Volumen XIII Número 2

REVISTA

DE LA

UNION MATEMATICA ARGENTINA

(Miembro del patronato de la Mathematical Reviews)

ORGANO DE LA

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

MIEMBROS TITULARES DE LA U. M. A.

BUENOS AIRES
1948

UNION MATEMATICA ARGENTINA

La U. M. A. reconoce cuatro categorías de miembros: honorarios, protectores, titulares y adherentes. El miembro protector paga una cuota anual de 100 $, por lo menos; el titular una cuota mensual de 5 $ o anual de 50 $; y el adherente una cuota anual de 10 $. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio libre de gastos, a la orden de la Tesorera, Prof. Clotilde A. Bula, Lavalle 1115, Rosario.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la Mathematical Reviews (sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a esa importante revista de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el precio de suscripción que es de 13 dólares por año. Los socios de la U. M. A. pagarán por tanto sólo 6.50 dólares por año.

Los autores de trabajos reciben gratuitamente una tirada aparte de 50 ejemplares. Las correcciones extraordinarias de pruebas, son por cuenta de los autores.

JUNTA DIRECTIVA

Presidente, Alberto González Domínguez, Paraguay 1327, Buenos Aires Vicepresidentes, J. C. Vignaux, E. H. Zarantonello. Secretario general, M. Valentinuzzi. Tesorera, Clotilde A. Bula. Protesorera, Juana M. Cardoso. Director de la Revista, J. Babini. Secretarios locales, R. A. Ricabarra (La Plata), P. L. Checchi (Córdoba). Elvira M. Tula (Cuyo), F. Gaspar (Rosario), Ilda C. Guglielmone (Tucumán).

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

La A. F. A., asociación privada de investigadores, profesores y estudiantes de física y de astronomía, tiene por objeto fomentar el progreso de la enseñanza de dichas materias por medio de reuniones científicas periódicas y de la publicación de trabajos originales.

Podrán ingresar como socios activos quienes hayan efectuado investigaciones originales; pueden ser socios adherentes los profesores que no cumplan este requisito; y socios estudiantes los que hayan aprobado el primer año de estudios de física o de astronomía.

Las solicitudes de ingreso, que deberán llevar la firma de dos socios activos o adherentes, habrán de dirigirse al secretario local que corresponda. Los socios activos abonarán una cuota mensual de 6 $, los adherentes de 4 $ y los estudiantes de 2 $. En estas cuotas están incluídas las suscripciones al órgano de la A. F. A. y a la revista "Ciencia e Investigación".

Los manuscritos destinados a la publicación deberán enviarse al delegado de la A. F. A. Mario Bunge, Instituto de Física, Perú 222, Bs. Aires; y la correspondencia administrativa deberá dirigirse al secretario local que corresponda o a la tesorera.

Para la redacción y presentación de los trabajos se agradecerá se tengan en cuenta las *Normas generales* distribuídas con esta revista en 1945.

COMISION DIRECTIVA

Presidente: Enrique Gaviola
Tesorera: Estrella Mazzoli de Mathov, San Juan 1931, Buenos Aires.
Secretarios locales: Ernesto E. Galloni, Buenos Aires, Yerbal 1763.
Fidel Alsina Fuertes, La Plata, calle 44 Nº 717.
Guido Beck, Córdoba, Laprida 922.
José Würschmidt, Tucumán, Laprida 765.

Abonnement annuel à l'etranger: 4.00 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifique et administrative à l'adresse ci-dessous:

Sr. Secretario de la UNION MATEMATICA ARGENTINA
Dr. Máximo Valentinuzzi
Gascón 520, Buenos Aires (Rep. Argentina)

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

CRONICA DE LA 9ª REUNION DE LA AFA

La novena reunión de la AFA se realizó en la Facultad de Ciencias Exactas de Buenos Aires, del 2 al 5 de abril de 1947. Comenzó con un interesante informe del Dr. Rodolfo H. Busch sobre «Uniones Químicas», en el que demostró la importancia y los frutos que puede dar la colaboración de los físicos con los químicos para llevar los resultados de la física moderna a la interpretación de los fenómenos químicos.

El siguiente informe, fué del Ing. S. Gershánik sobre la descripción matemática de las ondas sísmicas y despertó la interesante intervención de algunos físicos y los matemáticos presentes. El informe de Estrella M. de Mathov mostró el interés que tiene para nosotros el trabajo realizado en su reciente estada en San Pablo.

Las comunicaciones de Gaviola, González Domínguez, Balseiro, Gershánik y Sahade despertaron el habitual interés.

Una interesante visita al observatorio de la Asociación Amigos de la Astronomía, con explicaciones del Dr. Dawson y una cena final en el Club Universitario completaron el programa de la Reunión.

El programa, como se ve, no ha sido de los más nutridos y, aunque la calidad satisfaga, es de desear que para reuniones futuras haya mayor número de comunicaciones. Todos conocemos las causas a las cuales deben atribuirse estos resultados. Parece una ironía que mientras las crónicas periodísticas, aún de países vecinos, nos hacen aparecer fabricando bombas atómicas y la gente del exterior cree que a los físicos los tienen en este país «en la palma de la mano», nuestra reunión de la AFA ponga de manifiesto que los físicos de la Argentina carecen de las más elementales facilidades para trabajar.

En la última reunión y luego de una breve discusión la asamblea resolvió hacer público el apoyo de la AFA al proyecto presentado al H. Senado de la Nación por los senadores G. Sosa Loyola y F. R. Luco.

Ernesto E. Galloni

INFORMES Y COMUNICACIONES DE LA NOVENA REUNION
BUENOS AIRES, 2, 3 y 5 DE ABRIL DE 1947

SIMÓN GERSHÁNIK (Observatorio Astronómico, La Plata): *Sobre la descripción matemática de las ondas sísmicas.* (Informe).

El método habitual para describir las ondas sísmicas se apoya en la interpretación de Poisson de la ecuación de equilibrio dinámico de un medio homogéneo, y en los trabajos de Rayleigh y Love sobre ondas superficiales. Este método no permite ver porqué además de ondas espaciales deben aparecer las ondas superficiales y las de la cola del sismograma, ni qué relación hay entre unas y otras.

La aparición de las ondas Rayleigh y su relación con las espaciales fué explicada por Lamb en medios semi-indefinidos tridimensionales homogéneos e isótropos, sometidos a fuerzas superficiales, y por Nakano en medios análogos bidimensionales perturbados por fuentes puramente irrotacionales o equivoluminales.

Completando estas explicaciones, el autor propone asimilar la tierra a un medio semi-indefinido de múltiples capas paralelas, y la causa de los terremotos a cuplas de fuerzas concentradas infinitamente vecinas situadas en una de las capas. Saliendo de la expresión de Stokes-Love del efecto de una fuerza concentrada en un medio homogéneo, muestra cómo obtener la del efecto en el medio citado. Si la expresión resultante se analiza con integrales de contornos en los que entran curvas de «steepest descent», se puede hacer en ellas evidente tanto las ondas espaciales y las de Rayleigh, como las de Love y las de la cola.

Gracias a la integral de Fourier puede verse que a la expresión de Stokes-Love es posible llegar mediante integraciones y derivaciones adecuadas de $\frac{e^{-ihr}}{r}$ y $\frac{e^{-ikr}}{r}$; por ello, análogas operaciones sobre las expresiones debidas a fuentes como las de Lamb conducirán a las expresiones que interesan.

Se dan también bases para investigar el caso en que se asimile la tierra a una esfera de capas concéntricas.

DISCUSIÓN

Gaviola: Observa que la suposición de que el origen de las perturbaciones es puntiforme constituye una simplificación excesiva, y sugiere la conveniencia de asimilarlo a una superficie, así como la de tener en cuenta que las perturbaciones no salen de los puntos de ésta al mismo tiempo.

González Domínguez: Señala que el método seguido por Lamb y por Nakano para resolver el problema es el más sencillo, y que éste podría atacarse también por el método de las funciones de Green; pero en tal caso las dificultades serían seguramente muy grandes. Muestra además que en la función $Q(t) = \frac{\tau^2}{t^2+\tau^2}$ empleada por Lamb está contenido el caso particular de una fuerza brusca.

Gershánik: Aunque efectivamente el foco de un terremoto es una superficie, ya se gana bastante resolviendo el problema en la suposición de que sea puntiforme. Su solución es una etapa previa a la del problema propuesto por el Dr. Gaviola. Conseguida la primera, la segunda se puede obtener mediante adecuadas integraciones de ella. Por otra parte, la extensión del foco sólo reviste importancia en puntos vecinos al mismo.

La expresión de Stokes Love es más general que la de Lamb. Ella admite que la fuerza causante varíe con el tiempo en forma cualquiera, inclusive con brusquedad.

COMUNICACIONES

E. Gaviola (Observatorio de Córdoba). *Imágenes Producidas por Telescopios Grandes y la Medida de Estrellas Dobles.*

El poder separador teórico de los grandes telescopios es rara vez obtenido en la práctica debido a la perturbación producida por la atmósfera. El diámetro angular teórico de una imágen estelar es $d = 5 \,.\, 10^5\ \lambda/D$ segundos de arco. Para un telescopio como el gran reflector del Observatorio de Córdoba ($D = 154$ cm) y para luz violeta resulta $d = 0{,}13$. Las imágenes obtenidas miden generalmente entre 1 y 3 segundos. Rara vez menos de 1. Algunas veces hasta 10 segundos. Las causas conocidas de la multiplicación del diámetro son la pulsación y el baile de las imágenes. Para estudiarlas separadamente he hecho pasar estrellas brillantes a velocidad de hasta 38 cm/seg sobre la placa. Los trazos impresos tienen todavía diámetros 10 veces superior al teórico. Pero se reconoce sobre el fondo difuso del trazo una estructura de líneas finas, de número y posición variables. Estas líneas tienen el ancho teórico. Ellas son, pues, las verdaderas imágenes.

La estructura fina de las imágenes es producida por difracción en las ondas regulares de las capas de inversión de la atmósfera: cada trazo fino corresponde a un orden del «espectro». La constante de «la red» resulta, para una separación de 1 segundo entre órdenes, de 8 cm. Este valor es razonable. Está de acuerdo con lo que se observa quitando el ocular.

El presente método de obtener el poder separador teórico es usado para medir con precisión la separación de estrellas dobles.

Símón Gershánik (Observatorio Astronómico, La Plata): *Método nuevo para ubicar terremotos.*

El método de Geiger y su equivalente de Lúnkenheimer para determinar numéricamente las coordenadas Φ, Λ, h y la hora H de producción de un terremoto en base de P, exigen para llegar al resultado desde unas tres horas como mínimo hasta varios días de cálculo en ciertos casos, y presentan el inconveniente de ser incapaces de poner explícitamente en evidencia si a un conjunto de datos en cantidad estricta corresponde o no una solución real.

En oposición a estos métodos el autor propone uno sumamente rápido basado en una tabla como la que sigue, en la cual se tiene dispuestas para diversos h, parejas de valores Φ, Λ y diferencias ψ_{n1} entre los tiempos de recorrido ψ_n de fases P_n para estaciones E_n y el correspondiente a una estación básica E_1 en función de la distancia epicentral $\Delta^{(1)}$ a E_1 y de la diferencia básica ψ_{21}.

$$h = h^{(1)} \text{ km}$$

$$\psi_{21} = \psi_{21}^{(1)} \text{ segundos}$$

E_1		E_2		Coord.		E_3			E_4			E_n		
$\Delta^{(1)}$	ψ_1	ψ_2	$\Delta^{(2)}$	Φ	Λ	$\Delta^{(3)}$	ψ_3	ψ_{31}	$\Delta^{(4)}$	ψ_4	ψ_{41}	$\Delta^{(n)}$	ψ_n	ψ_{n_1}

Para operar puede diferenciarse tres casos, a saber: 1) *Sólo se tiene tres datos y h es conocido.* No hay más que entrar a la tabla con $\psi_{21} = P_2 - P_1$ y buscar ϕ, Λ y ψ_1 en correspondencia de ψ_{31}. 2) *También h es desconocido y se tiene cuatro datos adecuados.* Se pondrá

$$P_3 - P_1 = \psi_{31}(\psi_{21}, \Delta, h) = \psi_{31}(\psi_{21}\,\Delta_0\,h_0) + \\ + \left(\frac{\partial\psi_{31}}{\partial\Delta}\right)_0 d\Delta + \left(\frac{\partial\psi_{31}}{\partial h}\right)_0 dh + \ldots$$

$$P_4 - P_1 = \psi_{41}(\psi_{21}, \Delta_1, h) = \psi_{41}(\psi_{21}\,\Delta_0\,h_0) + \\ + \left(\frac{\partial\psi_{41}}{\partial\Delta}\right)_0 d\Delta + \left(\frac{\partial\psi_{41}}{\partial h}\right)_0 dh + \ldots$$

siendo como recién $\psi_{21} = P_2 - P_1$.

Estas ecuaciones permitirán sacar $\Delta^{(1)} = \Delta_0 + d\Delta$, y $h = h_0 + d\Delta$ y con ψ_{21} y dichos grandores ψ_1, Λ, y ϕ de la tabla. 3) *Se cuenta con más de cuatro datos.* Se considerará como incógnitas: P_1, ψ_{21}, Δ_1 y h, y se escribirá el sistema de n ecuaciones siguiente:

$$\overline{P}_1 = P_1$$

$$\overline{P}_2 = P_1 + \psi_{21}$$

$$\overline{P}_3 = P_1 + \psi_{31}(\psi_{21}, h, \Delta^{(1)})$$

....

$$\overline{P}_n = P_1 + \psi_{n1}(\psi_{21}, h, \Delta^{(1)})$$

en el cual $\overline{P}_n$ significa hora observada de P de la estación E_n. Linealizando las funciones ψ_{n1} desde ψ_{31} en adelante, y aplicando luego en forma sucesiva el conocido algoritmo de Gauss se podrá sacar las incógnitas que hagan mínimos a la suma de los cuadrados de los errores en $\overline{P}_n$. ψ_{21}, Δ y h permitirán sacar de la tabla ψ_1, Λ y ϕ.

