata): *Sobre el movimiento en las estaciones sísmicas en relación con las fuerzas iniciales en el hipocentro.*

Se leyó el título.

# CRONICA

## FONDO FEDERIGO ENRIQUES

Con motivo del fallecimiento de Federigo Enriques surgió entre sus discípulos y amigos la iniciativa de propiciar la creación de un Fondo, para honrar la memoria del maestro con el mismo espíritu de dedicación a la ciencia y a la juventud, en el cual él había vivido.

Para ello se formó en Roma un Comité organizador que hizo conocer el siguiente manifiesto:

*El 14 de junio de 1946 ha muerto en su casa de VIA SARDEGNA 50, de Roma, Federigo Enriques, insigne matemático de nuestra época, filósofo e historiador de la ciencia. Maestro en el más elevado sentido de la palabra, promovió con su escuela el fervor de la investigación, formando discípulos italianos y extranjeros, que conservan y mantienen el recuerdo indeleble de su enseñanza.*

*Un grupo de sus alumnos, recordando cómo él estuviera siempre cerca de los jóvenes, piensa que la mejor manera de honrar la memoria del Maestro, es la de constituir un FONDO FEDERICO ENRIQUES destinado a estimular algunos de sus jóvenes discípulos, para los cuales las actuales circunstancias podrían hacer extremadamente difícil la carrera científica.*

*La elección de esos alumnos y la distribución del Fondo estará a cargo de los profesores Guido Castelnuovo, Oscar Chisini y Luigi Campedelli, de acuerdo con el Ingeniero Giovanni Enriques en representación de la familia y con el Doctor Ezio della Monica, director de la casa Editora Zanichelli.*

*Alentados por la idea de realizar obra grata a su memoria y de práctica utilidad para el bien de la escuela, nos dirigimos a todas las personas que lo han conocido, aun sólo a través de sus obras, para solicitar su cooperación a este homenaje con la adhesión personal que, aunque sin estar acompañada por contribución alguna, será igualmente estimada. Las adhesiones deben enviarse a la casa Editora Zanichelli, Bologna.*

*El comité espera, después de haber dado cumplimiento al fin propuesto con esta solicitud, agradecer a los adherentes remitiendo a cada uno un opúsculo conmemorativo de Federigo Enriques con la fotografía. Pero desde ya el Comité agradece a la casa Editora Zanichelli que ha deseado contribuir con una importante suma a este homenaje.*

EL COMITÉ

Tal iniciativa ha encontrado de inmediato eco entre nosotros, a través del director del Instituto de Matemática de Rosario, doctor Beppo Levi, y de la Unión Matemática Argentina, que se han ofrecido para patrocinar las adhesiones y contribuciones de sus socios y amigos, y de todos aquéllos que en el país y en América han tenido la oportunidad de apreciar la obra científica y didáctica de Federigo Enriques.

Invitamos, por tanto, a todos a contribuir a este justiciero homenaje en honor del ilustre desaparecido, estimando quieran remitir sus contribuciones o bien directamente al doctor Beppo Levi —Avenida Pellegrini 250, Rosario— quien se encarga de hacer llegar dichas contribuciones en la forma más rápida posible al Comité Organizador italiano, con la nómina de los donantes, o bien a las siguientes personas:

Doctor Alejandro Terracini, Salta 417, Tucumán. Doctor Máximo Valentínuzzi, Gascón 520, Buenos Aires. Doctor Pedro Pi Calleja, Escuela de Ingeniería, San Juan. Señor Eduardo H. Zaranonello, Calle 3-1056, La Plata. Ingeniero Pedro L. Checchi, Pringles 126, Córdoba. Ingeniero Rafael Laguardia, Instituto de Matemática y Estadística, Facultad de Ingeniería, Cerrito 73, Montevideo (Uruguay). Ingeniero José Luis Massera, 18 de Julio 1625, Montevideo (Uruguay). Doctor Godofredo García, Apartado 1979, Lima (Perú). Doctor Sergio Sispánov, Alicante 105, Tuyueuá, Asunción (Paraguay). Doctor Pedro Thullen, Apartado 636, Quito (Ecuador). Doctor Roberto Frucht, Berger (Chorrillos) 2779, Viña del Mar (Chile). Doctor Mario O. González, Facultad de Ingeniería, Edificio Pocy, La Habana (Cuba). Doctor Leopoldo Nachbin, Av. N. S. Copacabana 166, Río de Janeiro (Brasil).

