

# REVISTA DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

(MIEMBRO DEL PATRONATO DE LA MATHEMATICAL REVIEWS)

ORGANO DE LA

## ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Director: José Babini

Delegado de la A. F. A.: Mario Bunge

Redactores de la U. M. A.: Julio Rey Pastor, Luis A. Santaló, Mischa Cotlar

Redactores de la A. F. A.: Enrique Gaviola, Richard Gans, Guido Beck

### MIEMBROS TITULARES DE LA U. M. A.

J. BABINI (Santa Fe) (fundador) — M. BALANZAT (San Luis) — J. BARRAL SOUTO (B. Aires) (fundador) — C. A. BULÁ (Rosario) (fundador) — E. COMINAS (Mendoza) — E. CHICHIZOLA (Rosario) — C. DIEULEVAIT (Rosario) (fundador) — A. DURANONA Y VEDIA (B. Aires) — FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICAS Y NATURALES (B. Aires) (fundador) — FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS (Rosario) (fundador) — FACULTAD DE QUÍMICA INDUSTRIAL (Santa Fe) (fundador) — A. FARENGO DEL CORRO (B. Aires) — Y. FRENKEL (B. Aires) — E. GASPÁR (Rosario) (fundador) — F. L. GASPÁR (Rosario) (fundador) — J. GIANNONE (Rosario) (fundador) — A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ (Buenos Aires) (fundador) — J. GONZÁLEZ GALÉ (Buenos Aires) (fundador) — M. GUITARTE (Buenos Aires) (fundador) — W. S. HILL (Montevideo) (fundador) — C. ISELLA (Rosario) (fundador) — H. MAGLIANO (La Plata) — OBSERVATORIO ASTRONÓMICO (La Plata) — A. LASOURAIN (B. Aires) — J. OLGUÍN (Rosario) (fundador) — D. PAPP (B. Aires) — P. PÍ CALLEJA (San Juan) — E. R. RAIMONDI (Buenos Aires) (fundador) — J. E. REYNAL (Buenos Aires) — J. REY PASTOR (Buenos Aires) (fundador) — A. E. SAGASTUME BERRA (La Plata) — E. L. SAMATÁN (Buenos Aires) (fundador) — J. SORTHEIX (Tucumán) (fundador) — D. T. A. DE SPELUZZI (Buenos Aires) (fundador) — E. TERRADÁS (La Plata) (fundador) — F. TORANZOS (La Plata) — C. A. TREJO (La Plata) — J. C. VIGNAUX (Buenos Aires) — E. H. ZARANTONELLO (La Plata).

BUENOS AIRES

1948

## UNION MATEMATICA ARGENTINA

La U. M. A. reconoce cuatro categorías de miembros: honorarios, protectores, titulares y adherentes. El miembro protector paga una cuota anual de 100 \$, por lo menos; el titular una cuota mensual de 5 \$ o anual de 50 \$; y el adherente una cuota anual de 10 \$. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio libre de gastos, a la orden de la Tesorera, Prof. Clotilde A. Bula, Lavalle 1115, Rosario.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la *Mathematical Reviews* (sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a esa importante revista, de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el precio de suscripción que es de 13 dólares por año. Los socios de la U. M. A. pagarán por tanto sólo 6.50 dólares por año.

Los autores de trabajos reciben gratuitamente una tirada aparte de 50 ejemplares. Las correcciones extraordinarias de pruebas, son por cuenta de los autores.

### JUNTA DIRECTIVA

Presidente, Alberto González Domínguez, Paraguay 1327, Buenos Aires  
Vicepresidentes, J. C. Vignaux, E. H. Zarantonello. Secretario general, M. Valentinuzzi. Tesorera, Clotilde A. Bula. Protesorera, Juana M. Cardoso. Director de la Revista, J. Babini. Secretarios locales, R. A. Ricabarra (La Plata), P. L. Checchi (Córdoba). Elvira M. Tula (Cuyo), F. Gaspar (Rosario), Tilda C. Guilmone (Tucumán).

## ASOCIACION FISICA ARGENTINA

La A. F. A., asociación privada de investigadores, profesores y estudiantes de física y de astronomía, tiene por objeto fomentar el progreso de la enseñanza de dichas materias por medio de reuniones científicas periódicas y de la publicación de trabajos originales.

Podrán ingresar como socios activos quienes hayan efectuado investigaciones originales; pueden ser socios adherentes los profesores que no cumplan este requisito; y socios estudiantes los que hayan aprobado el primer año de estudios de física o de astronomía.

Las solicitudes de ingreso, que deberán llevar la firma de dos socios activos o adherentes, habrán de dirigirse al secretario local que corresponda. Los socios activos abonarán una cuota mensual de 6 \$, los adherentes de 4 \$ y los estudiantes de 2 \$. En estas cuotas están incluidas las suscripciones al órgano de la A. F. A. y a la revista "Ciencia e Investigación".

Los manuscritos destinados a la publicación deberán enviarse al delegado de la A. F. A. Mario Bunge, Instituto de Física, Perú 222, Bs. Aires; y la correspondencia administrativa deberá dirigirse al secretario local que corresponda o a la tesorera.

Para la redacción y presentación de los trabajos se agradecerá se tengan en cuenta las *Normas generales* distribuidas con esta revista en 1945.

### COMISION DIRECTIVA

Presidente: Enrique Gaviola  
Tesorera: Estrella Mazzoli de Mathov, San Juan 1931, Buenos Aires.  
Secretarios locales: Ernesto E. Galloni, Buenos Aires, Yerbal 1763.  
Fidel Alsina Fuertes, La Plata, calle 44 N° 717.  
Guido Beck, Córdoba, Laprida 922.  
José Würschmidt, Tucumán, Laprida 765.

Abonnement annuel à l'étranger: 4.00 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifique et administrative à l'adresse ci-dessous:

SR. SECRETARIO DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

Dr. MÁXIMO VALENTINUZZI

Gascón 520, Buenos Aires (REP. ARGENTINA)

**REVISTA**  
**DE LA**  
**UNION MATEMATICA ARGENTINA**  
(MIEMBRO DEL PATRONATO DE LA MATHEMATICAL REVIEWS)  
**ORGANO DE LA**  
**ASOCIACION FISICA ARGENTINA**

**VOLUMEN XIII**  
**1948**

**BUENOS AIRES**  
**1948**



# MULTIGRADE FATTORIALI

di

GIUSEPPE PALAMÀ

In questo lavoro ci proponiamo di fare una generalizzazione delle uguaglianze multigrade.

Ricordiamo che si dice *uguaglianza (od equazione) multi-grada* la

$$(1) \quad a_1, \dots, a_p \stackrel{x}{=} c_1, \dots, c_q, (x = m_1, m_2, \dots, m_r),$$

che sta per il sistema

[illegible]

Quando in (1') è  $m_i = i$ , la (1) si scrive più semplicemente così <sup>(1)</sup>

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{\gamma}{=} c_1, \dots, c_q.$$

(<sup>1</sup>) Per i simboli, nomenclatura, teoremi ecc. relativi alle uguaglianze multi-grade. Cfr. A. GLODEN, *Mehrgradige Gleichungen*, 2<sup>a</sup> Ediz. 1944. Groningen.

Il teorema fondamentale sulle uguaglianze multigrade fu stabilito sostanzialmente la prima volta dall'ESCORR, (*Quartely Journal of Math.*, (1910) pp. 141-167), e poi, nella forma in cui in seguito fu sempre applicato nella teoria delle uguaglianze multigrade, prima dal TARRY (*Interm. des Math.*: Vol. 19<sup>e</sup>, (1912), pp. 219-221). e comunemente perciò è detto teor. di TARRY, e poi dal

Analogamente noi scriveremo

$$(2) \quad \alpha_1, \dots, \alpha_p \stackrel{x/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_q$$

$$(x = m_1, m_2, \dots, m_r; \alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m_r}),$$

BARRETTE (Congresso di Grenoble del 1925 dell' Assoc. Franç. pour l'avanc. des Sc.). Esso è il seguente:

“Se è

$$(I) \quad \alpha_1, \dots, \alpha_p \stackrel{n}{=} c_1, \dots, c_p$$

è anche, qualunque sia il parametro  $h$ , purchè non nullo

$$\alpha_1, \dots, \alpha_p, c_1 + h, \dots, c_p + h \stackrel{n+1}{=} c_1, \dots, c_p, \alpha_1 + h, \dots, \alpha_p + h''.$$

Notevole poi è ancora il seguente teorema dovuto al BASTIEN, (phinx-Oedipe, 1913, p. 131).

“Se la (I) non è banale, nel senso che i  $b_i$  sono tutti differenti degli  $\alpha_i$ , non può essere  $p \leq n$ .”

La (I) se non è banale ed è  $p = n + 1$ , si dice normale.

Interessante è il seguente esempio nel quale, a mezzo del solo Teor. di TARRY applicato successivamente a partire dalla

$$1, 9 \stackrel{1}{=} 4, 6,$$

qualora si assumano per  $h$  i valori indicati a fianco di ciascuna multigrada ottenuta, si hanno le sei seguenti multigrade

$$h = 2 \quad 1, 8, 9 \stackrel{2}{=} 3, 4, 11$$

$$h = 1 \quad 1, 5, 8, 12 \stackrel{3}{=} 2, 3, 10, 11$$

$$h = 7 \quad 1, 5, 9, 17, 18 \stackrel{4}{=} 2, 3, 11, 15, 19$$

$$h = 8 \quad 1, 5, 10, 18, 23, 27 \stackrel{5}{=} 2, 3, 13, 15, 25, 26$$

$$h = 13 \quad 1, 5, 10, 16, 27, 28, 38, 39 \stackrel{6}{=} 2, 3, 13, 14, 25, 31, 36, 40$$

$$h = 11 \quad 1, 5, 10, 24, 28, 42, 47, 51 \stackrel{7}{=} 2, 3, 12, 21, 31, 40, 49, 50$$

di cui ben cinque sono normali.

Chi voglia essere rapidamente informato su alcuni dei principali teoremi relativi alle multigrade comuni, Cfr. A. GLODEN, *Sobre el análisis diofántico multigrado*, Euclides (Madrid), N. 40.

Le ricerche oggi sono per lo più orientate a stabilire multigrade normali.



Noi diciamo le (2), e quindi anche le (3), (4), (4'), (4''), *uguaglianze (od equazioni) multigrade fattoriali*, e quest'ultime le diciamo in più di ordine o di grado  $r$ .

Spesso però diremo *comuni* le solite multigrade, per distinguerle da quelle fattoriali.

La teoria delle uguaglianze multigrade fattoriali può svolgersi indipendentemente, ma parallelamente, a quella delle comuni, le quali perciò non risulterebbero che dei casi assai particolari delle multigrade fattoriali, e possono altresì queste ultime ottenersi subito dalle comuni mediante i tre seguenti teoremi.

1. Teor. 1°. Se è

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{n}{=} c_1, \dots, c_p,$$

è anche

$$(6) \quad a_1, \dots, a_p \stackrel{n/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_q, \quad (\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n),$$

essendó le  $\alpha_i$  dei parametri del tutto arbitrari.

Questo teorema e gli altri cinque che seguono si dimostrano subito svolgendo i prodotti di ambo i membri della multigrada fattoriale da dimostrarsi.

Teor. 2°. Se è

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{x}{=} c_1, \dots, c_q, \quad (x = 2, 4, \dots, 2m)$$

è anche

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{x/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_q,$$

$$(x = 2, 4, \dots, 2m; \quad \alpha_i = -\alpha_1, \alpha_1, -\alpha_2, \alpha_2, \dots, -\alpha_m, \alpha_m),$$

con  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  parametri del tutto arbitrari.

Teor. 3°. Se è

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{x}{=} c_1, \dots, c_q, \quad (x = 1, 3, \dots, 2m-1),$$

è anche

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{n/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_q$$

$$(x=1, 3, \dots, 2m-1; \alpha_i=0, -\alpha_1, \alpha_1, -\alpha_2, \alpha_2, \dots, -\alpha_{m-1}, \alpha_{m-1})$$

con  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m-1}$  arbitrari.

2. Oss. 1<sup>a</sup>. Sono numerose le note uguaglianze multigrade comuni<sup>(2)</sup>, numeriche o parametriche, con le quali, a mezzo dei teoremi precedenti si possono ricavare subito le corrispondenti multigrade fattoriali che, alla loro volta, danno soluzioni di sistemi indeterminati di tipi corrispondenti.

Oss. 2<sup>a</sup>. Dal ter. 1<sup>o</sup>. si trae subito, per es., come corollario il seguente teor. di Frolov relativo alle uguaglianze multigrade comuni<sup>(3)</sup>.

«Se è

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{n}{=} c_1, \dots, c_q,$$

è anche

$$u a_1 + t, \dots, u a_p + t \stackrel{n}{=} u c_1 + t, \dots, u c_q + t,$$

qualunque siano i parametri  $u, t$ .

Basta difatti porre nella (6)  $\alpha_i = \frac{t}{u}$ ,

e liberare dai denominatori.

3. Ma la teoria delle uguaglianze multigrade fattoriali può evolversi, come già si è detto, indipendentemente da quella delle comuni. Sussistono difatti per es. i seguenti teoremi, il primo dei quali generalizza quello di Tarry fondamentale<sup>(4)</sup>:

Teor. 4<sup>o</sup>. Se è

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{n/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_p, \quad (\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n),$$

(<sup>2</sup>) per es. A. GLODEN, *Mehrgradige ecc., c. in* (<sup>1</sup>).