Las derivadas que se precisen para el cálculo en 2) y en 3) se sacarán de la tabla en la forma común. En los tres casos se obtendrá H de $H = P_1 - \psi_1$. Si no hubiera solución real en el caso 1) no se encontrará en la tabla ningún ψ_{31} y en el caso 2) se sacarán correcciones que conducirán a valores $d\Delta$ y dh que tampoco se tienen en la tabla. Una solución plausible en tales casos se obtendrá procediendo con los datos en cantidad estricta como si se estuviera en el caso 3).

José A. Balseiro (Observatorio de Córdoba): *Espín del mesotrón vectorial en aproximación no relativista.*

Se obtiene una separación del impulso angular total del campo mesotrónico vectorial en impulso orbital e impulso de espín. Esta separación permite definir un operador de espín en aproximación relativista de valores propios $+1$ o -1, cada uno de los cuales tiene una multiplicidad dos, lo que conduce a una interpretación análoga a la del electrón de Dirac, en la que, la multiplicidad dos de los valores propio $\pm\frac{1}{2}$ del espín, corresponde, respectivamente, a electrones negativos y positivos. Este operador de espín se obtiene también por cuantificación segunda considerando presente en el campo mesotrones de ambos signos.

En aproximación no relativista, las funciones propias de J^2 pueden ser consideradas como una generalización de las funciones propias dadas por Pauli para el impulso angular total del electrón.

Jorge Sahade (Observatorio de Córdoba): *X Carinae.*

X Carinae es una variable de eclipse cuyo espectro muestra líneas dobles, en ciertas fases. Las observaciones espectrográficas realizadas en Bosque Alegre hasta ahora, indicarían que se trata de un sistema formado por dos estrellas prácticamente iguales y que el período es de poco más de un día. Esto está en desacuerdo con los datos publicados en el catálogo de Schneller para 1939, pero concuerda con el resultado de otros estudios fotométricos.

Rodolfo H. Busch (Buenos Aires): *Uniones químicas.* (Informe).

Alberto González Domínguez (Instituto de Matemáticas, Buenos Aires): *Demostración rigurosa del llamado teorema fundamental de las comunicaciones eléctricas.*

Estrella Mazzolli de Mathov (Instituto de Física, Buenos Aires): *Desintegración del mesotrón.* (Informe).

CRONICA DE LA DECIMA REUNION DE LA ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Después de superar algunos inconvenientes —gracias a la bueena voluntad de las autoridades y del secretario local— se efectuó la Décima Reunión de la AFA, en forma satisfactoria, en el aula magna del Instituto de Física de La Plata, en los días 20, 21 y 22 de setiembre de 1947.

El afortunado reintegro del profesor doctor Ricardo Gans al Instituto de Física de La Plata, después de 22 años de ausencia, dió especial relieve a la Reunión, de la que fué elegido su Presidente, por aclamación. Como Vicepresidentes fueron elegidos los profesores Würschmidt, Héctor Isnardi y Beck.

A la sesión inaugural —atendida por una calificada concurrencia de más de 60 personas— asistió el Delegado Interventor de la Facultad Ing. E. Alcaraz, en representación del Interventor de la Universidad, y pronunció unas palabras de bienvenida.

Entre las 19 comunicaciones, hubieron varias de buen nivel científico. El profesor Gans expuso un nuevo método de cálculo de perturbaciones que permite obtener constantes atómicas y moleculares mediante cuadraturas de sencilla solución numérica. Una comunicación del doctor Alberto González Domínguez sobre la función delta compleja dió origen a una vívida discusión con el doctor Beck, discusión bienvenida, pues en nuestras reuniones se discute todavía excesivamente poco.

La mañana del domingo 21 estuvo dedicada a escuchar 7 de las 10 comunicaciones de trabajos hechos en el Observatorio de Córdoba. Entre ellos los trabajo hechos por Ricardo Platzeck —un dispositivo para aumentar el rendimiento de espectrógrafos estelares y un ingenioso espectrógrafo nebular con prisma de cuarzo y espejos aluminados, que puede ser usado en el visible, el ultravioleta y el infrarrojo— llamaron justamente la atención.

La comunicación del ingeniero Francisco García Olano sobre relaciones entre el módulo de compresibilidad y otras constantes físicas mostró a nuestros jóvenes que muchos frutos pueden obtenerse de la colaboración íntima con los técnicos.

El informe de V. Kowalewski sobre contadores de Geiger-Müller demostró una cuidadosa preparación.

El almuerzo criollo del domingo fué tan bueno y tan bien recibido que las reuniones de C. D. y la asamblea de la tarde sufrieron un retardo considerable. Con todo, se escrutó la votación final sobre el estatuto —resultando aprobado por 49 contra 1 votos— y se aprobaron por unanimidad el aumento de la contribución a la UMA, para el mantenimiento de la Revista conjunta, a 200 pesos mensuales y el de todas las cuotas de socios en 1 peso mensual. Estas sanciones serán sometidas al voto postal de los socios, de acuerdo al estatuto.

La cena «de gala» tuvo lugar, infortunadamente, la noche del último día de sesiones, lo que impidió la concurrencia de algunos viajeros. He oído que, a pesar de ello fué un éxito culinario y social.

Gracias a la actividad del ingeniero Alsina. secundado por el doctor Balseiro y el señor Bertomeu, los resúmenes de las comunicaciones estuvieron impresos antes de la Reunión. ¡Que este importante progreso organizatorio, alcanzado por primera vez, se mantenga en las futuras reuniones!

A pedido del profesor Würschmidt y por resolución de la Asamblea —a la que concurrió con no menos de cuatro de sus discípulos tucumanos— la Undécima Reunión se efectuará en el Jardín de la República. *E. Gaviola.*

RESUMENES DE LOS TRABAJOS PRESENTADOS INSTITUTO DE FISICA, LA PLATA, SETIEMBRE DE 1947

SÁBADO 20, 16.30 HORAS

V. KOWALEVSKI (Instituto de Física, Buenos Aires): *Contadores de Geiger-Müller.* (Informe).

Se describe el estado actual de la técnica de los contadores de Geiger-Müller: técnica constructiva, teoría del mecanismo de descarga y, en especial, aplicaciones. Se indican los diversos resultados obtenidos hasta ahora en los diferentes campos de aplicación, y se describen someramente los circuitos electrónicos que se utilizan, destacando los de mejores resultados.

R. GANS (Instituto de Física, La Plata): *Contribución a la teoría de perturbaciones en la mecánica ondulatoria.*

El método de Schrödinger, muy elegante y de general aplicabilidad, tiene la desventaja de requerir el conocimiento de todos los valores propios y funciones propias del sistema no perturbado. Además, el resultado se presenta en forma de una serie infinita, complicada todavía por un posible espectro continuo.

Por estas razones se ha desarrollado otro método más sencillo, poniendo $\psi = \psi_0 e^{\chi}$ (ψ y ψ_0 funciones perturbada y no perturbada, respectivamente; χ función perturbatriz), de manera que resulta

$$\Delta \psi + \operatorname{grad} ln\, \psi_0^2 \,.\, \operatorname{grad} \psi = k^2 (v - \bar{v})$$

(v perturbación del potencial, $\bar{v}$ su valor medio, k^2 una constante) donde figuran las dos primeras derivadas de χ, pero no la función χ misma. En muchos casos χ se calcula por simples cuadraturas.

J. WÜRSCHMIDT (Instituto de Física, Tucumán): *Contribución a la Teoría de los Colores.*

En una orientación bibliográfica se revisan las divergencias existentes en la denominación de los colores puros, de los colores complementarios y fundamentales, y las distintas representaciones geométricas mediante triángulos, cuadrados y círculos.

Estableciendo un primer par de colores complementarios, fundado en determinados hechos físicos, se define la extensión de cada uno de los once colores del espectro, mediante relaciones constantes de las longitudes de onda, en analogía con los semitonos atemperados musicales. La representación logarítmica de los «intervalos» iguales entre sí, concuerda bien entonces con la representación en el círculo, exágono o dodécágono de colores. Se establece la analogía y las diferencias entre el círculo de colores y el círculo de quintas en música.

A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ (Instituto de Matemáticas, Buenos Aires): *Teoría de la Función Delta Compleja, y sus Aplicaciones a la Física Clásica y a la Física Cuántica.*

ALBERTO MAIZTEGUI (Observatorio de Córdoba): *Sobre la experiencia de Simpson.*

Sir George Simpson sostiene la hipótesis de que un período glacial se debe a un aumento de la radiación solar. Construyó un aparato en el que observó que a una mayor temperatura se había formado una mayor cantidad de hielo.

En este trabajo se estudia una experiencia unidimensional sugerida por la de Simpson, y se muestra que a un aumento de temperatura corresponde una menor cantidad *estacionaria* de hielo.

En un recipiente cilíndrico de paredes impermeables al calor se coloca agua, cuya temperatura puede ser variada a voluntad con un termómetro y una resistencia eléctrica. La base superor se mantene a una temperatura de —60º C. Adosada a ella, y en la parte interior del cilindro, se forma hielo. Se supone que se llega a un estado estacionario, en el que el espesor de la capa de hielo permanece constante. Ello exige que:

1. la cantidad de calor llegada a la superficie de hielo (radiación y difusión), sea igual a la que conduce el hielo.

2. suba la misma masa de agua (vapor) que la que baje (se condense sin solidificar, y caiga como líquido).

La cantidad de calor conducida a través del hielo es inversamente proporcional al espesor estacionario; la llegada a la superficie del hielo depende directamente de la temperatura del agua; lo que significa que a un aumento de la temperatura, corresponde una disminución de la cantidad estacionaria de hielo.

Nota: A raíz de la pregunta del señor A. Tejo, sobre cómo explicar los resultados obtenidos por Simpson de su experiencia, se hace la siguiente aclaración:

La experiencia de Simpson se diferencia del caso estudiado, porque en ella las paredes del recipiente son permeables al calor, de modo que:

1. de la radiación emitida por el agua, sólo llega a la superficie del hielo $a\,\omega/2\pi$ (ω es el correspondiente ángulo sólido). El resto atraviesa las paredes. a es una constante.

2. la radiación de las paredes *de la habitación,* llega a la superficie del hielo.

Se puede adaptar la ecuación del estado estacionario de nuestro caso, a la experiencia de Simpson, con dos modificaciones:

a) el término correspondiente a la radiación del agua es $a\,\omega/2\pi$ del empleado en el nuestro.

b) aparece un tercer término, que da cuenta de la radiación llegada de las paredes de la habitación.

Este nuevo término tiene gran importancia. Cuando la temperatura del agua es *inferior* a la de las paredes de la habitación, toda la cantidad de calor llegada a la superficie del hielo está prácticamente representada por ese término (para agua a 7° C es 25.000 veces mayor que la radiación llegada del agua). En el diagrama que representa la cantidad de calor llegada a la superficie del hielo en función del espesor estacionario, la curva correspondiente a la experiencia de Simpson se mantiene por debajo de la nuestra, y es paralela al eje de las abscisas. En este caso, el espesor estacionario depende de la temperatura ambiente únicamente; pero el tiempo necesario para alcanzarlo crece rápidamente con la inversa de la temperatura.

Cuando la temperatura del agua es igual a la del ambiente, la curva correspondiente a la experiencia de Simpson se corta con la nuestra; y cuando es superior, la de Simpson se halla por encima.

D. Canals Frau (Observatorio de Córdoba): *Matrices de Polarización.*

En la electrodinámica cuántica, el estado de polarización de dos rayos emergentes de una placa birrefringente, puede ser descrito por cada una de las dos matrices

$$\|N_0\|_{rr'} \quad \text{o} \quad \|N_e\|_{rr'},$$

con $\|N_0+N_e\|=N\delta_{rr'}$; ($N$ = número de fotones). A cada N incidente le corresponde una submatriz que permite determinar las distribuciones de los N fotones sobre los rayos ordinario y extraordinario. En el caso $N=1$, las submatrices correspondientes se reducen a la matriz de polarización, ya conocida, del tipo

$$\left\| \begin{matrix} \pi_1 \cos^2 \vartheta + \pi_2 \operatorname{sen}^2 \vartheta & (\pi_1-\pi_2) \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta\, e^{-i\delta} \\ (\pi_1-\pi_2) \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta\, e^{+i\delta} & \pi_1 \operatorname{sen}^2 \vartheta + \pi_2 \cos^2 \vartheta \end{matrix} \right\|.$$

Domingo 21, 10 horas

E. Gaviola (Observatorio de Córdoba): *La Nueva Montura del Telescopio Reflector de 76 cm. de Córdoba.*

Al ser reconstruído el telescopio, se ha proyectado para el mismo una montura original, liviana y suficientemente rígida. Ella elimina al clásico tubo y combina la celda del espejo principal con la del eje de declinación. Un espejo secundario tipo Cassegrain, sostenido por una pirámide de 6 tubos de acero, forma imagen detrás del espejo principal (perforado). Allí se colocarán un espectrógrafo y una cámara. Puede usarse, también, el plano focal principal. Se cree que este tipo de montura puede servir para grandes telescopios.