La nómina completa de los adherentes y contribuyentes se hará conocer en la Revista de la Unión Matemática Argentina o por publicación especial.

Por el Comité Argentino Pro Fondo Federigo Enriques: BEPPO LEVI. ALEJANDRO TERRACINI. M. VALENTINUZZI.

#### LA SEPTIMA REUNION DE LA ASOCIACION FISICA ARGENTINA

La séptima reunión de la AFA se realizó en el Instituto de Física de la Universidad de La Plata del 19 al 20 de abril de 1946. La organización de la reunión estuvo a cargo del secretario local, Ing. Fidel Alsina Fuertes y sus sesiones fueron presididas por él.

El día anterior (18 de abril) se reunió en Buenos Aires la Comisión Directiva y resolvió remitir por escrito a los socios un proyecto de estatutos, pidiendo sus observaciones para poder redactar sobre esa base el proyecto que será sometido a votación.

La AFA ofreció un copetín en el Instituto de Aeronáutica que dirige el Ing. C. Pasqualini el día 19 y el día siguiente tuvo lugar un banquete en el hotel Marini. El Dr. Héctor Isnardi no fué tan libre de responsabilidad en su organización como quiso aparecer.

La señora Estrella M. de Mathov hizo un doble debut: Recibió muchos de los participantes en su casa en Buenos Aires con un elegante cocktail party e hizo, en la reunión, un informe sobre "Mesotrones en la radiación cósmica".

Otro debut muy prometedor hizo el Ing. F. Alsina Fuertes con un trabajo propio y con otro, sobre la formación del granizo, hecho en colaboración con el Dr. E. Gaviola, presentado por el último.

La contribución más importante, sin duda ninguna, fué la del Dr. Beppo Levi. Expuso los resultados de su último trabajo sobre la base del análisis dimensional, con admirable claridad y madurez y con su característico esfuerzo

para hacer aparecer la simplicidad (para no decir "trivialidad") de un problema tan complejo.

El Ing. C. Pasqualini representó al decano de la facultad e hizo un informe detallado sobre el estado actual del estudio del fenómeno de la turbulencia. Nos prometió su cooperación en el futuro y nos permitirá ensanchar la base de nuestros trabajos.

La comunicación del Dr. González Domínguez sobre un tema de matemática aplicada fué sumamente bienvenida y probó que existen muchos problemas que permiten una colaboración estrecha con los matemáticos. El Dr. B. Dawson presentó un trabajo astronómico interesante.

No quiero dejar sin mencionar los problemas que han surgido al margen de las reuniones oficiales. Uno se refiere a cuestiones de la unión química del átomo de carbono, planteados por el Dr. Busch, el otro a las vibraciones elásticas provocadas por un sismo, en los trabajos del Ing. S. Gershanik.

El informe inaugural estuvo a cargo del Dr. E. Gaviola. Eligió con mucho valor y con su espíritu combativo un problema extremadamente difícil de resolver. El problema que atacó fué el de despertar el interés de la opinión pública para el progreso de la investigación científica. No hay duda que este interés representa una condición indispensable para el desarrollo favorable de los trabajos y que este interés todavía está lejos de ser suficiente. La energía que usó el Dr. Gaviola fué considerable: fué la energía atómica. Sin embargo, la inercia que hay que vencer es considerable también: es la falta de tradición. Esperamos todos que el esfuerzo del Dr. GAVIOLA contribuya últimamente a vencer esta inercia.

Sin embargo, el problema es ambivalente. Había varias objeciones de parte de los científicos. De un lado, el movimiento científico en el país es, todavía, muy joven y muy débil. Todavía no puede aguantar el peso de un problema enorme. Del otro lado, hay que darse cuenta de que el problema de la energía atómica es, hoy, a pesar de todos los así llamados secretos, no un problema de investigación pura, sino de física y química aplicadas. No puede ser resuelto sino como resultado marginal de una base sólida e independiente de investigación científica pura. Es esa la base que puede ayudar a los ingenieros a ser entrenados en las universidades para encarar y resolver problemas de investigación técnica.

Hasta ahora, la investigación pura fué libre, internacional y accesible a todos. Hoy está amenazada de romperse en sectores aislados e inaccesibles. Lo que necesitamos, ante todo, es reunir todas las fuerzas, por modestas que sean, para ampliar la base internacional de la ciencia, si no queremos perderla. Nunca ha sido posible conseguir la leche sin cuidar la vaca.