(<sup>3</sup>) FROLOV, Bull. de la Société Math. de France, Vol. 17<sup>e</sup>, 1888-9, pp. 69-83, Vol. 20<sup>e</sup>, 1892, pp. 69-84.

(<sup>4</sup>) Cfr. la precedente nota (<sup>1</sup>).

con  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  parametri arbitrari, è anche

$$a_1, \dots, a_p, c_1 + t, \dots, c_p + t \frac{n+1/\alpha_i}{c_1, \dots, c_p, a_1 + t, \dots, a_p + t}$$

$$(\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}),$$

se  $\alpha_{n+1}$  e  $t$  sono due nuovi parametri arbitrari.

Teor. 5.<sup>o</sup> (5). Se è

$$a_1, \dots, a_p \frac{x/\alpha_i}{c_1, \dots, c_p},$$

$$(x = 2, 4, \dots, 2m; \alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m}).$$

con  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m}$  parametri arbitrari, è anche, qualunque siano  $t$  ed  $\alpha_{2m+1}$

$$a_1 + t, \dots, a_p + t, -a_1 + t, \dots, -a_p + t \frac{2m+1/\alpha_i}{c_1 + t, \dots, c_p + t, -c_1 + t, \dots, -c_p + t,}$$

$$c_1 + t, \dots, c_p + t, -c_1 + t, \dots, -c_p + t,$$

$$(\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m}, \alpha_{2m+1}).$$

Teor. 6.<sup>o</sup>. Se è

$$a_1, \dots, a_p \frac{x/\alpha_i}{c_1, \dots, c_q},$$

$$(x = 1, 3, \dots, 2m-1; \alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m-1}),$$

con  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m-1}$  parametri arbitrari è anche, qualunque siano  $\alpha_{2m}$  e  $t$

$$a_1 + t, \dots, a_p + t, -c_1 + t, \dots, -c_q + t \frac{2m/\alpha_i}{c_1 + t, \dots, c_q + t, -a_1 + t, \dots, -a_p + t,}$$

$$c_1 + t, \dots, c_q + t, -a_1 + t, \dots, -a_p + t,$$

$$(\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m-1}, \alpha_{2m}).$$

(<sup>5</sup>) I teor. 5.<sup>o</sup> e 6.<sup>o</sup> del testo generalizzano invece note proposizioni che si trovano per es. nei lavori di A. GLODEN citati in (<sup>1</sup>).

Nello stesso modo si stabiliscono subito per le multigrade fattoriali gli analoghi di altri teoremi delle multigrade comuni.

4. Facciamo ora delle applicazioni.

Innanzitutto se applichiamo il 1.<sup>o</sup> teorema per es. alla

$$1, 5, 9, 17, 18 \stackrel{4}{=} 2, 3, 11, 15, 19,$$

abbiamo

$$1, 5, 9, 17, 18 \stackrel{4/\alpha_i}{=} 2, 3, 11, 15, 19$$

$$(\alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4),$$

con le  $\alpha_i$  arbitrarie, da cui se si fa

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 1, \quad \alpha_3 = 2, \quad \alpha_4 = 3,$$

oppure

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = -1, \quad \alpha_3 = -2, \quad \alpha_4 = -3,$$

si trae rispettivamente

$$1 \overline{k} + 5 \overline{k} + 9 \overline{k} + 17 \overline{k} + 18 \overline{k} = 2 \overline{k} + 3 \overline{k} + 11 \overline{k} + 15 \overline{k} + 19 \overline{k},$$

$$(k = 1, 2, 3, 4);$$

$$1 \overline{k} + 5 \overline{k} + 9 \overline{k} + 17 \overline{k} + 18 \overline{k} = 2 \overline{k} + 3 \overline{k} + 11 \overline{k} + 15 \overline{k} + 19 \overline{k},$$

$$(k = 1, 2, 3, 4).$$

5. Si possono immaginare diversissimi tipi di sistemi dei quali si hanno subito soluzioni parametriche a mezzo delle multigrade fattoriali.

Difatti per avere, per es., soluzione parametrica del sistema

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^p x_{i1} x_{i2} &= \sum_{i=1}^p y_{i1} y_{i2} \\
 \sum_{i=1}^p x_{i1}^2 x_{i2}^2 &= \sum_{i=1}^p y_{i1}^2 y_{i2}^2 \\
 \sum_{i=1}^p x_{i1}^2 x_{i2}^2 x_{i3} x_{i4} &= \sum_{i=1}^p y_{i1}^2 y_{i2}^2 y_{i3} y_{i4} \\
 \sum_{i=1}^p x_{i1}^2 x_{i2}^2 x_{i3}^2 x_{i4}^2 &= \sum_{i=1}^p y_{i1}^2 y_{i2}^2 y_{i3}^2 y_{i4}^2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 \sum_{i=1}^p x_{i1}^2 \dots x_{i2m-2}^2 x_{i2m-1} x_{i2m} &= \sum_{i=1}^p y_{i1}^2 \dots y_{i2m-2}^2 y_{i2m-1} y_{i2m} \\
 \sum_{i=1}^p x_{i1}^2 \dots x_{i2m}^2 &= \sum_{i=1}^p y_{i1}^2 \dots y_{i2m}^2
 \end{aligned}$$

nel quale però  $p$  ed  $m$  non possono essere completamente arbitrari<sup>(6)</sup>, basta ricavare da una nota uguaglianza multigrada comune del tipo occorrente, se nota, la corrispondente multigrada fattoriale:

$$\begin{aligned}
 a_1, \dots, a_p \stackrel{x/a_i}{=} c_1, \dots, c_p, \\
 (x=2, 4, \dots, 4m; \alpha_i = -\alpha_1, \alpha_1, -\alpha_2, \alpha_2, \dots, -\alpha_{2m}, \alpha_{2m}),
 \end{aligned}$$

e porre poi in questa

$$\alpha_1 = \alpha_2 = q_1, \alpha_3 = \alpha_4 = q_2, \dots, \alpha_{2m-1} = \alpha_{2m} = q_m,$$

essendo le  $q_i$  arbitrarie, per avere il mezzo di ottenere la soluzione parametrica richiesta.

Nella pratica conviene, come abbiamo fatto nei due precedenti es., servirsi dei teoremi 1.º, 2.º, 3.º, anzicchè dei teoremi 4.º, 5.º, 6.º ed analoghi.

7. Naturalmente per le uguaglianze multigrade fattoriali sussiste un teorema analogo a quello di BASTIEN<sup>(7)</sup>, cioè

(<sup>6</sup>) Cfr. l. c. in (<sup>2</sup>) pp. 56 e 59. In quest'ultima pag. (tabella B,) soni dati i più piccoli valori empirici di  $p$  relativi ad alcuni casi conosciuti.

(<sup>7</sup>) Cfr. BASTIEN, l. c. n (<sup>1</sup>), od anche i lavori citati di A. GLODEN in (<sup>1</sup>).

Teor. 7°. Se la

$$(7) \quad a_1, \dots, a_p \stackrel{n/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_p$$

$$(a_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$$

con le  $\alpha_i$  parametri arbitrari, non è banale, non può essere  $p \leq n$ .

Difatti se la (7) non fosse banale e fosse  $p \leq n$ , assumendovi i parametri tutti uguali a zero, avremmo una comune non banale con  $p \leq n$ , e ciò è assurdo appunto per il teor. di BASTIEN.

In modo analogo si dimostrano i seguenti teoremi<sup>(8)</sup>.

Teor. 8°. Se la

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{x/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_p,$$

$$(x = 2, 4, \dots, 2m; \alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m})$$

con le  $\alpha_i$  qualsiasi, non è banale, deve essere  $p \geq m + 1$ .

Teor. 9°. Se la

$$a_1, \dots, a_p \stackrel{x/\alpha_i}{=} c_1, \dots, c_q,$$

$$(x = 1, 3, \dots, 2m - 1; \alpha_i = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2m-1})$$

con le  $\alpha_i$  arbitrarie, non è banale, deve essere  $p + q \geq 2m + 1$ .

<sup>(8)</sup> Essi generalizzano noti teoremi relativi alle multigrade comuni per i quali Cfr. l. c. n. (2) p. 56.

# SOBRE LA CONSTRUCCION DE SISTEMAS PARCIALMENTE ORDENADOS CON GRUPO DE AUTOMORFISMOS DADO

por ROBERTO FRUCHT

Universidad Técnica F. Santa María, Valparaíso (Chile)

En una nota publicada en esta misma Revista<sup>(1)</sup>, el conocido matemático norteamericano Garrett Birkhoff ha demostrado tres teoremas en los cuales afirma que, dado un grupo abstracto  $G$  de  $\alpha$  elementos<sup>(2)</sup>, existen siempre:

- 1) un álgebra abstracta de  $\alpha$  elementos y  $\alpha$  operaciones unitarias,
- 2) un sistema parcialmente ordenado de  $\alpha^2 + \alpha$  elementos,
- 3) una estructura<sup>(3)</sup> distributiva («distributive lattice») con a lo sumo  $2^{\alpha^2 + \alpha}$  elementos,

tales que (en cada uno de los tres casos) el grupo de automorfismos del ente construido es isomorfo<sup>(4)</sup> al grupo dado  $G$ .

Termina la breve, pero interesantísima nota del prof. Birkhoff con la pregunta de si se podría reducir las constantes  $\alpha$ ,  $\alpha^2 + \alpha$ ,  $2^{\alpha^2 + \alpha}$  en los casos 1, 2, 3, respectivamente.

---

(1) GARRETT BIRKHOFF: *Sobre los grupos de automorfismos*. Revista de la Unión Matemática Argentina, vol. XI, págs. 155-157.

(2) Por un error de imprenta, en el teorema 1) de Birkhoff se habla de  $x$  (en lugar de  $\alpha$ ) elementos. Birkhoff, evidentemente, está pensando siempre en el caso en que  $G$  es un grupo infinito, pero tampoco carece de interés el caso de un grupo de orden finito (o sea con un número finito  $\alpha$ ).

(3) Siguiendo a la propuesta hecha por el prof. A. E. SAGASTUME BERRA en su comunicación: *El Álgebra moderna y sus problemas*, uso la palabra "estructura" — en lugar de "red" — como traducción de la palabra inglesa "lattice".

(4) Seguiremos a Birkhoff en el uso de la palabra "isomorfismo" como correspondencia biunívoca entre dos grupos que conserva la multiplicación.

Objeto de la presente nota es contestar afirmativamente con respecto a los casos 2 y 3. En efecto, demostraremos que basta modificar la construcción de Birkhoff en un detalle *para obtener un sistema parcialmente ordenado con  $\alpha^2$  (en lugar de  $\alpha^2 + \alpha$ ) elementos*, de modo que la constante del caso 2) se reduce a  $\alpha^2$  y la del caso 3, automáticamente, a  $2\alpha^2$ .

Conviene recordar, en primer lugar, la construcción de Birkhoff para introducir en sus notaciones algún pequeño cambio que nos facilitará la explicación y demostración de la modificación propuesta por nosotros con el objeto de obtener un sistema parcialmente ordenado con  $\alpha^2$  elementos cuyo grupo de automorfismos sea isomorfo a un grupo abstracto dado  $G$  de  $\alpha$  elementos.

(Recordemos brevemente la definición de un «sistema parcialmente ordenado»: «Para todos los elementos  $x$  del sistema rige:  $x \geq x$ ; si para 2 elementos  $x$  e  $y$  del sistema rige, a la vez:  $x \geq y$  e  $y \geq x$ , entonces:  $x = y$ ; y si para 3 elementos  $x$ ,  $y$ ,  $z$  del sistema rige, a la vez:  $x \geq y$  e  $y \geq z$ , entonces:  $x \geq z$ ).

Sea ahora  $G$  el grupo dado de  $\alpha$  elementos  $g_1, g_2, g_3, \dots$ , los que se suponen «bien ordenados» («well-ordered»), si  $\alpha$  no es un número finito;  $g_1$  sea, de una vez para siempre, el elemento unidad del grupo  $G$ . Para obtener un sistema parcialmente ordenado  $X$  de  $\alpha^2 + \alpha$  elementos, con el mismo grupo  $G$  como grupo de automorfismos, Birkhoff procede como sigue:

A cada elemento  $g_\varsigma$  de  $G$  corresponda un elemento  $(g_\varsigma)$  de  $X$ , y a cada par (ordenado) de dos elementos  $g_\sigma$  y  $g_\tau$  (iguales o distintos) corresponda un elemento  $(g_\sigma, g_\tau)$  de  $X$ . En total  $X$  contendrá pues  $\alpha$  elementos del tipo  $(g_\varsigma)$  y  $\alpha^2$  elementos del tipo  $(g_\sigma, g_\tau)$  <sup>(5)</sup>. Para estos  $\alpha^2 + \alpha$  elementos Birkhoff define ahora las relaciones siguientes:

$$(g_\varsigma) > (g_\varsigma, g_1) > (g_\varsigma, g_2) > (g_\varsigma, g_3) > \dots \text{ para } \varsigma = 1, 2, 3, \dots$$

y además:

$$(g_\sigma) > (g_\tau, g_\sigma, g_\tau) \text{ para } \begin{cases} \sigma = 1, 2, 3, \dots \\ \tau = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6).$$

<sup>(5)</sup> Llamaremos a  $g_\tau$  la segunda componente del elemento  $(g_\sigma, g_\tau)$ .