E. Gaviola (Observatorio de Córdoba): *Las Sombras Volantes en Eclipses Totales de Sol.*

«Sombras volantes» debidas a las olas de las capas de inversión de temperatura de la atmósfera son observadas en cualquier telescopio de abertura suficientemente grande, al mirar la lente o el espejo principal iluminados por la luz de una estrella sin usar ocular. Estas son sombras «bidimensionales». El «cresciente» solar que sirve de fuente de luz poco antes o después de la titalidad selecciona entre los diversos sistemas de ondas generalmente presentes aquellos que son aproximadamente paralelos al cresciente mismo. La velocidad de movimiento de las «sombras volantes» es la de las olas de la capa de inversión puesta en evidencia (si existe una de orientación apropiada) y no tiene relación alguna con la velocidad de la sombra de la luna.

R. Platzeck (Observatorio de Córdoba): *Dispositivo para Aumentar el Rendimiento de los Espectrógrafos Estelares.*

Sólo una pequeña parte de la imagen estelar producida por un reflector grande entra en la ranura de un espectrógrafo de dispersión mediana o grande, en las condiciones corrientes de observación. En Bosque Alegre las imágenes tienen en promedio más de 3″ de diámetro y la abertura óptima de la ranura del espectrógrafo I (40 A/mm) es de 0,7″. Se ha ideado un dispositivo quee permite abrir la ranura hasta 5 veces más, sin modificar la calidad del espectro. Consiste de dos sistemas de prismas. El primero intercepta el haz de luz proveniente del telescopio, dividiéndolo en un cierto número de haces de sección rectangular y desviándolos de manera de dar sobre la ranura del espectrógrafo una serie de imágenes alineadas y equidistantes. El segundo sistema de prismas, colocado sobre la ranura, orienta a cada uno de los haces con respecto al colimador. Ahora bien, como los haces parciales tienen una abertura relativa varias veces menor que el haz original, puede aumentarse la distancia focal del colimador y por tanto la abertura de la abertura en la misma proporción, sin modificar la calidad del espectro. Se ha diseñado y construído un dispositivo tal, adaptado al espectrógrafo mencionado.

R. PLATZECK (Observatorio de Córdoba): *Espectrógrafo Nèbular Transparente al Ultravioleta.*

El colimador es un telescopio Cassegrain invertido. El haz casi paralelo que el mismo produce atraviesa un prisma de cuarzo de 60° e incide sobre un espejo plano figurado, el cual hace pasar nuevamente la luz por el prisma de cuarzo. El espejo primario del colimador sirve de espejo de cámara. Para evitar la obstrucción, el espejo secundario del colimador está desplazado hacia un lado y el portafilm hacia el otro. El espejo plano figurado corrige tanto la aberración esférica del colimador como la de la cámara. Como el haz de luz atraviesa dos veces el prisma de cuarzo, la dispersión rotatoria queda suficientemente compensada. Se han construído dos colimadores-cámaras con sus espejos planos figurados correspondientes, con los que se obtienen dispersiones de 240 y 120 A/mm en los 4000 A. Una tercera dispersión de 80 A/mm se obtiene sustituyendo uno de los espejos planos por un prisma de 30° con una cara figurada y aluminizada.

R. PLATZECK y J. LANDI DESSY (Observatorio de Córdoba): *Nuevo Método de Imprimir una Escala de Alta Precisión sobre una Placa Fotográfica.*

Las medidas fotográficas de estrellas dobles mediante espejos parabólicos de gran abertura, no pueden efectuarse debido a que la impresión de una escala en la placa presenta dificultades, que son de triple origen: 1: El reducido campo del telescopio; 2. La variación de la escala en función de la distancia al eje óptico; 3. La influencia de las flexiones al cambiar de posición. La manera clásica de determinar la escala consiste en tomar dos estrellas de posición conocida, cuya separación sea muchas veces mayor que la correspondiente al par a medir. Con campos tan reducidos se hace muy difícil encontrar estrellas adecuadas.

El presente método soluciona el problema. El sistema de sincronización del reflector de Bosque Alegre permite desfasar el instrumento en un número par de segundos, con una precisión superior a la necesaria. Con pocas imágenes del mismo par a medir, se tiene una curva muy precisa de la variación de la escala en el campo, y la escala queda automáticamente determinada al medir el par, no requiriendo ninguna lectura adicional.

J. SAHADE (Observatorio de Córdoba): *Observaciones Espectrográficas del Sistema R. Arae.*

Observaciones espectrográficas de la variable de eclipse R Arae A, realizadas en Bosque Alegre, muestran la presencia de líneas dobles en ciertas fases. En el supuesto de un sistema de dos estrellas, esto está en desacuerdo con lo que sugieren los elementos fotométricos existentes.

Espectrogramas de R Arae B muestran que la velocidad radial y el espectro de esta componente también son variables.

J. SAHADE (Observatorio de Córdoba): *Observaciones Espectrográficas de τ^9 Eridani.*

Observaciones espectrográficas de la estrella 36 τ^9 Eridani realizadas en Bosque Alegre indican que de los dos períodos que según Hujer (Ap. J. 67; 399, 1928) satisfacen las variaciones de velocidad radial, el menor debe ser descartado y el mayor debe sufrir una corrección. Las velocidades radiales derivadas de la línea Mg II, λ 4481 sugieren una curva de velocidad ligeramente diferente de la que se deduce de la consideración de las líneas de H y Si II.

Los espectrogramas tomados en Bosque Alegre no muestran líneas dobles. Algunas líneas débiles parecen variar de intensidad.

LUNES 22, 16.30 HORAS.

E. E. GALLONI y A. E. ROFFO (Instituto de Física, Buenos Aires): *Sobre Ennegrecimiento de la Película Radiográfica con Rayos X y Radiación Gamma.*

En la medición de intensidades de la radiación difractada por cristales, se utiliza frecuentemente el método fotográfico y para una aplicación correcta es útil saber dentro de qué límites puede admitirse una relación lineal entre ennegrecimiento e intensidad de la radiación que ha incidido sobre la película.

Aplicando la técnica de producción de ennegrecimiento interceptando el haz primario con un disco de plomo con sectores de aberturas escalonadas logarítmicamente se han medido ennegrecimientos con microfotómetro a célula fotoeléctrica.

Se ha asegurado igualdad de condiciones en cuanto a composición del revelador, tiempo de revelación, temperatura del baño, y condiciones de fijado y secado de la película.

Los resultados obtenidos muestran que la relación lineal entre ennegrecimiento y tiempo de exposición disminuye al utilizar radiaciones de menor longitud de onda, pasando desde un límite de 0,7 para rayos X de 10 Kv a 0,5 para rayos gamma bien filtrados, equivalentes a 1200 Kv.

A. Mercader (Instituto de Física, La Plata): *Algunos Resultados Obtenidos en la Construcción de Elementos para Registro de Rayos Cósmicos.*

1. Cámara de Wilson de 25 cm. de diámetro eficaz, llena con aire y vapores de alcohol n-propílico y agua. Es de diafragma de goma, de disparo automático. La compresión es producida con aire comprimido, de presión regulada, y la expansión por apertura de una válvula accionada con un electroimán.

2. Contadores de Geiger-Müller de vidrio, con cátodo de cobre vaporizado sobre el trubo. Se ha conseguido un plateau de más de 250 volt y alto poder resolutor con tubos llenos con plomo tetrametilo, alcohol e hidrógeno a presión de 2 cm. Están en construcción tubos metálicos, llenados con alcohol y argón.

3. El argón destinado a los contadores y la cámara de niebla se obtuvo del aire atmosférico, fijando el oxígeno y el nitrógeno con carburo de calcio en presencia de un catalizador de cloruro de calcio, en horno eléctrico a 1000 grados. Una nueva planta, del mismo tipo y mayor capacidad, para unos 10 litros de argón, se encuentra en construcción.

A. Mercader (Instituto de Física, La Plata): *Determinación cuantitativa del uranio contenido en un mineral, con electrómetro y espectrógrafo.*

Se analizaron muestras de minerales argentinos, comparando su actividad con la del óxido de uranio. Una de las muestras indicó un 1 % de uranio, que fué confirmado por análisis químico. El análisis espectral señaló la presencia de otros diez elementos, además del uranio. Está en marcha un análisis espectrográfico cuantitativo, en el que se usará el método del sector giratorio, utilizando como fuente arco de carbón y también el arco con líquido goteando de pipas.

G. Beck (Observatorio de Córdoba): *Soluciones Hipercomplejas de las Ecuaciones de Dirac.*

Las soluciones hipercomplejas dadas anteriormente en el caso de un electrón libre en coordenadas cartesianas pueden ser, igualmente, extendidas a coordenadas polares y cilíndricas, permitiendo de inmediato escribir las soluciones rigurosas en un campo de Coulomb y en un campo magnético homogéneo. Las soluciones encontradas son del tipo:
en coordenadas polares:

$$\psi = [X(r;\,\beta) + \alpha_s\,\phi(r;\,\beta)]\,Y(\vartheta,\,\varphi;\,\vec{\sigma})\,e^{\frac{2\pi i}{h}\beta p_0 ct}$$

en coordenadas cilíndricas:

$$\psi = [X(r) + \alpha_r\,\phi\,(r;\,\beta,\,\sigma_z)]\,e^{im\varphi}\,e^{\frac{2\pi i}{h}\beta p_0 ct}.$$

F. Elías (Instituto de Física, Tucumán): *Acústica de Edificios.*

Los fundamentos de la acústica arquitectónica fueron dados por Sabine, de Harvard, en 1918, al estudiar crecimiento y declinación del sonido en auditorios. La teoría de la reverberación, de Sabine, Jaeger y o., condujo a la fórmula actual en la forma dada por Knudsen. La realización práctica de estas consideraciones exigió efectuar medidas de coeficientes de absorción de los materiales de construcción. Posteriormente, F. R. Watson introdujo una nueva unidad que facilita la aplicación de la ecuación de Sabine al cálculo de las correcciones acústicas de una sala. Con dicha ecuación es posible además hallar el tiempo óptimo de reverberación, y su variación con la frecuencia.

Se da la forma de cálculo para aislación del sonido y disminución del ruido en edificios.

F. García Olano, (Instituto de Física, Buenos Aires): *Relación entre compresibilidad y otras constantes físicas de los sólidos.*

Las propiedades elásticas de un cuerpo isótropo quedan definidas por dos coeficientes. Se acostumbra trabajar en la teoría con los coeficientes de Lamé λ y μ, y en las aplicaciones técnicas con E y G. Para los estudios de aplicación de teoría de los sólidos se considera preferible utilizar la compresibilidad χ y el coeficiente de Poisson ν (o sus inversas, los módulos respectivos). Se considera conveniente llamar la atención sobre el significado e importancia de χ, no estudiado aún por los físicos. La compresibilidad está ligada a las distancias y potenciales interatómicos, a la densidad, coeficiente de dilatación, calor específico, temperatura de fusión, calor de sublimación, etc. Se destaca, por la aproximación con que se cumple, la relación

$$\frac{V}{\chi} = cT_f,$$

donde V es el volumen atómico, T_f la temperatura de fusión en $^{\circ}K$, y c una constante para cada grupo de sólidos.

Los elementos sólidos pueden clasificarse en tres grupos principales:

1º Alcalis, de alta compresibilidad y dilatación y poca densidad; $c = 3850 \dfrac{\text{Kgcm}}{^{\circ}\text{K}}$.

2º Gran parte de los metales, para los que $\nu = 0{,}33$; $c = 7000 \dfrac{\text{Kgcm}}{^{\circ}\text{K}}$.

3º Metales pesados, como Au, Ir, Pt, Pb, y cuerpos de ubicación semejante en la tabla periódica; $c = 11.500 \dfrac{\text{Kgcm}}{^{\circ}\text{K}}$.

El magnesio ocupa una posición media entre el 1º y 2º grupo, y la Ag, Ru, Ro, Pd están entre el 2º y 3º.

Las excepciones observadas a esta ley son el Hg, Sn y el grafito.

C. Pasqualini (Instituto de Aeronáutica, La Plata): *Sobre la longitud característica del movimiento turbulento en un caño.*

UN VALOR MEDIO INTEGRAL DE LA CARACTERISTICA DE EULER PARA OVALOS MOVILES

por H. Hadwiger
(Berna, Suiza)

La característica de Euler de un conjunto

$$A = K_1 + K_2 + \ldots + K_n, \tag{1}$$

formado por la suma de un número finito de conjuntos planos convexos, cerrados y limitados K_ν, o sea,

$$\varphi(A) = \rho_e - \rho_i \tag{2}$$

(ρ_e = número de contornos exteriores de A; ρ_i = número de contornos interiores de A), puede expresarse por la fórmula simbólica

$$\varphi(A) = 1 - (1 - K_1)(1 - K_2)\ldots(1 - K_n). \tag{3}$$

La interpretación de esta fórmula simbólica es la siguiente: se desarrolla algebraicamente el producto del segundo miembro de (3) y cada producto de la forma

$$K_\nu K_\mu \ldots K_\lambda = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \tag{4}$$

se pone igual a 1 o a 0, según que los conjuntos que lo constituyen tengan o no punto común.

Con este convenio, la validez de (3) se puede probar por inducción completa, teniendo en cuenta la relación funcional

$$\varphi(A) + \varphi(B) = \varphi(A+B) + \varphi(AB) \tag{5}$$

que se sabe cumple la característica de Euler.