GUIDO BECK

Sigue el programa de la séptima reunión:

*Sesión del 19 de Abril*

Preside: Ing. F. ALSINA FUERTES

*Informe:*

ENRIQUE GAVIOLA (Observatorio Astronómico, Córdoba): Empleo de energía atómica para fines industriales y militares.

*Comunicaciones:*

JOSÉ BALSEIRO (Observatorio Astronómico, Córdoba): Impulso angular de campos vectoriales.

FIDEL ALSINA FUERTES (Instituto de Física, La Plata): Obtención de fuerzas de Lagrange en sistemas disipativos.

*Sesión del 20 de Abril (Mañana)*

Preside: Ing. F. ALSINA FUERTES

*Informe:*

CLODOVEO PASQUALINI (Instituto de Aeronáutica, La Plata): El estado actual de la teoría de la turbulencia.

*Comunicaciones:*

GUIDO BECK (Observatorio Astronómico, Córdoba): La onda difundida en el efecto COMPTON.

RICARDO PLATZECK (Observatorio Astronómico, Córdoba): Sobre el método de ROSS para controlar espejos parabólicos.

ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ (Seminario de Matemática, Buenos Aires): Aplicaciones radiotécnicas de las transformadas de HILBERT.

JACOBO M. GOLDSCHVARTZ (Laboratorio de Standard Electric Arg., San Isidro): Un manómetro de ionización simplificado.

*Sesión del 20 de Abril (Tarde)*

Preside: Ing. F. ALSINA FUERTES

*Informe:*

ESTRELLA M. DE MATHOV (Instituto de Física, Buenos Aires): Mesotrones en la radiación cósmica.

*Comunicaciones:*

BEPPLO LEVI (Instituto de Matemática, Rosario): Sobre las magnitudes físicas.

BERNHARD DAWSON (Observatorio Astronómico, La Plata): Variabilidad en brillo del pequeño planeta 216 Kleopatra.

JOSÉ ALVAREZ (La Plata): Diagramas térmicos y rectificación.

JOSÉ ALVAREZ (La Plata): La rectificación como proceso iónico.

FIDEL ALSINA FUERTES (Instituto de Física, La Plata) y ENRIQUE GAVIOLA (Observatorio Astronómico, Córdoba): Sobre formación de granizo y hielo en alas y hélices de aviones.

UNION MATEMATICA ARGENTINA

Reunión del 8 de julio de 1946

El día 8 de Julio de 1946, la *Unión Matemática Argentina* realizó su XVII sesión, bajo la presidencia del Dr. Alejandro Terracini, en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires.

Después de leerse el acta de la sesión anterior, el secretario, Dr. M. Valentinuzzi, dió cuenta de diversos asuntos. Informó que se había agradecido oportunamente las adhesiones y delegaciones recibidas con motivo de las *Segunda Jornadas Matemáticas Argentinas*, cuya crónica se diera a conocer en la *Revista*; que la campaña de asociación había logrado incorporar numerosos miembros más; que se había intensificado el canje de la *Revista*, habiéndose regularizado y actualizado su envío a los socios; que se habían recibido las aceptaciones de los nombramientos de los representantes en el extranjero; que se había enviado pésame al Prof. Marshall Stone con motivo del fallecimiento de su señor padre, presidente de la Suprema Corte de Justicia de Estados Unidos, así como nota de pésame y corona de flores a raíz del fallecimiento de la socia fundadora de la U. M. A., Dra. Esther Ferrari Descóle, para cuyo sepelio se publicó en "La Prensa" una invitación en nombre de la Institución, y de quien se dió en la *Revista* una nota necrológica. A pedido del Dr. Terracini, comunicó el fallecimiento de Anfibal Comessatti, de la Universidad de Padua, cultor de la Geometría Algebraica; de Leonida Tonelli, profesor en Roma y Pisa, especialista en Cálculo de Variaciones; de Miguel De Franchis, profesor en Palermo, especialista en Geometría Algebraica; y Federigo Enriques, profesor en Bolonia y Roma. Hizo saber, por fin, que la *Sociedad Matemática Mexicana* había invitado a participar en el *Congreso de Matemáticas Internacional Americano* que tendrá lugar a mediados de 1947.