<sup>(6)</sup> Bastaría exigir estas últimas relaciones tan sólo para  $\tau = 2, 3, \dots$ ,

El sistema  $X$  así definido tiene un grupo de automorfismos isomorfo a  $G$  (la demostración véase en la nota de Birkhoff).

Veamos ahora cómo se puede reducir el número de elementos de  $X$  sin alterar el grupo de automorfismos. Es fácil darse cuenta de que los elementos «menos importantes» de  $X$  son los elementos:

$$(g_1, g_1), (g_2, g_1), (g_3, g_1), \dots$$

con la segunda componente  $g_1$ , pues ellos figuran únicamente en las relaciones:  $(g_\zeta) > (g_\zeta, g_1) > (g_\zeta, g_2)$ . Al suprimir por completo todos los elementos  $(g_\zeta, g_1)$  con la segunda componente  $g_1$  y las relaciones que para ellos regían, conjuntamente con las relaciones  $(g_\zeta) > (g_\zeta, g_2)$  que de aquellas se derivarían (?) (debido a la transitividad de la relación  $>$ ), queda pues un sistema modificado « $Y$ », cuya definición será, en resumen, la siguiente:

En  $Y$  hay  $\alpha^2$  elementos: los elementos  $(g_1), (g_2), (g_3), \dots$  que corresponden a los elementos del grupo  $G$ , y los elementos

---

porque para  $\tau = 1$  ellas son una consecuencia de las anteriores. Birkhoff exige, además:

$$(g_\tau g_\sigma, g_\tau) > (g_\tau g_\sigma, g_{\tau+1}) > (g_\tau g_\sigma, g_{\tau+2}) \dots$$

pero me parece que estas relaciones se pueden suprimir por ser contenidas en las anteriores:

$$(g_\zeta) > (g_\zeta, g_1) > (g_\zeta, g_2) > \dots$$

si se pone  $g_\tau g_\sigma = g_\zeta$ .

(?) Esta eliminación también de las relaciones  $(g_\zeta) > (g_\zeta, g_2)$  es necesaria, porque de lo contrario el grupo de automorfismos del sistema modificado puede ser distinto de  $G$ . Véase, por ejemplo, el caso  $\alpha = 2$ , o sea el grupo cíclico del orden 2 ( $g_2^2 = g_1$ ). En este caso  $Y$  tendrá 4 elementos:  $(g_1), (g_2), (g_1, g_2), (g_2, g_2)$  y sólo habrá 2 relaciones en  $Y$ :

$$(g_1) > (g_2, g_2), \quad (g_2) > (g_1, g_2);$$

efectivamente hay sólo dos automorfismos: el idéntico y el que cambia  $(g_1)$  con  $(g_2)$  y  $(g_1, g_2)$  con  $(g_2, g_2)$ . En cambio, al admitir, además, las relaciones:

$$(g_1) > (g_1, g_2) \text{ y } (g_2) > (g_2, g_2),$$

habría evidentemente dos automorfismos más, p. ej. aquel que cambia  $(g_1)$  con  $(g_2)$  sin alterar los elementos  $(g_1, g_2)$  y  $(g_2, g_2)$ .

con  $(g_2)$  y  $(g_1, g_2)$  con  $(g_2, g_2)$ . En cambio, al admitir, además, las relaciones

$(g_\sigma, g_\tau)$  con  $\tau \neq 1$ , los que corresponden a los pares (ordenados) de dos elementos de  $G$  (sin que la segunda componente pueda ser el elemento unidad  $g_1$  del grupo  $G$ ). Entre estos  $\alpha^2$  elementos se definen las siguientes relaciones:

$$(g_\varsigma, g_2) > (g_\varsigma, g_3) > (g_\varsigma, g_4) > \dots \text{ para } \varsigma = 1, 2, 3, \dots$$

y

$$(g_\sigma) > (g_\tau g_\sigma, g_\tau) \text{ para } \sigma = 1, 2, 3, \dots; \tau = 2, 3, \dots$$

Demostremos en seguida que el grupo de automorfismos de este sistema parcialmente ordenado  $Y$  sigue siendo isomorfo a  $G$ .

Muy fácil es ver que  $Y$  admite  $\alpha$  automorfismos que forman un grupo isomorfo a  $G$ . Sea, en efecto,  $g_\lambda$  un elemento cualquiera de  $G$ . Entonces la correspondencia biunívoca

$$\phi_\lambda \left\{ \begin{array}{l} (g_\sigma, g_\tau) \rightarrow (g_\sigma g_\lambda, g_\tau) \\ (g_\varsigma) \rightarrow (g_\varsigma g_\lambda) \end{array} \right\} (\tau \neq 1)$$

representa un automorfismo de  $Y$ , como se comprueba de inmediato. Además, al tomar  $\lambda$  sucesivamente los valores  $1, 2, 3, \dots$ , se obtiene un conjunto de automorfismos de  $Y$  que evidentemente forman un grupo isomorfo a  $G$ .

*Hay que demostrar, pues, que  $Y$  no admite otros automorfismos fuera de éstos. En otras palabras: si  $\phi$  es un automorfismo cualquiera de  $Y$ , hemos de demostrar que siempre existe un  $\lambda$  tal que  $\phi = \phi_\lambda$ .*

¿En qué forma puede actuar  $\phi$  sobre los elementos  $(g_1)$ ,  $(g_2)$ ,  $(g_3)$ ,  $\dots$ ? Sólo permutándolos entre sí, por tratarse de elementos máximos<sup>(8)</sup> de  $Y$ , mientras que ninguno de los demás elementos de  $Y$  es «máximo», ya que por definición rige:  $(g_\tau^{-1} g_\sigma) > (g_\sigma, g_\tau)$ .

Pero también los elementos con la segunda componente  $g_2$ , o

<sup>(8)</sup> En un sistema parcialmente ordenado, un elemento  $m$  se llama "máximo", si no hay otro elemento  $x$  tal que  $x > m$ .

sea los elementos  $(g_1, g_2), (g_2, g_2), (g_3, g_2), \dots$  pueden ser sólo permutados entre sí por el automorfismo  $\Phi$ , pues se trata también de elementos caracterizados por una propiedad invariante frente a automorfismos: ellos serían los elementos máximos en el sistema que resultaría si se eliminara a los verdaderos elementos máximos  $(g_1), (g_2), (g_3), \dots$ . Por inducción completa (respectivamente transfinita) se reconoce, usando un razonamiento análogo, que para cualquier valor de  $\tau$ ,  $\Phi$  permuta sólo entre sí a los elementos  $(g_1, g_\tau), (g_2, g_\tau), (g_3, g_\tau), \dots$  con la segunda componente  $g_\tau$ .

Sea ahora  $(g_\lambda)$  aquel elemento máximo en que es transformado por  $\Phi$  el elemento  $(g_1)$  de  $Y$ :

$$(g_1) \rightarrow (g_\lambda).$$

Entre los elementos  $(g_\tau, g_2)$  con la segunda componente  $g_2$ , hay sólo uno que sigue a  $(g_1)$ : el elemento  $(g_2, g_2)$ , ya que  $(g_1) > (g_2, g_2)$ ; análogamente hay, entre los mismos elementos, sólo uno que sigue a  $(g_\lambda)$ : el elemento  $(g_2 g_\lambda, g_2)$ , ya que  $(g_\lambda) > (g_2 g_\lambda, g_2)$ . Por lo tanto:

$$(g_2, g_2) \rightarrow (g_2 g_\lambda, g_2).$$

Repitiendo el mismo razonamiento para los «sucesores inmediatos» <sup>(9)</sup> de estos dos elementos tenemos que  $\Phi$  transforma también

$$(g_2, g_3) \rightarrow (g_2 g_\lambda, g_3)$$

y de un modo general (empléese inducción completa o transfinita):

$$(g_2, g_\tau) \rightarrow (g_2 g_\lambda, g_\tau) \quad (\tau \neq 1).$$

Si en la relación general:  $(g_\sigma) > (g_\tau g_\sigma, g_\tau)$  ponemos  $g_\sigma = g_\tau^{-1} g_2$ , resulta:  $(g_\tau^{-1} g_2) > (g_2, g_\tau)$ , o sea:  $(g_2, g_\tau)$  es también «sucesor inmediato» del elemento máximo  $(g_\tau^{-1} g_2)$ ; análogamente

<sup>(9)</sup> Diremos que  $b$  es «sucesor inmediato» de  $a$  (en inglés: « $a$  covers  $b$ »), cuando  $a > b$ , sin que exista en el sistema un elemento  $c$  tal que  $a > c > b$ .

se ve que  $(g_2 g_\lambda, g_\tau)$  es sucesor inmediato del elemento máximo  $(g_\tau^{-1} g_2 g_\lambda)$ . Por consiguiente, el automorfismo  $\Phi$  transforma  $(g_\tau^{-1} g_2)$  en  $(g_\tau^{-1} g_2 g_\lambda)$ :

$$(g_\tau^{-1} g_2) \rightarrow (g_\tau^{-1} g_2 g_\lambda)$$

o si ponemos  $g_\tau^{-1} g_2 = g_\varsigma$  (con  $\varsigma \neq 2$ , ya que  $\tau \neq 1$ ), resulta que

$$(a) \quad (g_\varsigma) \rightarrow (g_\varsigma g_\lambda) \quad \text{para } \varsigma \neq 2.$$

Aquí la excepción  $\varsigma = 2$  es sólo aparente: pues supongamos que  $\Phi$  transformaría a  $(g_2)$  en algún elemento máximo  $(g_\mu)$  distinto de  $(g_2 g_\lambda)$ :

$$(g_2) \rightarrow (g_\mu), \text{ con } g_\mu \neq g_2 g_\lambda;$$

entonces resultaría también

$$(g_\mu g_\lambda^{-1}) \rightarrow (g_\mu)$$

(según (a), para  $g_\varsigma = g_\mu g_\lambda^{-1}$ , con  $\varsigma \neq 2$ ) y tratándose de un automorfismo en que dos elementos distintos no pueden tener la misma «imagen»  $(g_\mu)$ , resultaría:

$$g_\mu g_\lambda^{-1} = g_2,$$

contrariamente a la hipótesis de que  $g_\mu \neq g_2 g_\lambda$ . Esta hipótesis es, pues, absurda y la fórmula (a) rige también para  $\varsigma = 2$ .

Tomando, por fin, en (a)  $g_\varsigma = g_\tau^{-1} g_\sigma$ , también se puede decir que siempre rige

$$(g_\tau^{-1} g_\sigma) \rightarrow (g_\tau^{-1} g_\sigma g_\lambda)$$

y para los sucesores inmediatos de estos dos elementos entre los elementos con la segunda componente  $g_\tau$  rige por consiguiente:

$$(g_\tau \cdot g_\tau^{-1} g_\sigma, g_\tau) \rightarrow (g_\tau \cdot g_\tau^{-1} g_\sigma g_\lambda \cdot g_\tau)$$

o sea:

$$(b) \quad (g_\sigma, g_\tau) \rightarrow (g_\sigma g_\lambda, g_\tau) \quad (\tau \neq 1).$$

(a) y (b) juntos demuestran la tesis:  $\Phi = \Phi_\lambda$ .

Para terminar observaremos que la construcción del sistema  $X$  de Birkhoff o la del sistema modificado  $Y$  que acabamos de exponer, permiten también encontrar una nueva solución para otro problema parecido: buscar un «diagrama»<sup>(10)</sup> («graph») cuyo grupo de automorfismos sea isomorfo a un grupo abstracto dado  $G$ . Para el caso de un grupo de orden finito  $\alpha$ , en una publicación anterior del autor<sup>(11)</sup> se había indicado una solución en que el «diagrama» construido tenía  $\alpha^2(2\alpha-1)$  puntos. (Este número, sin embargo, se reducía a  $\alpha(1+\beta)(1+2\beta)$  para un grupo  $G$  que se puede engendrar por  $\beta$  de sus elementos). Ahora bien, si  $\alpha > 2$ , partiendo del sistema parcialmente ordenado  $Y$  se puede encontrar un «diagrama»  $D$  con  $\frac{1}{2}(\alpha^3 + \alpha^2)$  puntos, tal que su grupo de automorfismos sea isomorfo al grupo dado  $G$  del orden finito  $\alpha$ .

La construcción de este «diagrama»  $D$  se efectúa de la manera siguiente: A cada elemento del sistema  $Y$  se hace corresponder un punto de  $D$ , y si en  $Y$  un elemento es «sucesor inmediato» de otro, en  $D$  los dos puntos correspondientes se unen por una arista. Además se aplica en cada punto del tipo  $(g_\varsigma, g_\tau)$  una «cola» de longitud  $\tau-1$ ; es decir: se introducen en  $D$  todavía  $\frac{1}{2}(\alpha^3 - \alpha^2)$  nuevos puntos que podemos llamar

$$(g_\varsigma, g_\tau, \nu), \quad (\nu = 1, 2, 3, \dots, \tau-1);$$

y se introducen sendas aristas entre  $(g_\varsigma, g_\tau)$  y  $(g_\varsigma, g_\tau, 1)$  para

$\varsigma = 1, 2, \dots, \alpha$ ;  $\tau = 2, 3, \dots, \alpha$ ; y entre  $(g_\varsigma, g_\tau, \nu)$  y

$(g_\varsigma, g_\tau, \nu-1)$  para  $\varsigma = 1, 2, \dots, \alpha$ ;  $\tau = 2, 3, \dots, \alpha$ ;  $\nu = 2, 3, \dots, \tau-1$ .