La fórmula simbólica (3) puede ser utilizada con ventaja para la solución de ciertos problemas y la convención (4) se presta para ciertas cuestiones de geometría integral, como veremos en la que vamos a tratar.

Consideremos n óvalos

$$K_1, K_2, \ldots, K_n \tag{6}$$

móviles libremente en el plano, los cuales deben cortar a otro óvalo fijo K_0, o sea,

$$K_0 K_\nu = 1, \qquad \nu = 1, 2, \ldots, n. \tag{7}$$

Para cada posición de los óvalos K_ν, consideremos la suma

$$K_0 K_1 + K_0 K_2 + \ldots + K_0 K_n \tag{8}$$

de sus intersecciones con K_0 y en particular la característica de Euler de esta suma (fig. 1),

$$\Delta = \varphi(K_0K_1 + K_0K_2 + \ldots + K_0K_n). \tag{9}$$

Formemos entonces el *valor medio* de Δ para todas las posiciones de las K_ν, o sea,

$$\overline{\Delta} = \frac{\int \Delta dK_1 \, dK_2 \ldots dK_n}{\int dK_1 \, dK_2 \ldots dK_n} \tag{10}$$

y veamos de calcular este valor medio.

Si ξ_ν, η_ν son las coordenadas de un punto P_ν de K_ν y ϑ_ν el ángulo de giro de K_ν alrededor de P_ν, la expresión

$$dK_\nu = d\xi_\nu \, d\eta_\nu \, d\vartheta_\nu \tag{11}$$

es la llamada densidad cinemática de la geometría integral.

El valor medio (10), se puede expresar fácilmente teniendo en cuenta (3) y la convención (4). En efecto, se tiene

$$\Delta = 1 - (1 - K_0K_1)(1 - K_0K_2) \ldots (1 - K_0K_n) \tag{12}$$

y por tanto

$$\bar{\Delta} = 1 - \frac{\int(1-K_0K_1)\ldots(1-K_0K_n)\,dK_1\ldots dK_n}{\int dK_1\ldots dK_n} \tag{13}$$

o sea, desarrollando,

$$\bar{\Delta} = 1 - \{1 - \sum_{\nu} \frac{\int K_0 K_\nu dK_\nu}{\int dK_\nu} + \sum_{\nu,\mu} \frac{\int K_0 K_\nu K_\mu dK_\nu dK_\mu}{\int dK_\nu\, dK_\mu} - \ldots\}. \tag{14}$$

En esta expresión la primera sumatoria está extendida a todos los valores $\nu = 1, 2, \ldots, n$; la segunda a todos los pares $\nu, \mu =$ $1, 2; 1, 3; \ldots, (n-1), n$, etcétera.

Para considerar un caso en que la fórmula (14) toma una forma simple, supongamos que todos los K_i sean congruentes entre sí, o sea,

$$K_1 = K_2 = \ldots = K_n \;(= K). \tag{15}$$

Entonces se tiene

$$\bar{\Delta} = 1 - \{1 - \binom{n}{1} \frac{\int K_0 K_1 dK_1}{\int dK_1} + \binom{n}{2} \frac{\int K_0 K_1 K_2 dK_1 dK_2}{\int dK_1 dK_2} - \ldots\}. \tag{16}$$

Indiquemos por F y L el área y longitud respectivamente de todas las K móviles y por F_0, L_0 el área y longitud de K_0.

Según la fórmula fundamental de geometría integral de L. A. Santaló [1], es

$$\int dK_1 dK_2 \ldots dK_\lambda = (LL_0 + 2\pi F + 2\pi F_0)^\lambda \tag{17}$$

y según una fórmula de W. Blaschke [2]

$$\int K_0 K_1 \ldots K_\lambda\, dK_1\, dK_2 \ldots dK_\lambda = (2\pi)^{\lambda-1} (2\pi F^\lambda + 2\pi\lambda F^{\lambda-1} F_0 +$$
$$+ \lambda F^{\lambda-1} L L_0 + \binom{\lambda}{2} F^{\lambda-2} F_0 L^2). \tag{18}$$

Introduciendo, por comodidad, la notación

$$\omega = \frac{2\pi F}{LL_0 + 2\pi F + 2\pi F_0} \tag{19}$$

(1) W. Blascke, *Vorlesungen über Integralgeometrie*, Hamburger Mathemastiche Einzelschriften *20*, 1936, pág. 30.

(2) W. Blaschke, *loc. cit.*, pág. 53.

la expresión (16) del valor medio se escribe

$$\overline{\Delta}=1-\Big(\sum_0^n(-1)^\lambda\binom{n}{\lambda}\omega^\lambda+\frac{LL_0+2\pi F_0}{2\pi F}\sum_0^n(-1)^\lambda\binom{n}{\lambda}\lambda\omega^\lambda$$

$$+\frac{L^2F_0}{4\pi F^2}\sum_0^n(-1)^\lambda\binom{n}{\lambda}\lambda(\lambda-1)\omega^\lambda\Big). \qquad (20)$$

Observando que es

$$\sum_0^n(-1)^\lambda\binom{n}{\lambda}\omega^\lambda=(1-\omega)^n$$

$$\sum_0^n(-1)^\lambda\binom{n}{\lambda}\lambda\omega^\lambda=-n\omega\,(1-\omega)^{n-1}$$

$$\sum_0^n(-1)^\lambda\binom{n}{\lambda}\lambda(\lambda-1)\,\omega^\lambda=n(n-1)\,\omega^2(1-\omega)^{n-2}$$

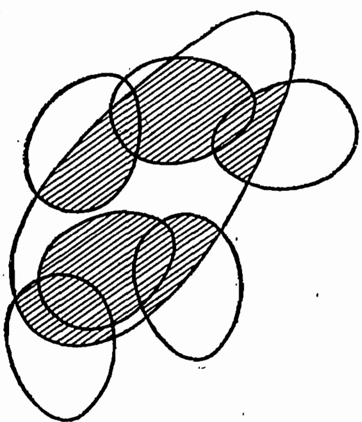


Fig. 1

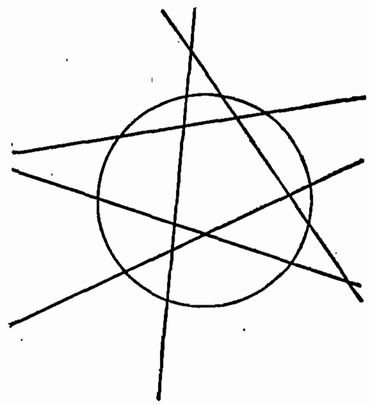


Fig. 2

se puede escribir, en primer lugar,

$$\overline{\Delta}=1-\Big\{(1-\omega)^2-n\,\frac{LL_0+2\pi F_0}{2\pi F}\,\omega(1-\omega)$$

$$+n(n-1)\,\frac{L^2F_0}{4\pi F^2}\,\omega^2\Big\}\,(1-\omega)^{n-2}$$

o bien, sustituyendo en lugar de ω nuevamente su valor (19) y después de algunas simplificaciones, queda la fórmula final

$$\bar{\Delta}=1+(n-1)\left(1-\frac{n\pi F_0 L^2}{(LL_0+2\pi F_0)^2}\right)\left(\frac{LL_0+2\pi F_0}{LL_0+2\pi F+2\pi F_0}\right). \quad (21)$$

Se puede, por tanto, enunciar:

El valor medio de la característica de Euler de la intersección de un óvalo K_0 con la suma de n óvalos congruentes K está dado por (21). *El valor medio se entiende obtenido al considerar todas las posiciones de los óvalos K en las cuales cortan a K_0.*

Vamos a considerar algunos casos particulares de la fórmula (21).

I. Para $n=0$ (caso trivial) es $\bar{\Delta}=0$.

II. Para $n=1$ (caso trivial) es $\bar{\Delta}=1$.

III, Para $n=2$, la fórmula se escribe

$$\bar{\Delta}=1+\frac{(LL_0+2\pi F_0)^2-2\pi F_0 L^2}{(LL_0+2\pi F+2\pi F_0)^2}. \quad (22)$$

Indicando por W la probabilidad geométrica de que los dos óvalos K se corten en el interior de K_0, siendo $\bar{\Delta}=W+2(1-W)$, de (22) se deduce

$$W=\frac{8\pi^2 FF_0+4\pi^2F^2+2\pi F_0 L^2+4\pi FLL_0}{(LL_0+2\pi F+2\pi F_0)^2}. \quad (23)$$

Este resultado es un caso especial de otro mucho más general obtenido por L. A. Santaló [3].

IV. Sea $F>0$ y consideremos que n crece ilimitadamente. Se obtiene el resultado, bastante natural, de ser

$$\bar{\Delta}\to 1 \text{ para } n\to\infty. \quad (24)$$

Este resultado indica que en el caso de ser $F>0$, la probabilidad W_n de que n óvalos congruentes K cubran totalmente al óvalo K_0, tiende a 1 para n tendiendo a infinito. El valor explícito de W_n parece ser, sin embargo, bastante complicado.

V. Sea $F=0$, $L=\infty$. Corresponde al caso en que en lugar

[3] L. A. Santaló, Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hansischen Universität, vol. *11*, pág. 233.

de óvalos K se tienen *rectas* que cortan a K_0. Por paso al límite se deduce de (21),

$$\bar{\Delta} = n - \frac{2\pi F_0}{L_0^2}\binom{n}{2}. \tag{25}$$

Por n rectas dadas en posición general, se sabe que el plano queda dividido en $1+n+\binom{n}{2}$ regiones diferentes (4), de las cuales hay 2n ilimitadas, quedando $1-n+\binom{n}{2}$ regiones limitadas (fig. 2).

Indiquemos con $\varkappa_i$ el número de estos recintos limitados que quedan completamente en el interior de K_0. Si Δ es la característica de Euler del conjunto de las cuerdas que K_0 determina sobre las rectas, evidentemente es $\varkappa_i \geqq 1 - \Delta$.

Por otra parte es $\varkappa_i \leqq \varkappa$, siendo $\varkappa$ el número de recintos en que K_0 queda dividido por las n rectas. L. A. Santaló ha determinado el valor medio de $\varkappa$ (5), con lo cual las desigualdades anteriores se traducen en las siguientes

$$1 - n + \frac{2\pi F_0}{L_0^2}\binom{n}{2} \leqq \bar{\varkappa}_i \leqq 1 + n + \frac{2\pi F_0}{L_0^2}\binom{n}{2}. \tag{26}$$

VI. Sea $F_0 = 0$, $L_0 = 2s$. Corresponde al caso de un segmento de longitud s cortado por n óvalos congruentes K.

En este caso $\bar{\Delta}$ es el valor medio del número de cuerdas separadas en que queda dividido el segmento por los n óvalos K (fig. 3). Se tiene, según (21),

$$\bar{\Delta} = 1 + (n-1)\left(\frac{Ls}{Ls+\pi F}\right)^n. \tag{27}$$

---

(4) Ver por ej. E. Steinitz, Vorlesungen über die Theorie der Polyeder, Berlín 1934, pág. 274.

(5) L. A. Santaló, *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por* n *rectas arbitrarias*, Revista de la U. Matemática Argentina, vol. VII, 1940-41. También para el espacio el problema análogo ha sido resuelto por L. A. Santaló, Rev. Unión Mat. Arg., vol. X, 1945.

VII. Sea $F_0 = \pi R^2$, $L_0 = 2\pi R$, $F = \pi$, $L = 2\pi$. Corresponde al caso de n círculos de radio unidad que cortan a un círculo de radio R (fig. 4).

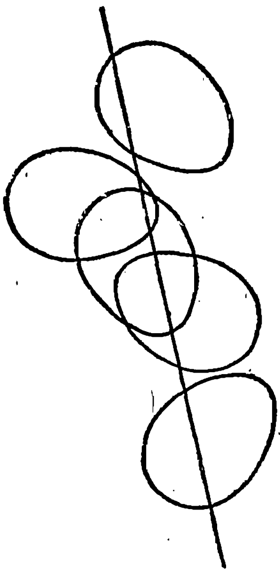


Fig. 3

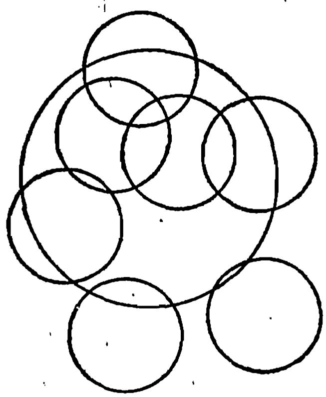


Fig. 4

Sustituyendo los valores correspondientes resulta:

$$\bar{\Delta} = 1 + (n-1)\left(1 - \frac{n}{(R+2)^2}\right)\left(\frac{R(R+2)}{(R+1)^2}\right)^n. \qquad (28)$$

Observemos todavía la relación asintótica:

$$\frac{\bar{\Delta}}{n} \sim e^{-\sigma}(1-\sigma) \qquad (29)$$

siendo $\sigma = n/R^2$, que corresponde al caso del plano cubierto por infinitos círculos de radio unidad, distribuídos arbitrariamente.