A continuación, la tesorera, Dra. Clotilde A. Bula, leyó el siguiente estado financiero:

Saldo en caja al 31/7/45 . . . . . \$ 3.080,89

*Ingresos*

Cuotas cobradas . . . . . » 3.646,50  
 Separados cobrados . . . . . » 9,50

*Egresos*

Comisiones pagadas . . . . . \$ 59,10  
 Gastos de sobres, papel, sellos, expedición y fichas . . . . . » 216,85  
 Pagado por publicaciones (vol. X, n<sup>os</sup>. 5; vol. XI, n<sup>os</sup>. 1, 2, 3 y 4) . . . . . » 2.105,40  
 Pagado por un libro . . . . . » 9,50  
 Pagado por gastos de Segundas Jornadas . . . . . » 120,25

\$ 6.736,89 \$ 2.511,10

Saldo en caja . . . . . \$ 6.736,89 \$ 4.225,79  
 \$ 6.736,89 \$ 6.736,89

Número de socios al 7/7/46

	ANUALES
1 socio contribuyente (A. F. A.) . . . . .	\$ 1,200
16 socios fundadores a \$ 50 anuales cada uno . . . . .	» 800
7 socios protectores (5 fundadores) a \$ 100 c/u. . . . .	» 700
12 socios titulares a \$ 50 c/u. . . . .	» 600
84 socios adherentes a \$ 10 c/u. . . . .	\$ 840
<hr/>	
120 socios . . . . .	<hr/> \$ 4,140

Cuotas pendientes de cobro

1939/1946 un socio (\$ 50 por año) . . . . .	\$ 400
1942 varios socios . . . . .	» 105
1943 varios socios . . . . .	» 220
1944 varios socios y subscriptores . . . . .	» 165
1945 varios socios . . . . .	» 662
1946 varios socios . . . . .	» 3,115
	<hr/>
	\$ 4,567

A continuación se aprueba nombrar al Prof. M. Stone como representante en Estados Unidos y al Dr. Alfonso Nápoles Gándara como representante en Méjico.

El presidente, Dr. Terracini, se ocupa luego de la personalidad de Federico Enriques. Lo sigue el Dr. Rey Pastor. Se decide publicar estos homenajes en la *Revista* y enviar una carta de pésame.

Se pasa de inmediato a las exposiciones científicas, según el siguiente orden:

1. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ: *Sobre series conjugadas de Legendre.*
2. F. E. HERRERA: *Nota sobre la convergencia de la integral de Fourier.*
3. M. COTLAR: *Funciones a variación acotada no aditivas.*
4. A. TERRACINI: *Directrices múltiples en las desarrollables.*

Se acordó la publicación de los trabajos de las *Primeras y segundas Jornadas Matemáticas* en la *Revista*.

Se reconsideró el plan de vinculación con los profesores de matemática de la enseñanza secundaria, mediante conferencias, publicaciones en la *Revista*, etc. De ello se encargará la Comisión nombrada el 22 de setiembre de 1945 (Acta N° 16) que integran los consocios Durañona y Vedia, Toranzos, Sadosky y Babini.

A continuación se trató en detalle el anteproyecto de estatuto elaborado por el Dr. Valentinuzzi. Hechas diversas modificaciones, se decidió su redacción definitiva.

Levantada la sesión, tuvo lugar una cena en el Restaurant "Munich", que contó con la presencia de B. Terracini, A. Terracini, J. Rey Pastor, A. González Domínguez, A. Cicchini, M. Valentinuzzi, C. A. Trejo, E. Zarantonello, Y. Frenkel, M. Cotlar, F. E. Herrera y varias otras personas.

M. VALENTINUZZI

Reunión del 11 de julio de 1946

El 11 de Julio de 1946, la *Unión Matemática Argentina* realizó una reunión en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires, bajo la presidencia del Dr. A. Terracini y estando presentes los Dres. J. Rey Pastor y M. Valentinuzzi, la Dra. Clotilde A. Bula, la Sra. Yanny Frenkel de Cotlar y el Ing. E. Galloni, secretario local de la *Asociación Física Argentina*.

Se trató el convenio establecido entre ambas instituciones en 1944, incluido en el Acta nº 13 de la U. M. A., el cual dice:

“1. La Revista de la Unión Matemática Argentina publicará los originales recibidos del Comité de la A. F. A. sobre Física y Física Matemática”.

“2. El Comité de la A. F. A. procederá, en la admisión de las publicaciones, de acuerdo con la Junta de Redactores de la U. M. A. y se mantendrá, en particular, dentro de los límites de las posibilidades económicas”.

“3. Memorias de Física extensas serán publicadas en la Revista *Ciencia y Técnica*, editando la U. M. A. y la A. F. A. una tirada aparte para sus colecciones de monografías, hasta la medida de sus posibilidades económicas”.