Es fácil ver que el grupo de automorfismos de este «diagrama»  $D$  es isomorfo al grupo dado  $G$  (siempre que el orden  $\alpha$  de este último sea finito y mayor que 2).

<sup>(10)</sup> Propongo esta palabra como traducción de lo que en inglés y alemán se llama «Graph», o sea de un conjunto de puntos que pueden ser unidos entre sí por medio de «aristas».

<sup>(11)</sup> *Herstellung von Graphen mit vorgegebener abstrakter Gruppe*, Compositio Mathematica, vol. 6 (1938), págs. 239-250.

# ASOCIACION FISICA ARGENTINA

## INFORMES Y COMUNICACIONES DE LA OCTAVA REUNION

CORDOBA, OBSERVATORIO ASTRONOMICO; SETIEMBRE DE 1946

SESIÓN DEL 20 DE SETIEMBRE (MAÑANA)

### INFORMES:

ERNESTO GALLONI (Instituto de Física, Buenos Aires). *Momentos nucleares.*

La utilización de los espectrógrafos interferenciales, ideados a fines del siglo pasado, llevó al conocimiento de la estructura hiperfina (h. f. s.) de las líneas espectrales. Fué Pauli quien sugirió por primera vez (en 1924) que el fenómeno podía deberse a la existencia de un momento magnético nuclear cuya interacción con el campo debido a la nube electrónica diera una multiplicidad hiperfina de los términos espectrales. Se supuso también que la presencia de isótopos podía originar dicha multiplicidad, pero el hecho de que en elementos desprovistos de isótopos apareciera también la h. f. s. obliga a admitir la existencia de ambos efectos. Por otra parte, las mediciones directas de los momentos nucleares confirman la hipótesis de Pauli.

Actualmente podemos afirmar, con bastante fundamento, que la h. f. s. es un efecto superpuesto de: *presencia de isótopos, momento magnético nuclear y momento eléctrico cuadrupolar del núcleo.*

Del estudio de la estructura hiperfina se han deducido los valores de los momentos magnéticos nucleares para muchos elementos, pero desde 1932 se ha señalado la posibilidad de mediciones directas. Para ello se recurre al método de los haces atómicos en campos magnéticos (Breit y Rabi, 1931).

Se han aplicado tres métodos: el de momento nulo, el de desviación y el de resonancia.

El método del momento nulo se funda en el hecho de que en aquellos átomos en que el momento del impulso nuclear es  $I \geq 1$ , para determinados valores del campo magnético exterior en ciertos niveles el átomo se comporta como si su momento magnético fuera nulo, es decir, no se desvía en campo inhomogéneo.

En el método de desviación el haz atómico experimenta en un primer campo débil una separación en niveles y una desviación que, para determinado nivel, se anula en un segundo campo inhomogéneo de sentido contrario. Este método se ha aplicado especialmente a los casos en que  $I = \frac{1}{2}$ .

El método de resonancia aplica al haz atómico, entre dos campos magnéticos constantes e inhomogéneos, un campo alternativo en resonancia con la precesión de Larmor, con lo cual en un proceso adiabático los momentos magnéticos nucleares cambian su orientación con respecto al campo y por lo tanto se modifica la desviación.

Para los momentos magnéticos de los neutrones libres se ha aplicado un cuarto método: el de polarización; que consiste en hacer pasar un haz de neutrones por un hierro fuertemente imanado y analizarlo con un segundo trozo de hierro imanado perpendicularmente al anterior. Un campo magnético adecuado entre «polarizador» y «anализador» produce una «polarización rotatoria».

Los resultados son concordantes y permiten prever influencias macroscópicas de los momentos magnéticos nucleares.

Los momentos eléctricos cuadrupolares se han determinado por vía espectroscópica.

#### SESIÓN DEL 20 DE SETIEMBRE (TARDE)

#### COMUNICACIONES:

ROSCOE F. SANFORD (Mount Wilson Observatory, EE. UU.). *Cambios en el espectro de Nova T Coronae Borealis.*

Los cambios más significativos en el espectro de T Coronae Borealis quizás pueden ser resumidos como sigue:

a) rápido angostamiento de las líneas de emisión desde la

época en que el brillo era máximo hasta cuando descendió a 7.3;

b) aparición de las dos líneas de la corona,  $\lambda 5303$  y  $\lambda 6374$ , en el intervalo en que la magnitud disminuyó de 7.3 a 9.2;

c) aparición de las líneas prohibidas de  $[Fe II]$  en marzo, intensidad máxima durante abril, mayo y junio inclusive, y debilitamiento, hasta casi desaparecer, en agosto. Toda esta serie de cambios van a través del mínimo y aumento subsiguiente de brillo hasta el máximo secundario;

d) aparición de la línea de  $Ne III$ ,  $\lambda 3868$ , y de la línea de  $O III$ ,  $\lambda 4363$ , en marzo, intensidad considerable en abril, mayo (durante el mínimo), julio y agosto (durante el máximo secundario) y ausencia completa en junio (durante el aumento de brillo hacia el máximo secundario);

e) gradientes relativamente muy distintos para las componentes azules y rojas de las líneas del hidrógeno, que se manifiestan en junio, julio y agosto;

f) aparición temprana de  $He II$   $\lambda 4685$  con gran intensidad, cambios radicales de ancho y estructura de un mes a otro, y ausencia en junio (durante el aumento de brillo hacia el máximo secundario);

g) duplicidad nítida de ciertas líneas de absorción, especialmente de  $Mg I$  y  $Ti II$ , solamente durante junio y julio, es decir, cuando el brillo de Nova T Coronae estaba en aumento hacia el máximo secundario o correspondía a la primera parte del máximo secundario.

WILLEM J. LUYTEN (University of Minnesota, EE. UU.). *Enanas Blancas entre las estrellas binarias.*

El propósito de esta investigación ha sido obtener más información acerca de las masas de las estrellas enanas blancas; esto sólo puede conseguirse haciendo observaciones de binarias con componentes enanas blancas, y el mejor material para ello son los pares de estrellas distantes y débiles que poseen movimiento propio común. En total han sido observadas 327 estrellas débiles de esta clase, principalmente entre magnitudes 12 y 15, con el reflector de 91 cm del Steward Observatory en Tucson, Arizona. Para cada estrella se tomaron una placa azul y una amarillá con

filtro; el índice de color fué estimado relativamente a estrellas de comparación de la misma magnitud, y una corrección fué aplicada teniendo en cuenta el color promedio de estas estréllas de comparación.

Se han encontrado ocho pares nuevos de estrellas con componentes enanas blancas. Agregando aquellos encontrados previamente, en parte en colaboración con el Sr. Dartayet de Córdoba, resulta que en la actualidad conocemos 18 pares débiles de estrellas con, por lo menos, una componente enana blanca (en dos de ellos ambas componentes son enanas blancas). Un hecho interesante surge de inmediato — aun no se puede decir si tiene significación o no — y es que en todos los casos, no importa cuáles sean las magnitudes fotográficas o visuales de las componentes, la enana blanca es, holométricamente, la más débil de las dos.

Magnitudes fotográficas precisas, separaciones e índices de color han sido ya determinados para estas estrellas, y tenemos la esperanza de que, si ahora se comienzan observaciones precisas de posición, dentro de 10 o 25 años, podremos obtener, para la mayor parte de ellas, movimientos orbitales dignos de confianza, y, por lo tanto, estaremos en condiciones de estimar sus masas, por lo menos en forma estadística.

En el McDonald Observatory se han obtenido, con el reflector de 2 metros, espectros de las componentes de LDS 678; una es una M3 enana, la otra tiene un espectro continuo (DC 18)\* y parece tener un tamaño comprendido entre el de la Tierra y el de la Luna y una densidad media de alrededor de 5000000 en el sistema GGS.

CHARLES D. PERRINE (Córdoba). *Dos efectos en la marcha de relojes.*

Una investigación de relojes con escape rueda-balanceada («balance-wheel») para determinar la eficiencia de este sistema contra los estorbos de terremotos, vibraciones, etc., ha revelado

---

(\*) Notación propuesta por el Dr. Luyten (*Ap. J.*, 101, 131, 1945): D indica «dwarf» o «degenerate»; C, «continuous», y, el número que sigue a continuación, la temperatura superficial estimada, en miles de grados K. [Nota del editor].

efectos de *humedad* en el aire y *posición* del reloj, sobre su marcha que, según entiendo, aún no han sido tomados en cuenta.

El efecto de humedad (agua en suspensión en el aire), causa fricción y, por consiguiente, una marcha más lenta, es *variable* como la temperatura y presión atmosférica. Este efecto es tan apreciable como la temperatura o presión atmosférica, la cual no es eliminada en conjunción con otros efectos, pero tiene que ser determinada directamente de la observación de la humedad y aplicada la correspondiente corrección.

El efecto de posición es *constante* si la posición es constante, pero es importante en el sentido de en cuál posición resulta la marcha más exacta. La observación de tres relojes de bolsillo y uno pequeño de mesa ha mostrado diferencias de 30 hasta 60 segundos en sus marchas diarias («rafes») entre las posiciones *vertical* y *horizontal*, ejes horizontal y vertical, respectivamente.

Se supone que estas diferencias en las marchas son debidas a diferencias de la fricción de los ejes en sus cojinetes y si son horizontales o verticales. Si el eje es horizontal la fricción es mayor que si el eje es vertical y descansa sobre su punta — el reloj, por consiguiente, marcha más rápido en la posición vertical del eje — horizontal del reloj, resultado encontrado en tres de los cuatro relojes. También la marcha es generalmente más exacta en la posición de marcha más rápida, que es de esperar.

ENRIQUE GAVIOLA y RICARDO PLATZECK (Observatorio de Córdoba).  
*Cámara Schmidt f/2 de 20-30 cm.*

La cámara, construída en los talleres del Observatorio, tiene una lente correctora de vidrio «Vita», transparente al ultravioleta cercano, y un espejo esférico de vidrio «Pyrex». La montura es un diseño experimental original: el eje de declinación está directamente acoplado a la célula del espejo esférico; la montura de la lente correctora y el porta-chassis están sostenidos por una estructura de livianos perfiles de aluminio; el porta-chassis puede ser girado fuera del tubo para cambiar la película.

Para guiar y para enfocar se usan dos objetivos de microscopio colocados al costado del chassis, los que envían la luz, por

reflexión en pequeños espejos planos, a oculares situados sobre las costillas del tubo.

La lente correctora fué figurada por el ayudante señor David McLeish. Cada cara fué medida independientemente, por reflexión de la luz en un espejo esférico patrón, usando el método de la cáustica. La primera cara requirió 11 meses de retoques; la segunda se rayó al terminársela, a los 5 meses; fué esmerilada, pulida y figurada de nuevo en 1 mes. El espejo esférico fué hecho por el ayudante señor Francisco Urquiza. La montura fué construída por el mecánico jefe señor Angel Gomara. La experiencia que se adquiriera con esta cámara será usada en la construcción de la cámara de 60-90 cm.

JORGE BOBONE (Observatorio de Córdoba). *Estado actual de la determinación de la órbita definitiva del cometa Halley en su última aparición.*

Los elementos preliminares adoptados para el cálculo de una efemérides del cometa Halley fueron los deducidos por Cowell y Crommelin con la sola modificación de la fecha del paso por el perihelio, la que fué transferida a 1910 Abril 19.679 tiempo medio de Greenwich.

En base a la efemérides calculada se compararon la totalidad de las observaciones disponibles (2748 en ascensión recta y 2718 en declinación), resumiéndolas en 33 lugares normales, correspondiendo el primero a la fecha Septiembre 18 de 1909 y el último a Mayo 23 de 1911.

Antes de comenzar el cálculo de perturbaciones, se hizo una determinación de elementos más exactos del cometa, basada en los primeros 11 lugares normales y teniendo en cuenta solamente los efectos perturbadores de Júpiter y Saturno. En posesión de ellos y esta vez con la acción de todos los planetas, excepto Plutón, que no produce ningún efecto sensible durante todo el período de observaciones, se ha llegado por el método de variaciones de los elementos, al cálculo de perturbaciones exactas, hasta el 8 de Mayo de 1910.

JORGE SAHADE (Observatorio de Córdoba). *Observaciones espectrográficas de estrellas variables de eclipse.*

En abril del año en curso se ha iniciado la observación sistemática, con el reflector de Bosque Alegre, de los espectros de estrellas variables de eclipse.

En el programa fueron incluidas, entre otras, las estrellas RS Sagittarii, GL Carinae y V 346 Centauri, con el fin de reunir datos espectrográficos de sistemas con período variable.

La excentricidad derivada para RS Sagittarii en base a las observaciones espectrográficas concuerda con la determinada por Shapley de observaciones fotométricas efectuadas por Roberts.

Otra de las estrellas incluidas en el programa es R Arae A.

Los resultados serán publicados «in extenso» en el *Astrophysical Journal*.

#### SESIÓN DEL 21 DE SETIEMBRE (MAÑANA)

ENRIQUE GAVIOLA (Observatorio de Córdoba). *Estrellas en Rotación con Prominencias, Fáculas, Manchas, Espinillas, Chorros, etc.*

El conjunto de las estrellas variables forman un caos —según McLaughlin— del cual se seleccionan unas pocas para ordenarlas en clases, entre las que «no se puede tirar línea de separación en parte alguna si no es por definición arbitraria».