EFECTO DIELECTRICO REMANENTE Y CARGAS PERMANENTES EN DIELECTRICOS SOLIDOS (*)

por B. Gross
Instituto Nacional de Tecnología, Río de Janeiro, Brasil

SUMMARY: By measurement of current-time curves it has been shown, that in many solid dielectrics a considerable amount of charge can be absorbed. If the electric treatement is associated with a heat treatement, the absorbed charge can be parcially "frozen in", the dissipation ocurring after the withdrawal of the polarizing field being extremely slow. Such a dieletric therefore is not in the neutral electric state. The charges residing in the dielectric produce electric fields. These fields cancel themselves out under certain circunstances, but eventually a global field exists. This in its turn induces surface charges in adjacent conductors. It follows, that the plates of a capacitor containing the dielectric should carry induced charges. It then can be expected, that the measurement of these carges adduces new information concerning the state of the dieletric. It follows, that the prevailing practice of current time measurements is conveniently completed by surface-charge-time measurements. As a result of this method it is shown, that general information is obtained a) about the state of a polarized dielectric and the conduction mechanism, b) about effects connected with conduction and, c) about the nature of the electret.

El condensador desarmable.

Las medidas de carga y corriente superficial pueden ser hechas con la ayuda de un condensador desarmable, en el cual se puede quitar una (o ambas) placas. Para medidas cuantitativas el condensador debe cumplir las exigencias de una alta precisión. Hemos construído un modelo de ensayo representado en la fig. 1. El electrodo superior de un condensador a placa está suspendido de un pistón de hierro que penetra parcialmente en la bobina. Al pasar corriente a través de la bobina se eleva el electrodo. El sistema de placa, adecuadamente blindado, está montado dentro de un calefactor mediante el cual es posible dar

(*) Comunicación hecha el día 21 de setiembre de 1946 a la 8ª Reunión de la AFA. Traducción de D. Canals Frau.

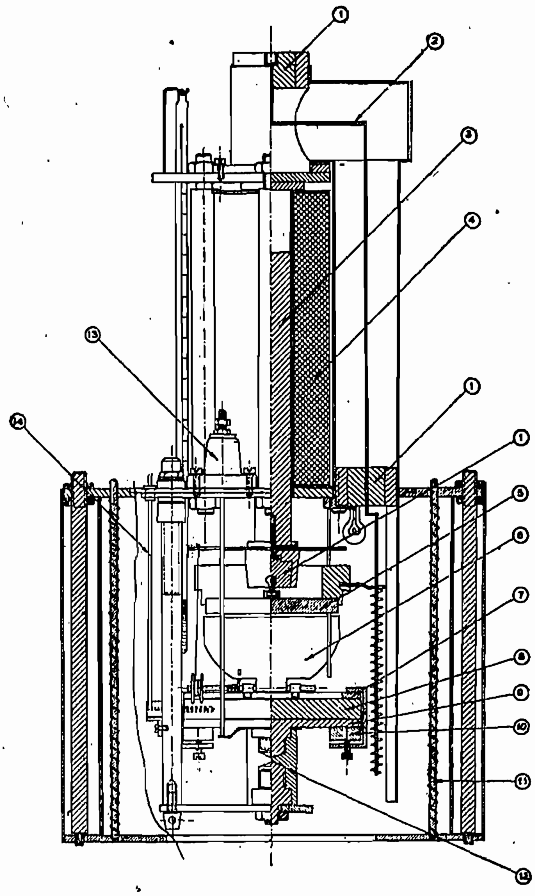


Fig. 1.

1) Aislador de azufre.
2) Conductor del electrómetro.
3) Pistón de hierro.
4) Bobina magnética.
5) Placa quitable.
6) Dispositivo especial de blindaje.
7) Anillo de protección.
8) Muestra de dieléctrico bajo ensayo.
9) Placa fija.
10) Aislador.
11) Calentador.
12) Aislador.
13) Conección para alto voltaje.
14) Termocupla.

el tratamiento calórico durante y después del período de aplicación del campo polarizante. La temperatura se mide mediante un termómetro a mercurio y una termocupla que está en contacto directo con la muestra. Para un control adecuado de la humedad todo el sistema está contenido en un secador. Una serie de medidas tomadas con este aparato muestra que, en principio, el método es bueno. Debe tenerse especial cuidado en los siguientes puntos:

Aislante: Debe ser utilizable para medidas estáticas, resistir tensiones hasta de 12000 V y temperaturas de hasta 150° C. Cuarzo fundido satisface esas condiciones.

Contacto entre dieléctrico y electrodos: Ambas superficies deben ser limpiadas cuidadosamente y ser ópticamente planas.

Medidas en el vacío: Debe ser posible realizar medidas a presión reducida y en el vacío, con aire y con otros gases.

Corriente y carga: Pueden ser medidas con un electrómetro con circuito electrométrico.

Otro método de medida podría consistir en un condensador en el cual es posible hacer vibrar uno de los electrodos. Si el electrodo tiene cargas inducidas, la vibración engendra una corriente alternada en el alambre que conecta las placas. La corriente es proporcional al valor de la carga y puede ser amplificada con un adecuado amplificador y medida fácilmente. En algunos aspectos este método tendría ventajas sobre el precedente. Si se pone en cortocircuito al condensador estando ambas placas en su lugar, el interior del dieléctrico está prácticamente libre de campo porque el campo de las cargas del dieléctrico está compensado por el campo de las correspondientes cargas inducidas en las placas. Esta situación cambia cuando una de las placas es levantada. Al estar eliminada la carga compensadora el dieléctrico está sometido al campo de sus propias cargas. Esto tiene un efecto similar a la aplicación de un campo externo. Se crean corrientes que tienden a hacer decrecer las cargas que producen campo. Por lo tanto, en el condensador variable el acto de la medida produce una perturbación de la magnitud que es objeto de la medida. En el condensador vibrante esta perturbación puede ser mantenida debajo de un valor dado, siempre que la amplitud

---

(1) B. Gross, L. Denard; An. Acad. Brasil. Ci., *14*, 349, 1942; Phys. Rev., *67*, 253, 1945. R. F. Field, *Phys.* Rev., *69*, 688, 1946.

de la vibración sea suficientemente pequeña; entonces el campo interior del dieléctrico experimenta sólo un pequeño incremento durante la medida, ya que la carga compensante de la placa nunca es totalmente alejada.

Prueba de dieléctricos con el condensador desarmable.

La corriente de descarga total $J(t)$ de un condensador puesto en cortocircuito puede ser expresada por la ecuación

$$(1) \qquad J(t) = i(t) + dq/dt,$$

donde $i(t)$ es la corriente de conducción y dq/dt la corriente de desplazamiento a través de la interfase dieléctrico-electrodo. Medidas de $J(t)$ y $q(t)$, como las que nos proponemos hacer, permiten descomponer la corriente en sus dos componentes y muestran la influencia de a) movimiento de portadores de cargas entre dieléctrico y electrodo y b) desplazamiento de cargas eléctricas dentro del dieléctrico ([2]).

J. Zeleny (J. Zeleny, Amer. J. Phys., *12*, 329, 1944) ha dado evidencia directa del hecho de que en condensadores con cubiertas desármables hay transferencia de cargas desde las placas al dieléctrico durante la aplicación del campo externo. Afirmamos que este es un efecto general y que en particular, es significativo para el comportamiento del electreto. Consideremos ahora una substancia dieléctrica dipolar cuya conducción iónica a temperatura ambiente es despreciable. Las cargas permanentes de un tal dieléctrico pueden ser a) cargas dipolares superficiales producidas por la orientación de los dipolos bajo la influencia del campo polarizante y que han sido «congeladas» y b) cargas iónicas originadas por la transferencia de cargas de las placas al dieléctrico y atrapadas en el dieléctrico ([3]). Por lo tanto, las cargas del dieléctrico tienen naturaleza dual y tienen polaridades opuestas. Es nuestro propósito determinar el valor de cada carga.

([2]) B. Gross, *Phys.* Rev., *66*, 26, 1944.

([3]) Estas cargas están atrapadas por no existir en el dieléctrico un campo capaz de moverlas. Tampoco, en condiciones normales, pueden abandonar el dieléctrico porque no obtienen la suficiente energía como para sobrepasar la barrera de potencial que debe suponerse existe en la superficie del electrodo.

Esto es posible si se pueden hacer las siguientes suposiciones simplificatorias:

a) La carga iónica penetra tan poco en el dieléctrico que puede ser tratada como una carga superficial; b) Eventualmente la carga se disipa, no como consecuencia de conducción interna dentro del dieléctrico, sino por conducción «hacia atrás» a través de la interfase; c) El espesor de la interfase es extremadamente pequeño comparado con el espesor del dieléctrico. En consecuencia, el campo de las cargas residentes en el dieléctrico se concentran en la interfase, siendo despreciable el campo «interno». De donde resulta que cualquier corriente externa $J(t)$ es debida exclusivamente a la disminución de la carga de dipolo. Si P es el valor de la carga dipolar, entonces

(2) $$J(t) = dP/dt.$$

La carga dipolar P es, por lo tanto, idéntica a la carga Q absorbida, definida como integral extendida sobre la corriente de descarga desde t a ∞.

(3) $$P(t) = Q(t) = \int_t^\infty J(t)\, dt.$$

La carga iónica $\sigma(t)$ está entonces dada como la diferencia de la carga inducida q y la absorbida Q:

(4) $$\sigma(t) = q(t) - Q(t).$$

Las ecuaciones (2) a (4) son aproximaciones, pero constituyen, por lo menos, una razonable hipótesis de trabajo. Un análisis más preciso deberá tomar en consideración la extensión finita de la interfase y la influencia de la conducción iónica dentro del dieléctrico ([4]).

Resultados de las mediciones.

Discutiremos ahora un grupo de mediciones típicas que pueden demostrar el objeto del método y la clase de información a

(4) c. f. B. Gross, An. Acad. Brasil. Ci., *17*, 221. 1945.

obtenerse. Estas mediciones fueron hechas con un disco de cera de carnauba de 8 mm. de espesor. El campo polarizante era del orden de 3000 V y quedó aplicado aproximadamente durante dos horas. La temperatura al comienzo del período de polarización era de 60° C. El condensador fué puesto en cortocircuito cuando la temperatura decayó a 38° C.

La fig. 2 muestra los valores medidos de la corriente J y de la carga inducida q posterior al cortocircuito, al igual que la corriente de desplazamiento calculada por derivación gráfica de $q(t)$. La carga inducida comienza con una polaridad que corresponde a una carga dipolar, decrece rápidamente pasando por cero y luego crece en dirección opuesta, crecimiento que corresponde a una carga iónica. Este comportamiento refleja la disminución de la polarización dipolar. La pendiente de la curva coincide prácticamente con la corriente; por lo tanto, $J = dq/dt$. (Hay una desviación sistemática, pero tenemos razones para creer que eso es debido a una corriente del aislador que no consideramos aquí). Este comportamiento es comprensible solamente suponiendo que la carga total del dieléctrico contiene dos componentes de diferente polaridad. Con las condiciones del presente experimento, una de ellas —la carga iónica— permanece prácticamente constante, mientras la otra disminuye.

La medida de la carga inducida permite observar la disminución de la polarización dipolar durante un larguísimo período de tiempo, aun cuando ya es tan lenta que la corriente ha decaído a un valor muy bajo, siendo solamente medible con mucha dificultad. Un hecho particularmente interesante de las mediciones que se extienden a varias semanas es que hasta ahora no ha sido dedectado ningún indicio de disipación de la carga iónica a temperatura ambiente.

La fig. 3 muestra el experimento de depolarización en el cual la temperatura del condensador en cortocircuito es aumentada rápidamente hasta un valor no muy inferior al punto de fusión de la cera. En la figura se han trazado los valores medidos de la corriente J y de la carga inducida q, y los valores calculados de la corriente de conducción i. El aumento de temperatura es seguido por una fuerte corriente de descarga, y esta nueva corriente indica el relajamiento de las cargas dipolares «congeladas». (Tales efectos fueron descritos en Phys. Rev., *67*, 235, 1945). La carga inducida aumenta al principio; esto es debido

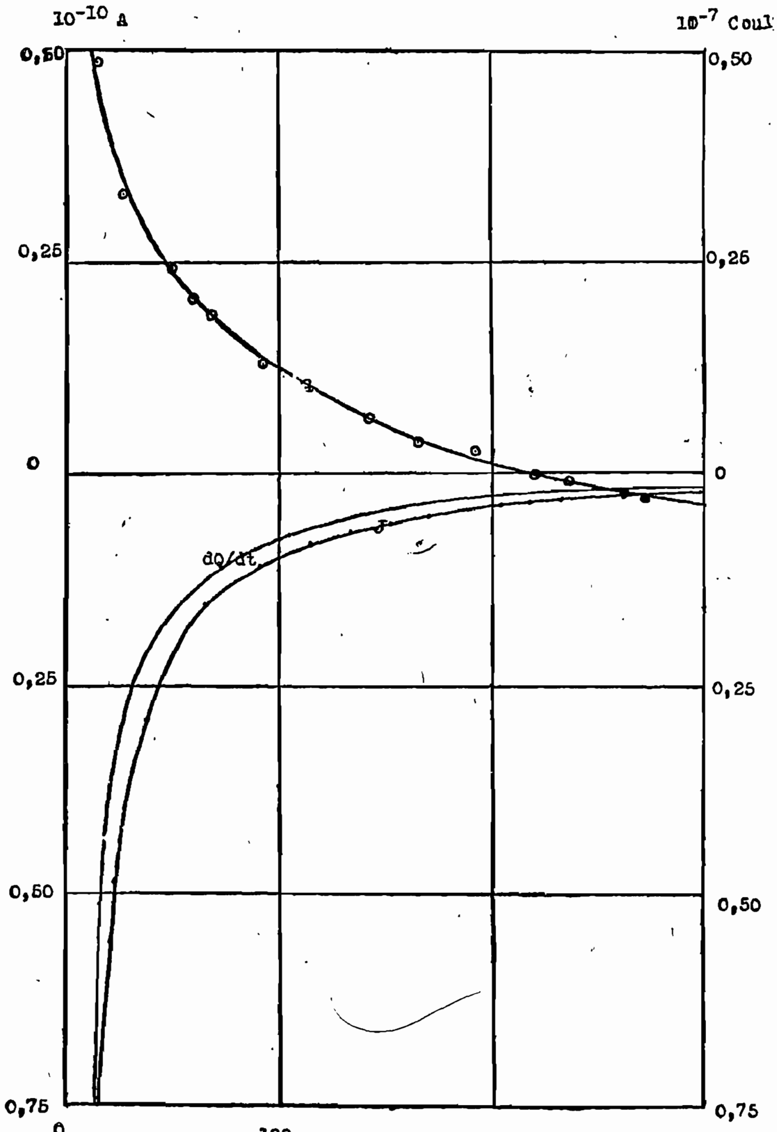

10^-10 A
10^-7 Coul
0,50
0,25
0
0,25
0,50
0,75
0,50
0,25
0
0,25
0,50
0,75
dQ/dt
0
100
200
300 min