“4. La portada de la Revista de la U. M. A. conservará la estructura tipográfica adoptada desde su fundación, pero en ella figurará en forma bien visible la cooperación de la A. F. A., de la cual será desde ahora el órgano para la publicación de las noticias, los informes, etc., que suministre su comité, dentro de las normas de brevedad adoptadas desde su fundación por la U. M. A.”.

“5. Los miembros de la A. F. A. recibirán regularmente, como los de la U. M. A., los números de la Revista y de las monografías que se publiquen. Los autores de los trabajos de Física publicados recibirán gratuitamente una tirada de 50 ejemplares, pudiendo ampliarse ésta, si sufragan el aumento de costo”.

“6. Los miembros de la A. F. A. tendrán los mismos derechos que los de la U. M. A. en la adquisición de las publicaciones que la U. M. A. ofrece a sus socios, otorgándoles íntegramente el descuento obtenido de los editores”.

“7. Los miembros de la A. F. A. podrán asistir a las sesiones de la U. M. A., a las cuales serán invitadas particularmente, y viceversa”.

“8. La Junta Directiva de la U. M. A. quedará en contacto con el Comité de la A. F. A., esforzándose las dos organizaciones a contribuir, en la medida de lo posible, a los gastos de la Revista en la proporción de las publicaciones en matemáticas y en física y de acuerdo al número de sus socios. Sin embargo, el Comité de la A. F. A. se obliga a pagar, desde ahora, a la U. M. A., el importe de \$ 100 (cien) por mes, aumentando esta contribución en la medida de la adquisición de nuevos miembros y de las necesidades de las publicaciones de Física”.

“9. Este proyecto será sometido a la Junta Directiva de la U. M. A. que resolverá definitivamente”.

A continuación se leyó el criterio sugerido por el Director de la Revista, Ing. José Babini. Después de un prolongado cambio de ideas, se acordó fijar la siguiente norma para seleccionar las publicaciones, complementaria del convenio transcripto: “Si los trabajos son de Matemática, se publicarán previa

consulta con los redactores matemáticos; si son de Física, previa consulta con el redactor físico. En los casos de clasificación dudosa, el Director consultará a los redactores de Matemática y de Física, y si no hay acuerdo, decidirá el Director en última instancia. Los trabajos de Filosofía e Historia de las Ciencias Físicomatemáticas quedan librados al criterio del Director. Para las reseñas bibliográficas se seguirán los mismos criterios''.

No habiendo nada más que tratar, se levantó la sesión.

M. VALENTINUZZI

#### BODAS DE DIAMANTE DEL OBSERVATORIO DE CORDOBA Y OCTAVA REUNION DE LA ASOCIACION FISICA ARGENTINA

En este año se cumplen las bodas de diamante del Observatorio de Córdoba con la ciencia astronómica. Fundado en 1871 por el Presidente Domingo Faustino Sarmiento y su primer Director, Benjamín Anthonp Gould, ha contribuido, en sus 75 años de existencia, en forma destacada al conocimiento del cielo austral.

Par festejar tan grato acontecimiento, el Observatorio celebró, en conjunción con la Asociación Física Argentina, una reunión científica (octava reunión de la A.F.A.) en Córdoba del 19 al 22 de setiembre de 1946.

#### EL CONGRESO DE MEXICO DE 1947

La Sociedad Matemática Mexicana ha invitado a la Unión Matemática Argentina a participar en el Primer Congreso Internacional Americano de Matemáticas, que tendrá lugar en México durante el mes de junio de 1947. Los interesados pueden dirigirse a la secretaria de la Unión Matemática Argentina, Gascón 520.

## PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

Vol. I. (1936-1937), Vol. II (1938-1939), Vol. VII (1940-1941), Vol. VIII (1942), Vol. IX (1943), Vol. X (1944-1945), Vol. XI (1945-1946)