Una razón que explica en parte las dificultades encontradas es que los modelos estelares usados son excesivamente esquemáticos y sencillos. Con atmósferas estelares pulsantes (cefeidas) o en expansión moderada o explosiva (novae) se dispone de insuficientes parámetros capaces de variar independientemente. El modelo de Eddington, por ejemplo, no permite independizar la luminosidad de la velocidad radial.

Es razonable suponer en otras estrellas fenómenos cualitativamente análogos a los que observamos en el sol, si bien pueden ser cuantitativamente diferentes.

Un modelo de estrella variable debería contener, pues, prominencias de todas clases, fáculas, manchas, espinillas, chorros coro-

nales y otras erupciones. Debe suponerse dotado de una rotación, cuya velocidad y la posición de cuyo eje, puede elegirse dentro del límite de estabilidad rotacional. La luz de una prominencia estacionaria o eruptiva puede ser despreciable (sol) o muchas veces más brillante que la estrella (novae). Una estrella en rotación con una o dos prominencias estacionarias o quasi-estacionarias puede servir de modelo para algunas variables «a eclipse» o para variables «elipsoidales».

En el caso general, se dispone de los siguientes parámetros:

Velocidad de rotación;

Posición del eje de rotación;

Número de prominencias, fáculas, manchas, chorros, etc.;

Colocación de las mismas sobre la esfera estelar;

Variabilidad irregular, periódica o explosiva de cada prominencia, fácula, chorro, etc.

GUIDO BECK (Observatorio de Córdoba). *Sobre el estado de la materia sometida a alta presión.*

Considerando la estructura interna de una estrella tenemos que suponer que encontraremos, debido a la acción de las fuerzas gravíticas, presiones que crecen desde la superficie hacia el centro, donde alcanzan un valor máximo. El modelo a adoptar para una estrella será, pues, esencialmente determinado por el valor de la compresibilidad de la materia.

Las leyes conocidas de las estructuras atómica y nuclear de la materia, permiten formarse una idea cualitativa de los estados de la materia en el dominio de densidades comprendidas entre  $\rho = 1$  y  $\rho = 10^{14}$  gr/cm<sup>3</sup>. Suponiendo que la materia estelar es «fría», quiere decir, que su temperatura (salvo en la superficie) se encuentra debajo de la temperatura de degeneración del gas de Fermi electrónico o nucleónico, podemos distinguir tres capas distintas:

a) *la superficie*: materia «diluída», formada por los estados conocidos: gaseosos, líquidos o sólidos,  $\rho \leq 1$  gr/cm<sup>3</sup>;

b) *la capa del gas de Fermi electrónico*: materia comprimida, formada por un gas electrónico degenerado y por un gas de nucleones. En este estado ya no se pueden distinguir capas electrónicas de átomos individuales. Sin embargo, la estructura de los

núcleos todavía no es afectada por la presión y es idéntica a la de la materia diluida. Cualitativamente, este estado puede ser comparado con el de un metal líquido.  $1 < \rho < 10^7$  gr/cm<sup>3</sup>;

c) *la capa de absorción electrónica*: para densidades mayores, la energía de los electrones al límite de la distribución de Fermi aumenta de manera tal, que resulta más provechoso, desde el punto de vista enérgico, que la parte enérgica de los electrones sea absorbida, por procesos de transformación  $\beta$ , por núcleos. A medida que aumenta la presión, el gas electrónico disminuirá en densidad y la constitución de los núcleos estables se desplazará hacia estados de menor carga. En el límite de densidades nucleares,  $\rho = 10^{14}$  gr/cm<sup>3</sup>, o en el caso de núcleos muy livianos, llegamos al caso del gas neutrónico considerado por L. Landau.

Aumentando aún más la densidad, los estados de la materia serán determinados por las propiedades, todavía desconocidas, de las partículas elementales de gran energía.

El modelo obtenido es suficiente para determinar, aproximadamente, la conductividad térmica y la viscosidad del estado b). Las propiedades del estado c) dependen, sin embargo, considerablemente de las energías, todavía desconocidas, de isótopos inestables en condiciones normales.

J. LANDI DESSY (Observatorio de La Plata). *Comunicación preliminar sobre la binaria  $\rho$  Eridani.*

El estudio de esta binaria fué sugerido por Luytén, pues presentaba el caso extraño de ser mucho más masiva de lo que le correspondería de acuerdo al tipo espectral señalado como G5.

Al estudiar los espectrogramas, obtenidos mediante el espectrógrafo a red del reflector de 1,54 m de B. Alegre, se observó; 1. El tipo espectral no era G5 sino más bien K5. 2. La velocidad radial era variable en función del tiempo.

El primer hecho no mejoraba en apreciable cantidad la anomalía notada. El segundo hecho hace suponer que ambas componentes son a su vez binarias espectroscópicas, con la cual queda explicado el hecho de ser mucho más masiva. No se puede atribuir la variación de velocidad radial a las componentes de la órbita visual, pues calculando la que debería resultar de acuerdo

con los elementos de dicha órbita, vemos que no varía en el lapso de tiempo en el cual se han obtenido los espectrogramas.

Como la última órbita visual fué calculada por Luyten hace casi veinte años, procederé a calcular una nueva mediante las observaciones enviadas desde Sud-Africa por Van-den Boss. Se continuará el estudio espectroscópico para poder confirmar y luego poder calcular las órbitas espectroscópicas. Se hará un estudio fotométrico para poder constatar una eventual variabilidad en el brillo.

JUAN JAGSICH (Universidad de Córdoba). *Delimitación climatológica de la zona radioactiva en nuestro país.*

Las temperaturas medias del aire que se observan en las distintas regiones del país son condicionadas por un elevado número de «factores climatológicos», como ser: latitud geográfica, intensidad de la circulación atmosférica y oceánica, altura sobre el nivel de mar, topografía de terreno, influencia térmica de los vientos, influencia de las precipitaciones, de la evaporación y de la nubosidad. Descontando la influencia de todos estos factores, dentro del grado de exactitud que caracteriza los datos climatológicos de que disponemos, queda subsistente todavía una anomalía térmica positiva al oeste de las Sierras de Córdoba y una anomalía negativa al este de ellas. La anomalía positiva puede tener su explicación en la influencia térmica de las rocas radioactivas, particularmente de uranio, que se encuentran en el subsuelo. El análisis efectuado permite establecer los límites geográficos de esta zona radioactiva, y señalar también el grado de probabilidad que se tiene de ver confirmado por otros procedimientos estas deducciones. La región más radioactiva de nuestro país parece ser la parte noreste de la provincia de Catamarca. El cuadro de la frecuencia de las tormentas, en el cual puede influir la radioactividad del suelo, habla a favor de estas interpretaciones.

ALFREDO VÖLSCH (Observatorio de Córdoba). *Tablas de salidas, puestas, paso del sol y astros, crepúsculos civil y astronómico para lugares entre 60 de latitud norte y sud hasta el año 2000, tiempo sidereo.*

En diversas tablas se han calculado:

- 1) Salidas y Puestas del Sol para el ecuador en el año 1946;
- 2-3) Correcciones para referir estos datos para otras latitudes;
- 4-5) Correcciones a aplicar los datos para otros años y para otras longitudes;

6-8) Tablas para el crepúsculo civil y astronómico; tiempo sidéreo.

9) Se agrega otra tabla del Azimut de un astro a la Salida y Puesta.

Unos ejemplos a continuación facilitan el empleo de las tablas.

#### INFORMES:

FIDEL ALSINA FUERTES, M. A. E. F. (Instituto de Física, La Plata). *Sobre el estado actual de la superconductividad.*

Las tentativas actuales de explicación de la superconductividad se han concentrado prácticamente en torno de las llamadas ecuaciones fenomenológicas de London. Se trata de dos ecuaciones obtenidas originariamente mediante modelos provisorios y que se enuncian hoy sin referencia a modelo alguno, y que describen los efectos fundamentales en la superconducción: ausencia de campo eléctrico y ausencia de campo magnético en el interior del metal.

La obtención de dichas ecuaciones a partir de los principios fundamentales de la cuántica constituye desde hace once años el objetivo de los investigadores. Si se escribe el operador corriente para un conjunto de partículas con carga en presencia de un campo magnético, uno de los términos de dicho operador conduce de inmediato a las ecuaciones de London. El otro término en cambio —que es el que da origen al diamagnetismo usual de Landau— debe ser anulado mediante algún razonamiento o condición suplementaria hasta ahora no encontrados.

Es interesante que la anulación de ese término — y en consecuencia la justificación de las ecuaciones de London — podría obtenerse si por una u otra razón dejara de ser válido el principio de Pauli para el conjunto de electrones. De aquí se han derivado algunas tentativas (London, Daunt y Mendelssohn) de aplicar estadística Bose a los electrones de superconducción, sin otra justificación que la obtención de las fórmulas finales deseadas.

Si la obtención de las ecuaciones de London ha de seguir constituyendo el objetivo de la investigación, parece deducirse la necesidad de perfeccionar mucho los métodos de cálculo aproximado comunes en la teoría de los metales, o, tal vez, modificar de manera drástica los conceptos mismos en que se apoya la teoría.

#### COMUNICACIONES:

MARIO SCHÖNBERG (Universidad de San Pablo, Brasil). *Sobre la teoría del campo electromagnético.*

La introducción del cuanto de electricidad conduce a dificultades considerables en la teoría del campo electromagnético. Hasta ahora no existe ningún modelo cuántico relativista de corpúsculo de dimensiones finitas. Un modelo puntiforme conduce también a dificultades y las tentativas realizadas por Wentzel, Dirac y Pryce no dan resultados satisfactorios.

En 1943, J. Leite López y M. Schönberg, y más tarde este último, desarrollaron una teoría tratando de resolver estas dificultades. Se admite una generalización del principio de inercia, y que el campo creado por un electrón puntiforme puede dividirse en dos partes: una que permanece ligada al corpúsculo y no da origen a ninguna auto-fuerza y es responsable de las acciones a distancia; otra, que se comporta como un campo exterior de tipo maxwelliano, llamado campo irradiado y es responsable de la reacción de la radiación.

El campo total es retardado; y el irradiado puede expresarse como una semidiferencia entre un campo retardado y uno avanzado. Las ondas retardadas contribuyen a la energía con valores negativos, y esto da origen, cuando el campo es cuantificado, a fotones de energía negativa que pueden ser interpretados a la ma-

nera de Dirac, considerando la emisión de un fotón de energía negativa como la absorción de uno de energía positiva. Sin embargo, esta interpretación no da cuenta del carácter avanzado de las ondas asociadas. La eliminación de estos fotones puede hacerse, también, promediando sobre intervalos de tiempo suficientemente grandes, lo que también es necesario hacer para obtener la conservación del impulso y de la energía. La necesidad de tomar valores medios del tiempo corresponde al hecho físico que las observaciones no son instantáneas, debido a que la interacción entre corpúsculo e instrumento se realiza en un tiempo finito. Las modificaciones necesarias en el formalismo cuántico son, por cierto, considerables. Una posible, consistiría en sustituir los operadores unitarios por otros que no lo son en cada instante pero sí lo son en valor medio en intervalos considerables de tiempo. Otra alternativa consistiría en admitir la posibilidad de considerar estados instantáneos de un sistema físico. La descripción matemática del movimiento de un sistema podría ser análoga a la de un conjunto de Gibbs en la forma actual de la mecánica cuántica, y los valores medios tomados sobre el conjunto de Gibbs corresponderían a las medias en el tiempo.

BERNHARD GROSS (Instituto Nacional de Tecnología, Río de Janeiro, Brasil). *Efecto dieléctrico retardado y cargas permanentes en dieléctricos sólidos.*

Medidas de las curvas corriente-tiempo han demostrado que en muchos dieléctricos sólidos una considerable cantidad de carga puede ser absorbida. Si el tratamiento eléctrico está asociado con un tratamiento calórico, la carga absorbida puede ser parcialmente «congelada», produciéndose la disipación de la misma de manera muy lenta una vez quitado el campo polarizante<sup>(1)</sup>. Tal dieléctrico no está, por lo tanto, en estado neutro. Las cargas que residen en el dieléctrico producen campos eléctricos. Estos campos pueden anularse por sí mismos bajo ciertas circunstancias, pero eventualmente un campo global existe. Este a su vez induce cargas superficiales en conductores adyacentes. Resulta de ello que las placas de un

<sup>(1)</sup> B. GROS, L. DENARD; An. Acad. Brasil. Cien., 14, 349, 1942. Phys. Rev. 67, 253, 1945. R. F. FIELD, Phys. Rev., 69, 688, 1946.

condensador que contiene al dieléctrico debiera tener cargas inducidas. Se puede, por lo tanto, esperar que la medida de estas cargas dé nuevas informaciones respecto al estado del dieléctrico. En consecuencia, la práctica usual de medidas de corriente-tiempo es convenientemente completada por medidas de cargas superficiales-tiempo. Como resultado de este método se demuestra que se obtienen datos: a) acerca del estado de un dieléctrico polarizado y del mecanismo de conducción; b) acerca de efectos de superficie relacionados con la conducción, y c) acerca de la naturaleza de los electretos.

JOSÉ WÜRSCHMIDT (Instituto de Física, Tucumán). *En torno del fotón en un medio material.*

1) Se confirma que se debe atribuir al fotón en un medio material la energía libre  $h\nu$ , igual a su energía en el vacío y el impulso  $\frac{h\nu}{v}$ , siendo  $v$  la velocidad de la luz en el medio.