Fig. 2.

al hecho de que la carga dipolar disminuye rápidamente mientras la carga iónica permanece aún aproximadamente constante durante algún tiempo. La diferencia entre ambas cargas aumenta por lo tanto. Pero pronto el calentamiento incluye también la disipación de la carga dipolar, la carga inducida alcanza un máximo y luego decrece. La descomposición de la corriente demuestra ahora por primera vez la existencia de una fuerte corriente de

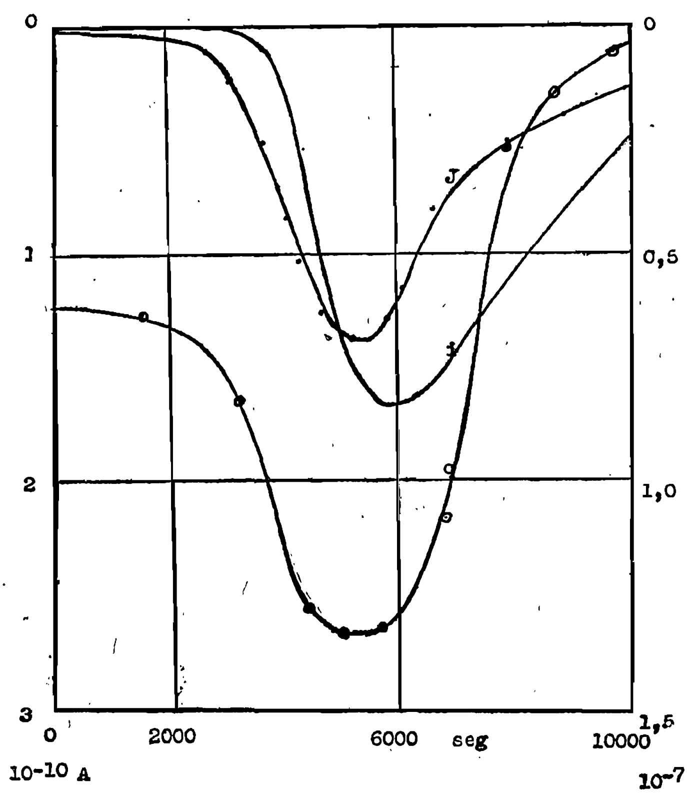


Fig. 3 .

conducción, indicando un transporte de portadores de cargas a través de la interfase; la polaridad de estos portadores debe ser contraria a la de la carga dipolar. Así tenemos aquí la evidencia directa de la disipación de la carga iónica y también de la manera que ello sucede. La diferencia de i y J da dq/dt; por motivo de simplicidad hemos omitido el trazado de estas funciones.

La existencia de la corriente de conducción es particularmente significativa a la luz de una posible objeción que pudiera ser hecha al método del condensador desarmable, es decir, que la falta de un adecuado contacto entre dieléctrico y placas podría crear una barrera impenetrable en cuanto al pasaje de los portadores y por lo tanto conducir necesariamente a la acumulación de iones en la superficie del dieléctrico.

La precedente descripción muestra que hemos duplicado las propiedades de comportamiento del electreto —la permanencia de su campo y la característica inversión de la polaridad— en condiciones bien controladas. El método de análisis empleado conduce a una descripción cuantitativa en función de los hechos, cuyo significado para el comportamiento dieléctrico ya ha sido demostrado por pruebas independientes. Toda hipótesis ad hoc es evitada.

Sugestiones para determinaciones futuras.

Hemos demostrado que la medida simultánea de corriente y de cargas superficiales representa un nuevo método para ensayar dieléctricos que conduce a un resultado significativo.

Proponemos la construcción de un condensador desarmable o «vibrante» de acuerdo con las condiciones dadas más arriba, y un estudio sistemático de las relaciones entre efecto de superficie, comportamiento de electreto y mecanismos de conducción para dieléctricos sólidos, que se refiera a:

a) Variación de los parámetros térmicos y eléctricos del experimento, como: valor y tiempo de aplicación del campo polarizante, temperatura durante y después del período de polarización, tiempo de cortocircuito, velocidad de recalentamiento en el experimento de depolarización, etc.;

b) Cambios de fase del dieléctrico por aplicación de un campo eléctrico externo;

c) Espesor de la muestra, naturaleza del contacto entre dieléctrico y electrodo, presión de contacto;

d) Influencia de la presión y del gas que rodea al condensador; mediciones en el vacío, con superficies degasadas;

e) Influencia de la naturaleza del dieléctrico;

f) Posible influencia del efecto sobre la tensión de ruptura;

g) Discusión a la luz de la moderna teoría de los sólidos.

Creemos que el resultado de este estudio sería de interés general para la técnica de las substancias aislantes. Como resultado con consecuencias prácticas directas mencionaremos solamente la posibilidad de obtener datos que eventualmente podrían conducir a mejoras en la manufactura de electretos. De acuerdo con las consideraciones esbozadas más arriba, el campo del electreto es debido a dos cargas de signo opuesto de casi igual valor absoluto. Si fuera posible impedir la formación de uno de ellos, el campo resultante sería muchas veces más intenso que el que ahora se observa.

UNION MATEMATICA ARGENTINA

COMUNICACIONES

ON THE REPRESENTATION OF COMPLETE BOOLEAN ALGEBRAS (*)
(Abstract)

by LEOPOLDO NACHBIN

By a C-boolean algebra, where C is an infinite cardinal mumber, we mean a boolean algebra such that every family, whose power is $< C$, of elements in the algebra has a supremum and an infimum; and by a C-field of sets we mean a set of sub-sets of a fundamental set which contains the sum and intersection if any family, having power $< C$, of sets in the field, and also the complement of a set in the field. When $C = C_0$ (the power of a countable infinite set), a celebrated theorem due to M. H. Stone (1) states that every boolean algebra is isomorphic to at least a field of sets. One may ask whether this result remains true for $C > C_0$. Considerer the set M of all Lebesgue measurable sets of the straight line and let R be the usual equivalence relation between sets X and Y in M defined by the fact that $X - Y$ and $Y - X$ have measure zero: it is well known that we can make the quotient space M/R into a complete boolean algebra in a natural way, and it can be proved that the algebra so obtained is isomorphic to no C-field of sets for $C > C_0$. Let us say that a sub-set of a C-boolean algebra is a *C-ideal* when the first element of the algebra belongs to the ideal, the last element does not, and the supremum of any family, whose power is $< C$, of elements in the ideal also belongs to the ideal. A *maximal* C-ideal is a C-ideal not properly contained in another C-ideal. Then a C-boolean algebra is isomorphic to at least a C-field of sets if and only if every element different from the last element belongs to some maximal C-ideal. In the case of M/R there is no maximal C-ideal for $C > C_0$, and this fact implies the impossibility of the concrete representation just referred to.

ON LOCALLY CONVEX TOPOLOGICAL VECTOR LATTICES (**)
(Abstract)

by LEOPOLDO NACHBIN

By a *pseudo-normed vector lattice* we mean a vector lattice E (1) provided with a family $\{ p_r \}$ if pseudo-norms (that is, non-negative real functions such that $p_r(x+y) \leq p_r(x) + p_r(y)$, $p_r(-x) = p_r(x)$ and $p_r(ax) = a p_r(x)$, whe-

(*) Récibido para la sesión del 12 de julio de 1947 de la UMA.
(1) M. H. STONE, *The theory of representation for boolean algebras*, Trans. Amer. Math. Soc. v. 40, pp. 37-111, 1936; G. BIRKHOFF, *Lattice theory*, Amer. Math. Soc. Coll. Publ. 1940.
(**) Recibido para la sesión del 12 de julio de 1947 de la UMA.
(1) G. BIRKHOFF, *Lattice theory*, chap. 7, Amer. Math. Soc. Coll. Publ., 1940.

re x, y belong to E and $a \geq 0$ is a real scalar) such that $|x| \leq |y|$ implies $p_r(x) \leq p_r(y)$, $|x| = \sup(x, -x)$ and $|y| = \sup(y, -y)$ being the absolutes of x and y. If we define a topology in E by means of these pseudo-norms in the usual way ([2]) we get a set E which is a *locally convex topological vector lattice* that is, a locally convex topological vector space and at the same time a vector lattice such that the operations of taking supremum and infimum of two elements are uniformly continuous; and conversely every such a system may be obtained from a pseudo-normed vector lattice in this way. In the preceding result we cannot replace the condition of uniform continuity by the simple continuity, as can be shown by the following example. Let E be the set of all real sequences $x = \{x_n\}$ of bounded variation $p(x) = |x_1| + \Sigma_1^\infty |x_{n+1} - x_n| < +\infty$, with sum $x + y = \{x_n + y_n\}$, scalar multiplication $ax = \{ax_n\}$, norm $p(x)$ and ordering $x \leq y$ defined by $x_n \leq y_n$. Then E is a Banach space (ann therefore a locally convex topological vector space) and a vector lattice: the operations of supremum and infimum of two elements are continuous in the topology, but they are not uniformly continuous.

([2]) J. Dieudonné, *La dualité dans les espaces vectoriels topologiques*, Ann. Ecole Norm. Sup., t. 59, pp. 107-139, 1942.

ESTADO ACTUAL DEL PROBLEMA DEL TERCERO EXCLUSO (**)

por Gregorio Klimovsky

En esta comunicación no se exponen resultados originales, sino que sólo se pretende resumir ciertas investigaciones contemporáneas, extrayendo de ellas conclusiones que responden a la siguiente pregunta: ¿Qué valor tiene el problema del tercero excluído en la matemática actual? En especial, y teniendo en cuenta que en el terreno epistemológico el problema del citado principio tiene tanta envergadura como los suscitados por otros principios, como el de contradicción, p. ej., y teniendo en cuenta que no se trata de entrar en una discusión de filosofía pura, el problema nodal que aquí se planteará es el siguiente: ¿Existen razones especiales de orden matemático contra la vigencia del principio de tercero excluso?

El problema admite discusión en los siguientes aspectos:

1) *El principio considerado como postulado en un formalismo especial.*
2) *Valor sintáctico del principio.*
3) *Valor semántico del principio.*
4) *Valor semántico-lógico del principio.*
5) *El principio en la interpretación de los sistemas formales.*
6) *Problema epistemológico.*

La tesis de la comunicación es que el matemático no tiene por qué preocuparse por el lado semántico del problema, y que en la faz formal se confunde con el problema de la "independencia" y la "completicidad". Por consiguiente,

(**) Resumen de la comunicación hecha en la sesión del 12 de julio de 1947 de la UMA.

sostenemos que *no hay razones de orden matemático para creer en la no-vigencia del principio.*

La comunicación se completa informando acerca de la faz epistemológica, sosteniéndose que el principio de marras es el que permite definir "sentido científico" en un análisis dado.

Apéndice: El estado actual del problema del infinito. Sus relaciones con el principio del tercero excluso.

SEMIGRUPOS POSITIVOS Y (l)-IDEALES DE RIESZ-BIRKHOFF (*)

por M. Cotlar y E. Zarantonello

1. — Un semigrupo es un conjunto S en el que está definida una operación de *suma* $a + b$, tal que: 1) ella es asociativa y conmutativa, 2) $f+h=g+h$ implica $f = g$, 3) existe un elemento cero: $f + 0 = f$. Si los elementos de S admiten la multiplicación por escalares λ reales. se dice que S es semigrupo vectorial. Decimos que S es un semigrupo *positivo* si además: 4) $f + g = 0$ implica $f = g = 0$. Todo semigrupo es suma directa de un semigrupo positivo y de un grupo.

2. — La operación de suma define en S un *orden natural*: $f \leq g$ si existe h tal que $f + h = g$. Clasificamos los semigrupos positivos en (l)-semigrupos, $(\sigma - l)$-semigrupos y $(v - l)$-semigrupos, según que respecto de dicho orden natural sea S un lattice, σ-laticce o laticce completo y examinaremos la relación entre (l)-semigrupos y (l)-grupos.

3. — Decimos que S es *regular* si $f \leq g + h$, f disjunto con S, implica $f \leq h$, y probamos que tales semigrupos son más generales que los "dominios de Riesz". Damos varias formas equivalentes de regularidad y demostramos que los $(v - l)$-semigrupos pueden caracterizarse como un semigrupo regular en que la suma existe para un número infinito de sumandos.