Notas y memorias de J. BABINI, M. BALANZAT, J. BARRAL SOUTO, A. BATTIG, G. BECK, C. BIGGERI, G. BIRKHOFF, C. A. BULA, M. BUNGE, H. E. CALCAGNO, F. CERNUSCHI, A. W. CONWAY, C. CRESPO, E. A. DE CESARE, J. DE CICCO, J. A. DEL PERAL, J. FAVET, E. FERRARI, V. y A. FRAILE, Y. FRENKEL, R. FRUCHT, E. GASPAR, E. GAVIOLA, A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, A. J. GUÁRNIERI, J. E. HERRERA, E. KASNER, G. KNIE, N. KRIVOSHEIN, T. LEVI-CITTA, W. MÄCHLER, J. L. MASSERA, M. PETROVICH, M. M. PELKOTTO, A. PETRACCA, E. R. RAIMONDI, J. J. REBELLA, J. REY PASTOR, S. RÍOS, P. ROSSELL SOLER, M. SADOSKY, R. SAN JUAN, L. A. SANTALÓ, S. SISYÁNOV, A. TERRACINI, P. THUILLÉN, F. TORANZOS, J. V. USPENSKY, J. WÜRSCHMIDT.

Informes de las reuniones de la Asociación Física Argentina.

Soluciones de temas propuestos. Bibliografía, Crónica, etc.

Vol. III 1938-1939). Vol. IV (1939). Vol. V (1940). Vol. VI (1940-1942)

### Fascículos separados

- Nº 1. — GINO LORIA. *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina.*
- » 2. — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre las series de funciones de Hermite.*
- » 3. — MICHEL PETROVICH. *Remarques arithmétiques sur une équation différentielle du premier ordre.*
- » 4. — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace.*
- » 5. — NIKOLA OBRECHKOFF. *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes.*
- » 6. — RICARDO SAN JUAN. *Derivación e integración de series asintóticas.*
- » 7. — Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri.
- » 8. — F. AMODEO. *Origen y desarrollo de la Geometría Projectiva.*
- » 9. — CLOTILDE A. BULA. *Teoría y cálculo de los momentos dobles.*
- » 10. — COTILDE A. BULA. *Cálculo de superficies de frecuencia.*
- » 11. — R. FRUCHT. *Zur Geometria auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida).*
- » 12. — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux.*
- » 13. — F. TORANZOS. *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan.*
- » 14. — M. BALANZAT. *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos.*
- » 15. — G. KNIE. *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista.*
- » 16. — A. TERRACINI. *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas.*
- » 17. — L. A. SANTALÓ. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por  $n$  rectas arbitrarias.*
- » 18. — A. WINTNER. *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades).*
- » 19. — E. FERRARI. *Sobre la paradoja de Bertrand.*
- » 20. — J. BABINI. *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre.*
- » 21. — R. SAN JUAN. *Un algoritmo de sumación de series divergentes.*
- » 22. — A. TERRACINI. *Sobre algunos lugares geométricos.*
- » 23. — V. y A. FRAILE y C. CRESPO. *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano.*
- » 24. — R. FRUCHT. *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes.*
- » 25. — E. R. RAIMONDI. *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos.*

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo.*

Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico.*

Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito.*

Nº 4. — JULIO REY PASTOR. *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones. Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF.*

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea matemática.*

## S U M A R I O

	Pág.
Federigo Enriques. Homenaje de la Unión Matemática Argentina Palabras de los Doctores A. Terracini y J. Rey Pastor .....	3
Sobre un problema de Bernoulli (Cuarta parte), por J. V. Uspensky	10
Asociación Física Argentina. Informes y comunicaciones de la Sexta Reunión .....	20
<i>Crónica.</i> Fondo Federigo Enriques. — La Séptima Reunión de la Asociación Física Argentina (G. Beek). — Unión Matemática Argentina. Reuniones del 8 y 11 de Julio de 1946 (M. Valentinuuzzi). — Bodas de diamante del Observatorio de Córdoba y Octava Reunión de la Asociación Física Argentina. — El Congreso de México de 1947 .....	41

---

Contribuyen especialmente al sostenimiento de las publicaciones de  
la UNION MATEMATICA ARGENTINA los siguientes

### MIEMBROS PROTECTORES

COMPAÑIA INDUSTRIAL DEL NORTE DE SANTA FE. INGENIO AZUCARERO "ARNO"  
(Villa Ocampo. F. C. S. F.). — JULIO REY PASTOR (Buenos Aires). — T. G.  
BERLENGIERI y CIA. (Rosario). — TRICERRI HNOS. (Rosario). — MANUEL GUI-  
TARTE (Buenos Aires). — CLOTILDE A. BULA (Rosario). — ELBA R. RAIMONDI  
(Buenos Aires). — FERNANDO L. GASPAR (Rosario). — CARLOS ISELLA (Ro-  
sario). — PEDRO J. TRICERRI (Rosario).