2) No es necesario atribuir al fotón una velocidad mayor que la de la luz, ni una masa imaginaria, si se distingue entre la energía total  $E = h\nu \cdot n^2$  y la energía ligada al medio  $G = h\nu \left( \frac{c^2}{v^2} - 1 \right)$ ; la masa aparente del fotón en el medio material es entonces  $n^2$  veces mayor que en el vacío; su velocidad es la de la luz en el mismo.

AUGUSTO BATTIG (Instituto de Física, Tucumán). *Sobre el límite del concepto de la trayectoria de una partícula.*

Se estudia en el presente trabajo hasta qué punto son valederos los conceptos ondulatorio-corpúsculares que definen p. ej. la masa de un corpúsculo en general. Para ello se considera un fenómeno que ocurre dentro de las dimensiones de una longitud de onda; ese fenómeno es el de la interferencia. Considéranse dos casos: 1º interferencia de fotones en un medio material; 2º interferencia de corpúsculos de masa  $m > 0$ . Para el primer caso se emplea la conocida ecuación de Hamilton-Jacobi relativista y la ecuación ondulatoria que rige para una onda del tipo electromag-

nético. Para el segundo se considera también la ecuación de Hamilton-Jacobi no relativista y la ecuación de Schrödinger correspondiente. Para fotones se obtiene la siguiente ecuación de la masa aparente:

$$m_0 = \frac{h\nu}{c^2} \sqrt{n^2 (n^2 - \beta^2) + (1 - n^2)}; \quad \beta = \frac{v}{c}$$

y para los corpúsculos de masa  $m > 0$ , se obtiene:

$$m^* = m - \frac{h}{\lambda^2 v} \left[ 1 - \frac{\bar{v}^2}{v^2} \right].$$

Ambas expresiones nos indican que si se desea atribuir a fotones y a corpúsculos, una masa «local», esa magnitud no será constante y por lo tanto la imagen de partícula pierde su carácter sencillo cuando se aplican los conceptos ondulatorio-corpúsculares a fenómenos que tienen lugar en zonas del orden de la longitud de onda.

VALENTÍN D. GRONDONA (Rosario). *Un método "cinemático" de restitución aplicado a la fotogrametría.*

Los primeros trabajos de restitución fotogramétrica consistían en reconstruir para cada fotograma, dispuesto convenientemente en un tablero de dibujo, el haz de proyectantes de los diversos puntos del terreno; los homólogos del plano se obtenían por intersecciones. La solución era eminentemente proyectiva.

La estero-fotogrametría iniciada por Pullfrich resolvía el problema analítico de las coordenadas polares haciendo uso de las mediciones del estereocomparador. Poco después Von Orel, con su estereoautógrafo aprovecha los datos del estereocomparador para realizar la restitución reemplazando las reglas y tiralíneas primitivos, por palancas, colisas y cursores, pero volviendo en esencia al método de las intersecciones, método que emplean todos los autores posteriores, tanto para operaciones terrestres como aéreas.

El método propuesto aquí consiste en analizar las ecuaciones de Pullfrich, descomponiéndolas en factores, divisores y sumandos,

y encomendando a otros tantos «mecanismos» la resolución parcial de dichas operaciones. Vinculados convenientemente los mecanismos, se reconstruye una ecuación semejante, la que es interpretada por un brazo extensible y orientable que lleva en su extremidad libre un lápiz que dibuja automáticamente los elementos de la carta.

En resumen: El cálculo sustituye a las operaciones gráficas; el tablero de dibujo es reemplazado ventajosamente por la máquina de calcular, ya que al operar con algoritmos, el tamaño de los mecanismos no juega un papel preponderante. La nueva máquina es en extremo simple y eficiente, económica y transportable.

FRANCISCO P. DE LUCA MURO (Bs. Aires). *Radón en el aire telúrico sobre yacimientos de asphaltita.*

Mediciones de radioactividad del aire telúrico realizadas en Auca Mahuida (N. del Neuquén) en setiembre de 1944 permitieron comprobar concentraciones anómalas de Radón en los terrenos que recubren el yacimiento de la mina «La Escondida». Igual observación pudo hacerse en el yacimiento de la mina «La Fortuna», ubicada unos 100 Km. más al Norte. Experimentaciones hechas en noviembre de 1944 a 2.200 m. de altura, al S-W de Malargüe (Mendoza) en la Mina de asphaltita San Martín corroboraron las mediciones anteriores.

Las mediciones se hicieron con el aparato de Ambronn, compuesto por un electrómetro cuya sensibilidad era de 6,4 volts por división de escala, pudiendo apreciarse 1/10 de división de escala, y por una cámara de ionización cilíndrica de 1.500 cc. con un electrodo de 126 m. m. de largo y 2 mm. de diámetro.

Los valores anómalos coincidentes con los yacimientos oscilaban entre 2 y 6 divisiones en media hora, mientras que los valores de descarga del electrómetro fuera de la anomalía eran menores de una división en media hora.

Con los resultados de estas experiencias este método de radioactividad, ya conocido en el relevamiento de fallas geológicas, se incorpora a la Geofísica Aplicada como procedimiento de exploración de yacimientos de asphaltita.

SESIÓN DEL 22 DE SETIEMBRE (MAÑANA)

COMUNICACIONES:

ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ (Instituto de Matemáticas, Bs. Aires). *Un método general para la síntesis de impedancias.*

I. el resultado principal de esta comunicación está contenido en el siguiente

*Teorema.* — Sea  $R(\omega)$ ,  $(-\infty < \omega < \infty)$  una función no negativa, par, acotada, absolutamente integrable y que satisface a una condición de Lipschitz de orden  $\alpha$  uniformemente en todo el intervalo; con los coeficientes  $c_v$  definidos para todo  $v$  por la fórmula

$$c_v = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi R\left(-\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}\right) \cos v\vartheta \, d\vartheta,$$

formemos la función  $(p = t + i\omega)$ ,

$$I_n(p) = \frac{c_0}{2} + \sum_{v=1}^n \frac{n-v+1}{n+1} c_v \left(\frac{1-p}{1+p}\right)^v;$$

y sea

$$I_n(i\omega) = R_n(\omega) + iS_n(\omega)$$

para  $p = i\omega$ .

*Tesis.* Las funciones  $I_n(p)$ , que son holomorfas en el semiplano de la derecha y toman valores reales para  $p$  real, tienen parte real positiva en ese semiplano; además, dado un  $\varepsilon$  positivo arbitrariamente pequeño, puede elegirse el entero  $n$  de manera tal que la desigualdad

$$|R_n(\omega) - R(\omega)| < \varepsilon$$

se verifique uniformemente para todo  $\omega$ .

II. Esta proposición, que es consecuencia de ciertos teoremas de Fejér, Herglotz, Schur y Titchmarsh, suministra un procedimiento sistemático para el diseño de un dipolo cuya resistencia  $R_n(\omega)$  difiera uniformemente tan poco como se quiera de una resistencia prefijada  $R(\omega)$  que cumpla las hipótesis enumeradas.

En efecto, las impedancias dipólicas son funciones holomorfas y de parte real positiva en el semiplano de la derecha, reales en el eje real. Las funciones  $I_n(p)$  del teorema son, pues, impedancias racionales; y éstas pueden sintetizarse en todos los casos con el clásico método de Brune (*Journal of Mathematics and Physics*, X (1931), pp. 191-236).

Nótese que para escribir la impedancia de aproximación  $I_n(p)$  a partir del dato  $R(\omega)$  basta con calcular un número suficiente de coeficientes  $c_v$ ; lo cual puede hacerse sin apreciable trabajo si se dispone de un analizador armónico. Parece, pues, que el método es especialmente adecuado para la solución de problemas prácticos de diseño. Nótese también que el método es válido, *mutatis mutandis*, cuando el dato es la reactancia en vez de la resistencia.

JOSÉ A. BALSEIRO (Observatorio de Córdoba). *Interferencia en el campo de dos fotones.*

Tratándose de dos partículas idénticas sin interacción el módulo de la función de onda de las dos partículas da la probabilidad de encontrarlas en los puntos a los cuales se refieren las coordenadas. Las interferencias que aparecen dependen del carácter de simetría o antisimetría de la función de onda.

Tratándose de dos fotones es posible definir funciones propias del campo que conducen al impulso angular total sobre ejes principales análogamente al caso de dos partículas. Sin embargo, entre ambos casos existe una diferencia fundamental y es que no se puede atribuir a los fotones de un campo coordenadas aspaciales. Pero, por otra parte, se puede hablar de la localización de un fotón si se enuncia explícitamente un método de determinación de las coordenadas de un punto material sobre el cual actúe, por ejemplo, un átomo en el que produce efecto fotoeléctrico. Se encuentra, así, que la distribución espacial de dos fotones, descripta por las funciones propias del campo conduce a fenómenos de in-

terferencia, análogos a los que se presentan en el caso de dos partículas.

JOSÉ A. BALSEIRO (Observatorio de Córdoba). *Aplicación de la teoría de transformaciones al campo cuántico en un caso restringido.*

Un campo cuantificado expresado según dos sistemas de funciones ortogonales, de modo que se conserven el número y las frecuencias de los fotones asociados:

$$\vec{A} = \sum_s a_s \vec{A}_s = \sum_r b_r \vec{B}_r \quad A_s = \sum_r c_{sr} B_r$$

establece una relación entre los operadores de amplitud

$$b_r = \sum_s c_{sr} a_s. \quad (1)$$

Se trata de saber cuál es la función propia de campo, referida a uno de los sistemas ortogonales cuando se da la correspondiente a una configuración en el otro sistema. La (1) implica una transformación lineal entre las coordenadas e impulsos canónicos de los osciladores lineales vinculados al campo de radiación referidos a uno de los sistemas ortogonales y los correspondientes al otro sistema. Se llega a que la transformación que vincula las autofunciones de los osciladores es del tipo de las transformaciones de contacto. Se deduce que la función de transformación es:

$$S(q, Q) = e^{-\frac{2\pi i}{h} W(q, Q)}$$

donde  $Q$  y  $q$  son las coordenadas canónicas de los osciladores en uno y otro sistema y  $W(q, Q)$  la función generatriz de la transformación que satisface:

$$P = -\frac{\partial W}{\partial Q} \quad p = \frac{\partial W}{\partial q}$$

Dada la función propia de una configuración  $f(q)$  referida al

sistema de las  $q$  queda definida la correspondiente en el otro sistema:

$$F(Q) = \int S(Q, q) f(q) dq.$$

Por ejemplo, si se suponen dos estados posibles, a la autofunción

$$e^{-\frac{Q_1^2 + Q_2^2}{2}} H_r(Q_1) H_{N-r}(Q_2)$$

le corresponde la transformada:

$$\sum_s d_{s, N-s}^{r, N-r} H_s(q_1) H_{N-s}(q_2) e^{-\frac{q_1^2 + q_2^2}{2}}$$

donde

$$d_{s, N-s}^{r, N-r} \quad d_{s, N-s}^{r, N-r}$$

da la probabilidad de la configuración a la cual están asociados  $s$  fotones en un estado y  $N-s$  en el otro.

DAMIÁN CANAL FRAU, M. A. E. F. (Observatorio Astronómico, Córdoba). *Un fenómeno de fluctuaciones en la polarización de un rayo luminoso.*

Si un haz luminoso es modificado por un dispositivo óptico cualquiera, la distribución de intensidades puede ser calculada por las fórmulas de la óptica clásica o por la electrodinámica cuántica.

Consideremos como ejemplo un rayo linealmente polarizado que incide sobre una placa birrefringente. La electrodinámica clásica permite afirmar que las intensidades de los dos rayos emergentes están unívocamente determinadas por el ángulo existente entre el plano de polarización y el plano principal de la placa. La teoría clásica implica, pues, que las intensidades de los dos rayos emergentes toman valores  $p$  y  $q$  bien definidos.

La teoría elemental de los fotones conduce a un resultado distinto. En este caso debemos interpretar a  $p$  y  $q$  como las probabilidades relativas de que un fotón se encuentre en uno u otro de los rayos. Tratándose de un solo fotón no podemos atribuir una

intensidad unívoca a cada rayo, puesto que su valor será o cero o uno.

Según el principio de correspondencia, la teoría clásica debe verificarse para grandes números de fotones. De ahí que para un gran número de fotones ambos formalismos deban coincidir <sup>(1)</sup>.

En el caso particular que estamos considerando, la probabilidad que  $m$  fotones sean registrados en uno de los rayos refractados y  $n-m$  en el otro, resulta independiente del hecho que estos fotones concurren simultáneamente o sucesivamente a los respectivos receptores. Esta probabilidad está dada por

$$w(m, n-m) = \binom{n}{m} p^m q^{n-m}. \quad (1)$$

La teoría conduce, pues, a fluctuaciones estadísticas de la intensidad, cuya desviación media, según (1), para  $p = q = \frac{1}{2}$  es:

$$\sqrt{\sigma^2} = \frac{\sqrt{n}}{2}.$$

La desviación relativa,

$$\frac{\sqrt{\sigma^2}}{n/2} = \frac{1}{\sqrt{n}},$$

disminuye para grandes valores de  $n$  y conduce al resultado clásico. Para  $n = 1000$  fotones las fluctuaciones aún son de un 3 %.