4. — Un subsemigrupo $S_1 \subset S$ se dice *característico* si $f \leq g$ en S implica $f \leq g$ en S_1. Clifford probó que la condición necesaria y suficiente para que S sea isomorfo a un subsemigrupo característico de un $(v - l)$-semigrupo es que el orden natural de S sea "arquimedeano". Introduciendo una condición "casi arquimedeana" probamos que esta última condición caracteriza a los subsemigrupos de un $(v - l)$-semigrupo, no necesariamente característicos.

5. — Si S es un $(v - l)$-semigrupo, decimos que una noción de orden $f \leq\leq g$, definida en S, es *subordinada* al orden natural $f \leq g$ de S, si $f_i \leq\leq f$ $(f_i \geq\geq f)$ implica $\bigcup_i f_i \leq\leq f$ $(\bigcap_i f_i \geq\geq f)$, donde $\bigcup_i$, $\bigcap_i$ están tomadas respecto del orden natural $\leq$. Para cada f fijo consideramos los posibles elementos $f_i \geq\geq f$ y definimos: $Ef =$ *salto de* $f = \bigcap_i f_i$. Indicamos con N (N') el conjunto de los f tales que $Ef = 0$ $(Ef = f)$. Demostramos que N y N' son (l)-ideales conjugados en sentido de Riesz-Birkhoff y que

(*) Resumen de la comunicación presentada en la sesión de la U. M. A. del 10 de julio de 1947.

el estudio de los l-ideales equivale al de las relaciones subordinadas. Extendiendo la noción de subordinación al caso de un semigrupo regular cualquiera, generalizamos para tales semigrupos los resultados conocidos de Riesz, Birkhoff, Kasutani y Bochner-Phillips, que estos autores establecieron en el caso de $(v-l)$-semigrupos.

6. — Ampliando el método de subordinación, generalizamos la teoría de integral de Kolmogoroff (de igual modo como Riesz y Birkhoff generalizaron por medio de los l-ideales la teoría de Lebesgue), lo cual no se consigue por la aplicación directa de la teoría de l-ideales de Riesz-Birkhoff. Finalmente el método de subordinación permite unificar los dos casos de actividad simple y completa de la teoría de Lebesgue-Fréchet dentro de una teoría más amplia de funcionales sobre dominios de Riesz generalizados.

TEORIA DE REPRESENTACION DE GRUPOS Y SEMIGRUPOS VECTORIALES ORDENADOS (*)

por E. ZARANTONELLO y M. COTLAR

El propósito de esta exposición es presentar una teoría de representación de (o)-grupos y (o)-semigrupos vectoriales arquimedeanos y casiarquimedeanos mediante estructuras análogas cuyos elementos son funciones numéricas de punto. Antes de entrar de lleno en la cuestión daremos algunos ejemplos que servirán de guía en lo que sigue más adelante. Por el momento nos limitaremos a (l)-grupos vectoriales. Son ejemplos:

1. — El conjunto de todas las funciones reales definidas en el intervalo $(0,1)$ ordenadas así: $x < y$ si $x(t) \leq y(t)$ para $0 \leq t \leq 1$.

2. — El conjunto de las funciones medibles definidas en el mismo intervalo dispuestas según el ordenamiento: $x < y$ si $x(t) \leq y(t)$ para casi todo t de $(0,1)$. En este caso se consideran idénticas funciones que sólo difieren en un conjunto de medida nula.

3. — El mismo ejemplo anterior pero en el cual el intervalo $(0,1)$ y su medida son sustituídos por un conjunto abstracto Ω y una medida μ sobre él.

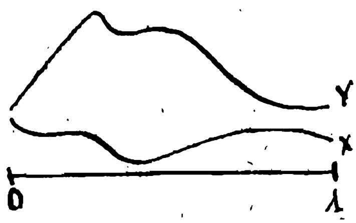
4. — Generalizando aún más, puede suprimirse la medida dando en cambio una clase completamente aditiva $\{X\}$ de conjuntos (medibles) y entre ellos un ideal $\{N\}$ (conjuntos de medida nula) y considerando las funciones medibles definidas salvo conjuntos nulos.

Este es el fin de nuestra serie, a partir de aquí podrá tal vez generalizarse más, pero es inútil, pues todo (l)-grupo vectorial arquimedeano es isomorfo a uno de esta última especie.

Para dar con precisión el teorema de representación convendrá recorrer algunos pasos de su demostración, todos ellos de interés independiente del teorema mismo.

(*) Resumen de la comunicación presentada en la sesión de la U. M. A. del 10 de julio de 1947.

Sea L un $(\sigma - l)$-grupo vectorial con unidad (*unidad* es un elemento 1 tal que $a \wedge 1 = 0$ implica $a = 0$).



I. Representación espectral. — Toda función numérica x (ver ejemplos anteriores) queda perfectamente definida cuando para cada número real λ se conoce el conjunto, o su función característica $e_x(\lambda)$, donde la función es mayor que λ. Las funciones características están caracterizadas por las condiciones $e(t) \geq 0$, $e(t) \wedge (1 - e(t)) = 0$; y la familia $e_x(\lambda)$ de funciones características tienen las propiedades:

a) $\lambda \leq \mu \therefore e_x(\lambda) > e_x(\mu)$.

b) $1 = e_x(-\infty)$, $e_x(+\infty) = 0$.

c) $e_x(\lambda) = \lim\limits_{\sigma \to \lambda +} e_x(\sigma)$.

Familias $e(\lambda)$ con estas propiedades se llaman *resoluciones de la unidad.* Estas definiciones de elementos característicos y resoluciones de la unidad son de inmediato transportables a L. Los elementos característicos forman una álgebra de Boole E. Aquí como en el caso de las funciones a cada elemento x corresponde una resolución de la unidad $e_x(\lambda)$ que lo individualiza, trasladándose las operaciones entre elementos a operaciones entre resoluciones de la unidad que en última instancia no son más que operaciones en un álgebra de Boole. De este modo L queda, por así decir, plasmado en su álgebra de Boole. Estas consideraciones quedan cerradas por el teorema:

El conjunto de las resoluciones de la unidad sobre E forman un $(\sigma - l)$-grupo vectorial que contiene un sub(l)-grupo vectorial isomorfo a L

Esta teoría ha sido desarrollada por H. Freudenthal; nosotros sólo hemos agregado cuestiones de detalle.

II. Representación de Álgebras de Boole. — El resultado anterior reduce en cierto modo el problema a la representación de álgebras de Boole. En este sentido disponemos del teorema de Stone-Wallmann que establece que toda álgebra de Boole E es isomorfa al álgebra de conjuntos abiertos y cerrados de un espacio topológico Ω, compacto de Haussdorff totalmente disconexo (espacio de Boole). Se tiene así una representación mediante un álgebra de conjuntos pero que tiene el inconveniente que sus elementos no se manejan según las operaciones corrientes de la teoría de conjuntos, condición ésta, indispensable para obtener una vinculación con funciones. Para obviar este inconveniente se deben manejar los conjuntos del álgebra módulo conjuntos de primera categoría. El desarrollo de esta idea conduce al siguiente teorema:

Los conjuntos medibles Borel módulo conjuntos de primera categoría en un espacio Boole forman un álgebra de Boole completa, isomorfa a la complexión del álgebra de conjuntos abiertos y cerrados

Es claro que los conjuntos medibles Borel módulo conjuntos de primera categoría se manejan de acuerdo a las reglas corrientes del álgebra de conjuntos, que era precisamente lo que pretendíamos. Sin embargo el teorema anterior tiene una significación más amplia que trasciende este simple hecho al dar un nuevo procedimiento de complexión de una estructura ordenada. Con su ayuda puede por ejemplo mostrarse, que un álgebra de Boole de conjuntos de puntos de un dado espacio puede completarse por agregación de puntos y reducción posterior módulo ciertos conjuntos nulos, hecho este que tiene algún interés en teoría de la integración.

III. Representación de (l)—grupos vectoriales. — Los dos capítulos anteriores tienden un puente entre elementos de un $(\sigma\text{-}l)$-grupo vectorial con unidad y funciones. En efecto: a) $x \longrightarrow e_x(\lambda)$: de un elemento x a su resolución de la unidad; b) $e_x(\lambda) \longrightarrow E_x(\lambda)$: de resoluciones de la unidad a resoluciones de la unidad a valores conjuntos Borel módulo conjuntos de primera categoría; c) $E_x(\lambda) \longrightarrow x(t)$: de $E_x(\lambda)$ a una función medible Borel definida casi donde quiera en un espacio de Boole. La conclusión puede sintetizarse así:

Las funciones medibles Borel definidas casi dondequiera en un espacio de Boole forman un $(v-l)$- grupo vectorial con unidad. Todo $(\sigma-l)$-grupo vectorial puede ser incluído por isomorfismo con preservación de suprema e ínfima en una estructura de esta especie.

Este teorema proporciona representación funcional a toda estructura incluíble en un $(\sigma\text{-}l)$- grupo vectorial; así, echando mano a los resultados sobre complexión de semigrupos arquimedianos y casiarquimedeanos mencionados en la primera parte de este trabajo se llega al siguiente resultado final:

Para que un semigrupo vectorial positivo sea isomorfo a un subsemigrupo del semigrupo de las funciones positivas medibles Borel definidas casi dondequiera en un espacio de Boole, es necesario y suficiente que sea casi arquimedeano. La condición de Arquímedes caracteriza entre ellos a los subsemigrupos característicos.

Para una aplicación final de los teoremas anteriores consideramos el (l)-grupo vectorial de funciones de conjunto absolutamente continuas respecto de una medida (aditiva pero no necesariamente completamente aditiva). En este caso la representación establece una correspondencia con propiedades de una derivada entre funciones de conjunto y funciones de punto, apareciendo así la representación como una derivación generalizada. Se logra pues una extensión del teorema de Radon-Nikodym al caso de aditividad simple.

CRONICA

REUNION DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA EN HOMENAJE DEL PROFESOR ADRIAN A. ALBERT

Prof. Adrián A. Albert

El 22 de noviembre y bajo la presidencia del Dr. Alberto González Domínguez, se realizó en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, una reunión de la Unión Matemática Argentina en honor del Profesor Adrian A. Albert, de la Universidad de Chicago. Fueron presentados los siguientes trabajos:

EDUARDO H. ZARANTONELLO: *Una propiedad característica del espacio (S).*

EMILIO ROXIN: *Generalización de un teorema de Banach.*

GREGORIO KLIMOVSKY: *Un enunciado del teorema de Zorn.*

MISCHA COTLAR: *Una teoría de la integral.*

FERNANDO L. GASPAR: *Una ecuación diferencial a la que satisfacen infinitos sistemas de polinomios.*

ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ: *Un teorema sobre la teoría de la estabilidad.*

Asistieron a dicha reunión las siguientes personas: Adrian A. Albert, A. González Domínguez, J. Rey Pastor, F. L. Gaspar, C. A. Bula, Sra. de Domínguez, J. Frenkel, M. Cotlar, G. Klimovsky, E. Roxin, L. A. Santaló, E. H. Zarantonello, C. Repetto, J. Kervor, J. M. Cardoso, R. Scarfiello, J. C. Vignaux, J. Erramuspe, A. A. Ricabarra, A. Calderón y G. Turrin. A continuación los concurrentes se trasladaron a un restaurante donde se sirvió una cena.

Juana M. Cardoso.

INFORME SOBRE LA REUNION INTERNACIONAL DE MATEMATICOS CONVOCADA POR LA SOCIEDAD MATEMATICA DE FRANCIA CON LOS AUSPICIOS DE LA UNESCO PARA TRATAR DE LA CONSTITUCION DE UNA UNION INTERNACIONAL DE MATEMATICAS

La reunión tuvo lugar el día 23 de junio de 1947 en la sede social de la Unesco y contó con la asistencia de treinta delegados, los cuales representaban a diez países distintos. La nómina de los delegados es la siguiente:

Presidente: Prof. Chatelet (Francia); *Miembros*: Prof. Balanzat (Argentina; Prof. Beurling (Suecia); Prof. Bohr (Dinamarca); M. Bélgodère (Francia); Prof. Bruins (Holanda); Prof. Bureau (Bélgica); Prof. Carleman (Suecia); Prof. Chapelon (Francia); Mr. Compton (Estados Unidos); Prof. van der Corput (Holanda); Prof. Denjoy (Francia); Dr. Establier (Unesco); Prof Giao (Portugal); Prof. Janet (Francia); Prof. Jessen (Dinamarca); Prof. Julia (Francia); Mr. Laves (Unesco); Dr. Lynden (Estados Unidos); Dr. Malina (Unesco); Prof Mandelbrejt (Francia); Prof. Nikodym (Polonia); Prof. Ostrowski (Suiza); Prof. Plancherel (Suiza); Prof. de Rham (Suiza); Prof. Salem (Estados Unidos); Prof. Sergescu (Rumania); Prof. Valiron (Francia); Prof. Whitney (Estados Unidos); Prof. Wiener (Estados Unidos).

La sesión fué abierta con unas palabras de Mr. Laves, Director adjunto de la Unesco que ofreció la hospitaildad de la misma para dicha reunión y expresó sus deseos de que fuera coronada por el éxito.