MERCEDES I. CORVALÁN, M. A. E. F. (Instituto de Física, La Plata). *Concentración de plutonio en la pechblenda.*

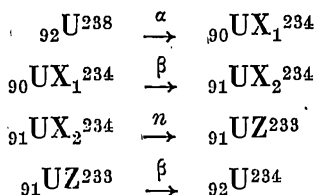
En el transcurso de las experiencias realizadas por Marieta da Silveira <sup>(1)</sup>, a fin de contribuir al estudio de las radiaciones gam-

<sup>(1)</sup> Para la aplicación de la electrodinámica cuántica a la determinación de la distribución de las probabilidades para una configuración dada de un número arbitrario de fotones, ver J. A. BALSEIRO, comunicación anterior.

<sup>(2)</sup> M. DA SILVEIRA, *Contribuição para o estudo das radiações do Urânio X complexo*. Publicación de Física Nº 2, Fac. Cien. Lisboa, Portugal, 1945.

ma emitidas por el Uranio y sus descendientes inmediatos, verificóse por primera vez la existencia de una emisión espontánea de neutrones.

El esquema propuesto por la misma para representar la serie de desintegraciones sucesivas del Uranio desde el UI hasta el UII es:



en el cual establece la filiación del UZ en la familia del Uranio como producto de desintegración del  $\text{UX}_2$  por emisión espontánea de un neutrón.

De acuerdo a este esquema y en la suposición de que estos neutrones fueran captados en resonancia por el  $\text{U}^{238}$  <sup>(2)</sup> existente en la pechblenda (por choques con núcleos pasan por la región de resonancia a pasos suficientemente pequeños) produciendo el  $\text{U}^{239}$  <sup>(3)</sup> activo (vida media 24 m) que por dos desintegraciones beta sucesivas conduce a la formación del Plutonio, calculamos la concentración de este último elemento estable (vida media  $10^6$  años) en la misma, es decir establecemos la hipótesis de que el Plutonio encontrado <sup>(4)</sup> en ese mineral sería producto de un proceso de equilibrio interno.

El cálculo lo hemos hecho en base a la ley de Rutherford y Soddy y a la exponencial que sigue la absorción de neutrones monocromáticos (tipo de neutrones emitidos por el  $\text{UX}_2$ ).

Los resultados obtenidos dan una concentración de plutonio que oscilaría entre  $\sim 4 \cdot 10^{-12}$  % (concentración de UZ), suponiendo la absorción total de los neutrones emitidos por la muestra radioactiva y  $\sim 4 \cdot 10^{-14}$  % en caso de una mínima absorción (se entiende por mínima absorción, cuando se utiliza el dato más bajo, dado por las tablas, para la sección eficaz).

<sup>(2)</sup> BOOTH y col., Phys. Rev., 53, 475, 1940.

<sup>(3)</sup> McMILLAN y col., Phys. Rev., 57, 1185, 1940.

SESIÓN DEL 22 DE SETIEMBRE (TARDE)

INFORMES:

ROSCOE F. SANFORD (Mount Wilson Observatory, E. E. U. U.). *Actividades astronómicas en el Observatorio de Mount Wilson.*

Una descripción breve del instrumental del Observatorio de Mount Wilson fué seguida de una reseña también breve del trabajo solar rutinario, y, en especial, de lo referente al nuevo ciclo de las manchas solares y a los dos grandes grupos de manchas que aparecieran recientemente. Se destacó la importancia de la terminación de las tablas del espectro solar, por Babcock.

A continuación se ocupó de la manera eficaz en que los espectrogramas de gran dispersión han sido usados en espectroscopía estelar para el estudio de líneas interestelares, espectros atómicos complejos, espectros que contienen bandas moleculares, y también para nebulosas planetarias y novas. Dispersión moderada ha sido aplicada a estrellas de movimiento propio grande, estrellas dobles, estrellas en cúmulos, y estrellas Wolf-Rayet.

Las dispersiones menores son eficaces para estrellas débiles y estrellas de comportamiento espectral peculiar, y para velocidades radiales de nebulosas extragalácticas.

Fotometría en seis regiones espectrales ha sido aplicada con éxito a problemas relacionados con las curvas de energía espectral de las estrellas, para obtener diámetros angulares de estrellas y para localizar el centro galáctico.

Técnicas especiales empleadas en fotografía directa han revelado enrojecimiento extremo en el centro galáctico; otros procedimientos han permitido aislar fácilmente regiones con espectro de emisión, en la nebulosa de Andrómeda.

Mediante placas tomadas con prisma objetivo se ha aumentado en un 50 por ciento el número de nebulosas planetarias conocidas.

Debido a la muerte de van Maanen, el programa de paralajes estelares ha debido suspenderse. En total, van Maanen estudió 500 campos.

COMUNICACIONES:

CECILIA MOSSIN KOTIN. (Instituto de Física, Bs. Aires). *Determinación experimental del factor atómico del berilio.*

Se ha determinado experimentalmente el factor atómico del Be, que pertenece cristalográficamente al grupo hexagonal «closed packet». Sus ejes son  $a=2,28$  y  $c/a=1,57$ .

Se empleó el método del cilindro de polvo de Debye-Scherrer-Hull; el tiempo óptimo de exposición a los rayos X se calculó en 3 horas. La intensidad de las diferentes reflexiones del diagrama se midieron con un microfotómetro Zeiss.

Los valores absolutos de los factores atómicos se obtuvieron por comparación con el Al, que pertenece al sistema cúbico de caras centradas, y cuya curva de factores atómicos ha sido obtenida experimentalmente.

Los resultados experimentales, comparados con los teóricos, indican que los valores experimentales coinciden con los de la curva teórica en el intervalo 0,2 a 0,5 de  $\sin \vartheta/\lambda$ , excepto en el punto (002) que aparece experimentalmente más alto, como ocurre con el Zn. A partir del valor  $\sin \vartheta/\lambda=0,5$  aparecen discrepancias con la curva teórica que podrían resultar semejantes a las observadas con el Zn y el Cd, elementos del mismo sistema cristalino. Sin embargo, de la curva obtenida no pueden deducirse conclusiones porque el empleo de la radiación  $K_\alpha$  del Cu no permitió obtener un número suficiente de reflexiones.

CLARA A. MASSA y JUAN A. MC MILLAN (Instituto de Física, Bs. Aires). *Sobre la estructura del  $\text{NO}_{11} \text{Ag}$ .*

Se leyó el título.

JUAN A. MC MILLAN (Instituto de Física, Bs. Aires). *Sobre la estructura del  $\text{OAg}$ .*

Se leyó el título.

## CRONICA

### UNION MATEMATICA ARGENTINA

*Reuniones del 10 y 12 de julio de 1947*

El 10 de julio se reunió la Unión Matemática Argentina en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Perú 222, a las 18. Se comunicó el fallecimiento del miembro titular Ingeniero Eduardo Chichizola, acaecido el 24 de mayo del corriente año, en Rosario, ciudad en que actuaba. Se dió cuenta de las adhesiones enviadas por la UMA al homenaje a Tonelli realizado en Italia con motivo del aniversario de su muerte; a la Unión Internacional de Matemáticas, nombrando delegado al Dr. Manuel Balanzat, actualmente en París; y al homenaje a Paul Montel que tendrá lugar en Francia en ocasión de su jubileo científico. Se notificó de la designación del Prof. Marshall H. Stone como miembro honorario de la UMA. Después de hacer referencia a la Comisión de Enseñanza Secundaria y al estado financiero, así como a las actividades desarrolladas en los últimos doce meses (reuniones, conferencias, publicaciones, intercambio, etc.), se informó sobre la creación de dos fundaciones en homenaje de Federico Enriques, las cuales tienen por fin fomentar los altos estudios: una en nuestro país, debida a la generosa contribución exclusiva del Prof. Julio Rey Pastor, y otra en Italia, formada con el aporte de diversas personas e instituciones.

De inmediato se pasó a escuchar las comunicaciones científicas. El Prof. Beppo Levi, de Rosario, ocupó de *La elección y la composición tipográfica de los símbolos matemáticos*, lo que produjo un animado cambio de ideas; el Sr. Mischa Cotlar y el Dr. Eduardo H. Zarantonello, de La Plata, expusieron un trabajo realizado en colaboración, tratando el primero el tema *Semigrupos conmutativos y sus ideales*, y, el segundo, *Representación de grupos semiordenados*. Finalmente, el Ing. Alberto Calderón se ocupó de una *Demostración simplificada de un teorema de Banach*.

El final de esta sesión fué dedicada a la aprobación del estatuto.

El 12 de julio se llevó a cabo una segunda reunión en el mismo lugar y a la misma hora. El Ing. Alberto Calderón se refirió al *Teorema tauberiano general de Wiener* y el Dr. Alejandro Terracini, de Tucumán, se ocupó de *Propiedades aproximadas en geometría diferencial*. Después de darse noticia de la llegada de tres trabajos, uno del Dr. Luis A. Santaló, de Rosario, sobre *Una propiedad característica de las cuádricas y de los cilindros cuya sección recta es una espiral logarítmica*, y dos del Prof. Leopoldo Naebein, de Río de Janeiro.

ro, *Representación de álgebras completas de Boole y Redes vectoriales topológicas localmente convexas*, se pasó a la comunicación del Sr. Gregorio Klimovsky sobre *Estado actual del problema del tercero excluido*, que promovió un cambio de ideas con el Prof. Beppo Levi en el dominio epistemológico. El Dr. Alberto González Domínguez expuso un interesante estudio histórico y matemático, efectuado en colaboración con el Ing. R. Scarfiello, sobre *El concepto de parte-finie de una integral infinita*, finalizando el temario científico con una disertación crítica del Prof. Beppo Levi sobre *Integración de las ecuaciones en derivadas parciales de la física matemática*.

Antes de cerrar la sesión se decidió invitar para agosto al Prof. Marshall H. Stone, que está actualmente en Brasil, y se consideró el convenio existente con la Asociación Física Argentina y, por fin, se eligió la Junta Directiva para el período 1947-1949, quedando constituida en la siguiente forma: Presidente, A. González Domínguez; Vicepresidentes, E. H. Zarantonello y J. C. Vignaux; Secretario General, M. Valentinuzzi; Tesorera, Clotilde A. Bula; Protesorera, Juana M. Cardoso; Director de la Revista, J. Babini; Secretarios locales, A. Ricabarra (La Plata), P. L. Checchi (Córdoba), Elvira M. Tula (Cuyo), E. Gaspar (Rosario) e Ilda C. Guglielmone (Tucumán). Dado un voto de aplauso a la Junta saliente, se levantó la sesión.

A las 21 se realizó una cena de camaradería de la que participaron J. Rey Pastor, A. Terracini, B. Levi, M. Cotlar y señora, A. González Domínguez y señora, M. Valentinuzzi y señora, G. Klimovsky, H. Catalano, C. Berra, Clotilde A. Bula, J. Barral Souto, María J. Erramuspe, A. Calderón, A. Ricabarra y E. H. Zarantonello.

M. Valentinuzzi

## ESTATUTO

### DE LOS FINES Y SU CONSTITUCIÓN

Art. 1.—La *Unión Matemática Argentina*, fundada en 1936, con domicilio legal en la ciudad de Buenos Aires, es una corporación de carácter científico cuyos propósitos son agrupar a todos los cultores de las ciencias matemáticas, fomentar su recíproca vinculación, estimular el estudio de las matemáticas puras y aplicadas por todos los medios posibles (becas, premios, publicaciones, etc.), evacuar consultas científicas y técnicas, contribuir al mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas elementales y superiores e intensificar las relaciones con otras instituciones afines nacionales y extranjeras.

Art. 2.—La *Unión Matemática Argentina* está integrada por cultores de las ciencias matemáticas, así como por instituciones, asociaciones y otros organismos interesados en el fomento de esas disciplinas, y se denominan *miembros*.

### DE LOS MIEMBROS

Art. 3.—Los miembros son de cuatro categorías: *miembro protector*, *miembro titular*, *miembro adherente* y *miembro honorario*.

Art. 4. — Para ser admitido como miembro de la *Unión Matemática Argentina* basta ser persona honorable, cultor de las ciencias matemáticas y llenar una solicitud de admisión, que llevará la firma de otros dos miembros, la cual será resuelta por la Junta Directiva.

Art. 5. — Los miembros de cualquier categoría participan y votan en todas las sesiones, pueden ocupar cualquier cargo directivo y proponer innovaciones y tienen derecho a recibir las publicaciones de la sociedad.

Art. 6. — En la primera tapa de la *Revista* figurarán los miembros honorarios por orden de antigüedad de elección y los titulares por orden alfabético; y, en la segunda tapa, figurarán los protectores por orden alfabético, quedando librada a la capacidad material de la *Revista* la figuración de los miembros adherentes.

Art. 7. — El *miembro protector* paga una cuota anual de cien pesos m/n., por lo menos; el *miembro titular* paga una cuota mensual de cinco pesos m/n., o una cuota anual de cincuenta pesos m/n.; y el *miembro adherente* paga una cuota anual de diez pesos m/n.

Art. 8. — Los miembros de cualquier categoría cesan en su carácter de tales por renuncia o falta de pago de las cuotas durante dos años consecutivos.

#### DE LAS AUTORIDADES

Art. 9. — La *Unión Matemática Argentina* se gobierna por una *Junta Directiva*.

Art. 10. — La *Junta Directiva* es elegida por mayoría de votos de los miembros presentes en la sesión electora y de los que votan por correspondencia enviando su lista en sobre cerrado antes de la elección, la cual será dirigida al secretario general. En caso de empate, los miembros presentes votarán para desempatar.

Art. 11. — La *Junta Directiva* se renueva cada dos años.

Art. 12. — La *Junta Directiva* consta de los siguientes miembros:

Un presidente, Dos vicepresidentes, Un secretario general, Un secretario local por cada ciudad universitaria del país, Un tesorero, Un protesorero, Un director de publicaciones.

Art. 13. — La *Unión Matemática Argentina* designa representantes en el extranjero por períodos de cinco años, por lo menos.

Art. 14. — Excepto el presidente y los vicepresidentes, los miembros de la *Junta Directiva* pueden ser reelegidos para un nuevo período inmediato en el mismo cargo que ocupan.

Art. 15. — La *Junta Directiva* puede nombrar *miembros honorarios* (Art. 3) por razones de reconocimiento o distinción científica o moral.

Art. 16. — La *Junta Directiva* puede establecer convenios de beneficio mutuo con instituciones y publicaciones.

#### DEL PRESIDENTE

Art. 17. — El presidente es la autoridad máxima de la corporación y la representa legal y científicamente.

Art. 18.— El presidente dirige el movimiento general de la sociedad, atiende y firma la correspondencia o delega estas obligaciones en el secretario general, firma, juntamente con el secretario general, las actas de las sesiones y convoca y preside las sesiones.

#### DE LOS VICEPRESIDENTES

Art. 19.— Los vicepresidentes, previo entendimiento mutuo o según las circunstancias del momento, reemplazan al presidente en caso de renuncia, ausencia o impedimento.

Art. 20.— Los vicepresidentes colaborarán con el presidente en las funciones directivas o en las funciones para las que se requiriese su intervención.

#### DEL SECRETARIO GENERAL

Art. 21.— El secretario general tiene a su cargo la correspondencia y los documentos de la sociedad, que firmará solo o conjuntamente con el presidente, según lo disponga éste (Art. 18), ayuda al presidente a preparar y convocar las sesiones y redacta y firma, con el presidente, las actas.

Art. 22.— En caso de ausencia del presidente y de los vicepresidentes, se hará cargo de la presidencia el secretario general, y si la acefalía fuese definitiva, convocará a los miembros dentro de los tres meses para integrar la Junta Directiva.

Art. 23.— El secretario general se encarga de los archivos, las revistas, los libros, el libro de actas y de todo el material de propiedad de la *Unión Matemática Argentina* (Art. 35 y 46).

#### DE LOS SECRETARIOS LOCALES

Art. 24.— Los secretarios locales residen generalmente en las ciudades universitarias a que pertenecen.

Art. 25.— Los secretarios locales se ocupan de todos los asuntos del lugar en que residen, vinculados o que pudieran tener relación con la *Unión Matemática Argentina*, comunicándolos, según convenga, al presidente, a uno de los vicepresidentes, al secretario general o al tesorero.

Art. 26.— Los secretarios locales ayudan en sus tareas al presidente o a los vicepresidentes, si residen en la misma ciudad.

#### DEL TESORERO

Art. 27.— El tesorero percibe y administra el dinero de la *Unión Matemática Argentina*.

Art. 28.— Las cuentas bancarias se abrirán a la orden del tesorero.

Art. 29.— El tesorero lleva la contabilidad de la sociedad y da cuenta detallada de los ingresos y egresos de fondos y conserva los inventarios del patrimonio de la sociedad (Art. 48).

Art. 30.— Una vez por año, a lo menos, informará espontáneamente sobre

el movimiento contable de la sociedad, sin perjuicio de que, por cualquier motivo, se le soliciten datos en cualquier momento.

Art. 31.—El tesorero organiza la cobranza de cuotas.

#### DEL PROTESORERO

Art. 32.—El protesorero reemplazará al tesorero cuando éste no pueda desempeñarse por cualquier causa.

#### DEL DIRECTOR DE PUBLICACIONES

Art. 33.—El director de publicaciones dirige la Revista de la *Unión Matemática Argentina* y toda la actividad editorial de la sociedad.

Art. 34.—El director de publicaciones vela por la seriedad de las ediciones de la *Unión Matemática Argentina*, sin responsabilizarse, sin embargo, por las opiniones vertidas en las mismas.

Art. 35.—El director de publicaciones organiza la distribución de las publicaciones de la *Unión Matemática Argentina* y, en combinación con el secretario general, forma un archivo de las mismas (Art. 46).

#### DE LAS SESIONES

Art. 36.—La *Unión Matemática Argentina* realiza sesiones cuyo lugar, oportunidad y carácter determina el presidente (Art. 18), de acuerdo con el secretario general.

Art. 37.—Las sesiones son dirigidas por el presidente (Art. 18) o por quien estatutariamente lo reemplace (Art. 19, 20 y 22).

Art. 38.—Las sesiones se realizan con cualquier número de miembros, pero, en aquéllas en que se tomen decisiones con fuerza estatutaria, estén o no previstas en este estatuto, debe contarse con la presencia de la mitad más uno de los miembros, adoptándose los acuerdos por mayoría. Si no se lograra la asistencia de la mitad de los miembros más uno, se podrá recabar la opinión de los que falten solicitándoles que voten por correspondencia (Art. 10).

#### DE LAS PUBLICACIONES

Art. 39.—La *Unión Matemática Argentina* publica una Revista y trabajos aparte.

Art. 40.—La Revista cuenta con un director, elegido por votación (Art. 10 y 12), y tres redactores, elegidos por el director.

Art. 41.—La *Unión Matemática Argentina* cuida, por intermedio de su Director de publicaciones y cuerpo de redactores de la Revista, de la seriedad de los trabajos que publica (Art. 33 y 34), pero no se solidariza con las opiniones vertidas en las mismas, excepto cuando hiciere declaraciones especiales.

Art. 42. — Los trabajos pueden ser publicados en español, francés, inglés, italiano, portugués o alemán.

Art. 43. — Los autores reciben gratuitamente cincuenta tiradas aparte de sus trabajos. Las correcciones extraordinarias de pruebas son por cuenta de los autores.

Art. 44. — La *Revista* puede publicar trabajos originales y no originales, resúmenes de trabajos de otras publicaciones, noticias científicas, crónicas, comentarios, biografías y todo artículo o referencia de interés cultural.

Art. 45. — Con el remanente de las publicaciones se formará un archivo de las mismas para satisfacer envíos ulteriores y constituir el patrimonio documental de la sociedad (Art. 35 y 47).

DEL PATRIMONIO, DE LA ESTABILIDAD Y LA EVOLUCIÓN DE LA  
UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Art. 46. — Forman el patrimonio de la *Unión Matemática Argentina* los fondos provenientes de las cuotas de los miembros y de donaciones, el Archivo de publicaciones, el Archivo de Documentos, las revistas y libros adquiridos por canje, donación o compra, y todo lo que obtuviese legítimamente en el futuro, según constase en sus inventarios.

Art. 47. — Periódicamente se hará un inventario del patrimonio de la *Unión Matemática Argentina* que se conservará en tesorería (Art. 29).

Art. 48. — No quedará disuelta la *Unión Matemática Argentina* mientras haya cinco miembros dispuestos a sostenerla.

Art. 49. — En caso de disolverse la *Unión Matemática Argentina*, su patrimonio pasará, una vez pagadas las deudas, a una o más de las Facultades de Ciencias Matemáticas existentes en el país, a fin de que se emplee en alguna iniciativa que fomente los estudios matemáticos en el mismo.

Art. 50. — Se podrá modificar este Estatuto procediéndose como lo prevé el artículo 38.

*Disposición transitoria.* — En las elecciones para renovar la Junta Directiva a realizarse en julio de 1947, la votación se hará con los miembros presentes en la sesión.

Este Estatuto fué aprobado en la sesión del 12 de julio de 1947.

M. VALENTINUZZI

A. TERRACINI

## PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

Vol. I (1936-1937), Vol. II (1938-1939), Vol. VII (1940-1941), Vol. VIII (1942), Vol. IX (1943), Vol. X (1944-1945), Vol. XI (1945-1946), Vol. XII (1946-1947)

Notas y memorias de J. BABINI, M. BALANZAT, J. BALSEIRO, J. BARRAL SOUTO, A. BATTIG, G. BECK, C. BIGGERI, G. BIRKHOFF, U. BROGGI, C. A. BULA, M. BUNGE, H. E. CALCAGNO, F. CERNUSCHI, A. W. CONWAY, E. COROMINAS, C. CRESPO, E. A. DE CESARE, J. DE CICCO, J. A. DEL PERAL, J. FAVET, E. FERRARI, V. y A. FRAILE, Y. FRENKEL, R. FRUCHT, E. GASPAR, E. GAVIOLA, A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, A. J. GUARNIERI, J. E. HERRERA, E. KASNER, G. KNIE, N. KRIVOSHEIN, T. LEVI-CIVITA, W. LUTYEN, W. MÄCHLER, J. L. MASSERA, L. NACHBIN, M. PETROVICH, M. M. PEIXOTTO, A. PETRACCA, E. R. RAIMONDI, J. J. REBELLA, J. REY PASTOR, S. RÍOS, P. ROSSELL SOLER, M. SADOSKY, R. SAN JUAN, L. A. SANTALÓ, M. SCHÖNBERG, S. SISPA NOV, A. TERRACINI, P. THULLEN, F. TORANZOS, J. V. USPENSKY, G. VALIRON, G. WATAHIN, J. WÜRSCHMIDT.

Informes de las reuniones de la Asociación Física Argentina.

Soluciones de temas propuestos. Bibliografía, Crónica, etc.

Vol. III (1938-1939). Vol. IV (1939). Vol. V (1940). Vol. VI (1940-1942).

### Fascículos separados

Nº 1. GINO LORIA. *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina*. — Nº 2. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre las series de funciones de Hermito*. — Nº 3. MICHEL PETROVICH. *Remarques arithmétiques sur une équation différentielle du premier ordre*. — Nº 4. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace*. — Nº 5. NIKOLA OBRERKHOFF. *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes*. — Nº 6. RICARDO SAN JUAN. *Derivación e integración de series asintóticas*. — Nº 7. Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri. — Nº 8. F. AMODEO. *Origen y desarrollo de la Geometría Proyectiva*. — Nº 9. CLOTILDE A. BULA. *Teoría y cálculo de los momentos dobles*. — Nº 10. CLOTILDE A. BULA. *Cálculo de superficies de frecuencia*. — Nº 11. R. FRUCHT. *Zur Geometria auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida)*. — Nº 12. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux*. — Nº 13. E. TORANZOS. *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan*. — Nº 14. M. BALANZAT. *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos*. — Nº 15. G. KNIE. *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista*. — Nº 16. A. TERRACINI. *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas*. — Nº 17. L. A. SANTALÓ. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por  $n$  rectas arbitrarias*. — Nº 18. A. WINTNER. *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades)*. — Nº 19. E. FERRARI. *Sobre la paradoja de Bertrand*. — Nº 20. J. BABINI. *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre*. — Nº 21. R. SAN JUAN. *Un algoritmo de sumación de series divergentes*. — Nº 22. A. TERRACINI. *Sobre algunos lugares geométricos*. — Nº 23. V. y A. FRAILE y C. CRESPO. *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano*. — Nº 24. R. FRUCHT. *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes*. — Nº 25. E. R. RAIMONDI. *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos*.

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Vol. I; Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo*. Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico*. Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito*. Nº 4. — JULIO REY PASTOR, *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones. Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF*.

Vol. II; Nº 1. — YANNY FRENKEL, *Criterios de biocompacidad y de H-completitud de un espacio topológico accesible de Fréchet-Riesz*. Nº 2. — GEORGES VALIRON, *Fonctions entières*.

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea matemática*.

## S U M A R I O

|                                                                                                                                        | Pág. |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Multigrade fattoriali, di G. PALAMA . . . . .                                                                                          | 3    |
| Sobre la construcción de sistemas parcialmente ordenados con grupo de automorfismos dados, por R. FRUCHT . . . . .                     | 12   |
| Asociación Física Argentina. Informes y comunicaciones de la octava reunión . . . . .                                                  | 19   |
| Crónica. Unión Matemática Argentina. Reuniones del 10 y 12 de julio de 1947, por M. VALENTINUZZI. Estatuto de la institución . . . . . | 43   |

## UNION MATEMATICA ARGENTINA

### MIEMBROS HONORARIOS

Tullio Levi-Civita (+); Beppo Levi; Alejandro Terracini; George D. Birkhoff (+); Marshall H. Stone; Georges Valiron.

### REPRESENTANTES EN EL EXTRANJERO

Ing. Rafael Laguardia (Uruguay). Ing. José Luis Massera (Uruguay). Dr. Sergio Sispanov (Paraguay). Dr. Godofredo García (Perú). Dr. Leopoldo Nachbin (Brasil). Dr. Roberto Frucht (Chile). Dr. Peter Thullen (Ecuador). Dr. Mario González (Cuba). Dr. Alfonso Nápoles Gandara (México).

Contribuyen especialmente al sostenimiento de las publicaciones de la UNION MATEMATICA ARGENTINA los siguientes

### MIEMBROS PROTECTORES

COMPANIA INDUSTRIAL DEL NORTE DE SANTA FE. INGENIO AZUCARERO "ARNO" (Villa Ocampo. F. C. S. F.). — JULIO REY PASTOR (Buenos Aires). — T. G. BERLENGIERI y CIA. (Rosario). — TRICERRI HNOS. (Rosario). — MANUEL GUI-TARTE (Buenos Aires). — CLOTILDE A. BULA (Rosario). — ELBA R. RAIMONDI (Buenos Aires). — FERNANDO L. GASPAR (Rosario). — CARLOS ISELLA (Rosario). — PEDRO J. TRICERRI (Rosario).