Luego el Presidente dió lectura de las comunicaciones recibidas: de la Academia de Ciencias de Rumania que envía su adhesión; otra adhesión del profesor Tchakalow en nombre de los matemáticos búlgaros; el profesor Misberg en nombre de la Academia de Ciencias de Finlandia expresa su acuerdo y anuncia para el otoño el envío de un representante oficial; el profesor Meister de Viena acepta con interés la reorganización de la Unión de Matemáticos; el profesor Castelnuovo en nombre de la Academia Nacional Italiana, testimonia el más vivo interés por la colaboración internacional en el dominio de las matemáticas y aprueba la creación de la Unión; el profesor Stone, presidente de la Sociedad Americana de Matemáticos, lamenta no haber tenido tiempo para enviar a París un delegado oficial y anuncia la presencia del profesor Whitney en calidad de observador; el profesor Hodge, en nombre de los matemáticos ingleses, se muestra contrario a la inmediata creación de una unión internacional. En el transcurso de la sesión fueron leídas por el profesor Valiron una comunicación del profesor Ostinski que daba la adhesión de Checoeslovaquia, bajo la condición de que los alemanes fueran excluídos de la reunión y otra del profesor Young de Sud Africa favorable a la creación de la Unión. El profesor Valiron ha recibido igualmente noticias de Noruega que señalan el deseo de los matemáticos de dicho país de esperar algún tiempo para realizar la unión.

A continuación el Presidente comunica que un Congreso Internacional de Matemáticas está previsto para 1950 en los Estados Unidos, pero estima que sería conveniente realizar una organización aunque sólo fuera provisional, con anterioridad a dicha fecha. Los fines de esa organización serían:

1º Reunir coloquios y reanudar la colaboración científica.

2º Ayuda a los países asolados por la guerra para la reanudación de los trabajos de investigación (difusión de revistas, traducciones, microfilms, bibliotecas matemáticas).

3º Suministrar apoyo para el desarrollo de las matemáticas en los países que lo necesiten.

4º Estrechar lazos entre los matemáticos y las demás organizaciones internacionales ya existentes, tales como las de física, astronomía, geodesia, estadística, biología, etc.

5º Favorecer y facilitar el desplazamiento de hombres de ciencia (aduana, divisas, etc.). En tal sentido ya han sido iniciadas las gestiones por la Unesco.

6º Elaborar y publicar resúmenes de las teorías matemáticas más recientes y poner al día la enciclopedia matemática.

En la discusión que siguió y que tuvo una duración aproximada de cinco horas, se manifestaron claramente dos tendencias opuestas:

La primera sostenida por casi todos los matemáticos norteamericanos, y en especial por el profesor Wiener, se pronuncia contra la creación inmediata de la Unión, por considerarla prematura; sostienen que conviene demorar dicha creación por lo menos hasta 1950, esperando que para entonces estén más calmadas las pasiones suscitadas por la guerra y sea el clima más favorable para la creación de una verdadera unión interncional que agrupe a los matemáticos escandinavos, en particular el profesor Bohr y algunos matemáticos suizos.

Por otra parte el profesor Whitney comunica que el Consejo de Sociedades Matemáticas Americanas se ha ocupado ya de la cuestión y ha expresado sus deseos de que se haga una unión internacional sin excluir ningún grupo nacional; ha propuesto también que se haga una reunión previa de matemáticos en conexión con la próxima Asamblea de la Unesco en México, la cual tendrá lugar en noviembre de 1947.

La otra tendencia representada por la mayor parte de los matemáticos franceses ,los holandeses, los polacos y el profesor suizo Ostrowski estima que hay problemas planteados en la actualidad, tales como: los estudios referentes al establecimiento de tablas matemáticas, la difusión de libros y revistas en particular las de origen ruso, la reanudación de revistas alemanas (en particular las de tipo bibliográfico) y la ayuda a los países devastados por la guerra, que exigen la constitución urgente de una unión, siquiera fuere provisional, de carácter internacional abierta a todas las naciones que se adhirieren en el momento de su constitución y a las que se adhiriesen posteriormente.

En lo que respecta a mi actuación como delegado de la U.M.A. dí opinión favorable a la creación inmediata de una Unión internacional, basándome en la necesidad de ayudar la difusión de libros y revistas que la guerra y sus consecuencias hacen muy difíciles en la actualidad.

Ante la imposibilidad de llegar a un acuerdo sobre la creación de la Unión, se levantó la sesión adoptándose únicamente dos proposiciones, una del profesor Whitney que dice: "los matemáticos aquí presentes estiman, a título privado, que la creación de una unión internacional de matemáticos es deseable" y la otra del profesor Bureau que previene la celebración de una nueva reunión en el mes de octubre del corriente año.

En resumen, puede considerarse que, aun cuando la reunión no alcanzó sus objetivos de echar las bases para la creación de una unión internacional, su realización no fué del todo inútil y es probable que dichos objetivos sean alcanzados en las próximas reuniones de octubre en París y de noviembre en México.

Manuel Balanzat

UNION MATEMATICA ARGENTINA

Reunión del 21 de agosto de 1947

El 21 de agosto de 1947, la Unión matemática Argentina realizó una reunión en homenaje del profesor de la Universidad de Chicago, Marshall H. Stone, quien, acompañado de su esposa, se trasladó de Río de Janeiro a Buenos Aires especialmente invitado por esta sociedad matemática.

Estando presentes los señores M. Cotlar, A. E. Sagastume Berra, A. Durañona y Vedia, J. C. Vignaux, B. Levi, E. H. Zarantonello, L. A. Santaló, P. E. Zadunaiski, R. Gans, A. A. Ricabarra, G. Turrin, H. Bosch, M. Valentinuzzi, R Scarfiello, J. B. Kervor, M. Bunge, A. Calderón, J. M. Goldschvartz, J. Banfi, J. Rey Pastor, E. Corominas, E. A. De Cesare, A. Cicchini, C. A. Trejo, Giambiagi, Dawson (h) y las señoritas J. M. Cardoso, M. J. Erramuspe y M. A. Ferrari, el presidente de la entidad, Dr. A. González Domínguez, pronunció algunas palabras sobre la personalidad del eminente matemático y se dió comienzo a las exposiciones científicas.

El señor Mischa Cotlar se ocupó de *Un método para obtener congruencias de números de Bernoulli,* dando a conocer algunos resultados de sus investigaciones, y el Prof. Ricardo Gans trató detalladamente *El teorema de reciprocidad en la Radiotecnia,* asunto de gran valor práctico. El Prof. Marshall H. Stone habló ampliamente sobre *El desarrollo de la Matemática en Estados Unidos,* destacando la importancia de las modernas máquinas calculadoras, de las que se ocupa intensamente von Neumann. Estos trabajos, estimulados por las necesidades de la reciente guerra, están resultando fructíferos tanto para la técnica como para las matemáticas puras, así como para la lógica, pues su mecanismo operatorio plantea problemas vinculados con esa disciplina. Se refirió asimismo a la labor de los topólogos, que hoy ocupan un lugar prominente en las actividades matemáticas de los Estados Unidos, y a los trabajos de aplicación fisiológica, debidos al conocido matemático Norbert Wiener. La guerra, dijo, dispersó a la gente, deprimió las tareas de investigación y provocó numerosos cambios en el personal científico de las universidades.

Terminada la sesión, se realizó una cena, de cuyo amable intercambio participaron el Prof. Stone y su esposa, las señoritas Repetto, Uranga, Fernández Long y Cardoso, las señoras González Domínguez, Y. Frenkel de Cotlar, Mazzolli de Mathov, Mossin Cottin de Lapzeson y los señores Santaló, Cotlar, De Cesare, Diharce, Valentinuzzi, Cicchini, Aguirre, Böhm, Ricabarra, Zarantonello, Scarfiello y Durañona y Vedia. Después de pronunciar algunas palabras este último, el Prof. Stone agradeció el homenaje, evidenciando, una vez más, su afabilidad y buen humor.

M. VALENTINUZZI

BIBLIOGRAFIA

A Collection of Papers in memory of Sir William Rowan Hamilton. Publicado por *Scripta Mathematica,* Yeshiva College, 82 páginas, 1945.

Se trata de la publicación nº 2 de la serie "The Scripta Mathematica Studies" y se debe a la colaboración de varios autores.

Después de una nota editorial y una fotografía de Hamilton con uno de sus hijos, se tiene un esbozo biográfico escrito por D. E. Smith, en que se destaca el prodigio de la mentalidad del creador de los cuaterniones, quien, cuando niño, leía latín, griego y hebreo y recitaba largos fragmentos de Dryden y Milton.

J. L. Synge se ocupa de "La vida y de los primeros trabajos de Sir William Rowan Hamilton" en casi doce interesantes páginas. Para Hamilton, la óptica y la dinámica son dos aspectos del cálculo de variaciones. Introducida la noción de función característica, Hamilton trató de lograr todas las propiedades de las extremales a partir de ella. Demostró, además, que esa función, tanto en dinámica como en óptica, satisface dos ecuaciones diferenciales, de modo que el problema de resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias de la dinámica se convierte en el de la resolución de dos ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. En esas investigaciones se originaron los trabajos de Jacobi sobre dinámica y la teoría de las transformaciones de contacto infinitesimales.

A continuación C. C. Mac Duffee trata, en un ensayo titulado "Lo que le debe el álgebra a Hamilton", sus intentos de fundar la teoría del álgebra en el continuo temporal, sus trabajos sobre números complejos y la creación de la teoría de los cuaterniones, teoría de la cual contiene el libro una exposición elemental debida a F. D. Murnaghan ("An elementary presentation of the theory of quaternions").

La colección contiene un estudio de H. Bateman sobre "La obra de Hamilton en dinámica y su influencia en el pensamiento moderno", en que se ocupa del "principio de Hamilton", de las ecuaciones canónicas y de la ecuación de Hamilton-Jacobi. Acompañan a este trabajo ciento seis útiles citas bibliográficas.

Se cierra la colección con un estudio de Vladimir Karapetoff titulado "La constancia de la velocidad de la luz", en que se propone demostrar que esa propiedad de la luz puede ser directamente deducida de ciertas propiedades diferenciales de un espacio representativo de cuatro dimensiones.

Este libro contiene, además, una composición poética de Hamilton, una opinión de Edwin B. Wilson sobre la obra de Hamilton en mecánica y otros datos, algunos biográficos, que contribuyen al conocimiento del insigne matemático.

PEDRO PI CALLEJA, *Introducción al álgebra vectorial*. Buenos Aires, 1945. Un volumen de 137 páginas.

Se trata de una publicación de la Universidad de Cuyo, en la cual profesa el autor. Un acápite de Bertrand Russell (*La abstracción, aunque difícil, es la fuente del poder técnico*) y un prólogo de J. Rey Pastor abren el libro. Se compone de seis capítulos que tratan, sucesivamente, los siguientes temas: *Concepto de vector, Producto interno o escalar, Area y volumen, Producto externo o vectorial, Los espacios lineales y las multiplicidades vectoriales en el estudio de las magnitudes físicas, Tensores.*

Hay bibliografía amplia y útil.

PEDRO PI CALLEJA, *La proyección conforme cilíndrica transversa de Lambert como introducción a las coordenadas de Gauss - Krüger*. Centro Estudiantes de Ingeniería de San Juan, Argentina, 1946.

Se trata de un trabajo didáctico. Expone el concepto geométrico de representación analítica cartográfica y las superficies definidas en forma paramétrica, ocupándose de las coordenadas curvilíneas. Estudia la proyección conforme cilíndrica transversa de Lambert, apropiada para representar territorios extendidos en la dirección norte-sud, y las representaciones geodésicas, refiriéndose a la elipse indicatriz de Tissot. Trata de la caracterización de las representaciones, da ejemplos, expone fórmulas generales de las representaciones conformes, dedicándose, finalmente, a la representación de Gauss - Krüger.

PAUL MONTEL, *Selecta. Cinquantanaire Scientifique (1897 - 1947).* Gauthier - Villars, París, 1947.

Se trata de una hermosa publicación en honor de Montel que contiene algunas de sus propias publicaciones y trabajos de H. Milloux, G. Valiron, J. Dufresnoy, M. Biernacki y A. Marchand. Los títulos se refieren a las familias normales de funciones analíticas, las familias cuasinormales, los valores algébricos de una función entera o meromorfa, las familias complejas, las funciones uni y multivalentes, la integral superior y la integral inferior de una ecuación diferencial, los polinomios de aproximación, los módulos de los ceros de los polinomios, la geometría finita, la vida de E. Picard y la vida de E. Lebesgue. Hay una lista cronológica de los trabajos de Montel.

Jubilé Scientifique de M. Paul Montel. Gauthier - Villars. París, 1947.

El 18 de marzo de 1947 se celebró en la Sorbona el jubileo de Paul Montel, matemático que ha dictado cursos en nuestro país. Esta publicación contiene las alocuciones de Gustave Roussy, Jean Cabannes, Louis de Broglie, del general Brisac, de Paul Tournon, Mme. Prenant, Albert Chatelet, Charles de La Vallée - Poussin, M. S. Stoïlow, M. Sz. Mandelbrojt, Emile Borel y las palabras pronunciadas por Montel en esa ocasión. Hay otros datos vinculados al acontecimiento: telegramas, adhesiones, etc.

NICOLÁS RASHEVSKY, *Progreso y aplicaciones de la Biología Matemática.* Espasa - Calpe Argentina, Buenos Aires - Méjico, 1947. Un volumen de 277 páginas.

Está en circulación la edición castellana de la obra "Advances and applications of Mathematical Biology", a la que se ha agregado tres apéndices de actualización. N. Rashevsky es profesor de biofísica matemática en la Universidad de Chicago y ha logrado formar escuela dentro de esta disciplina. En este libro recurre a métodos matemáticos más sencillos que los empleados en otras de sus publicaciones y abunda en datos y verificaciones experimentales. Se ocupa de los fenómenos de difusión en las células, del crecimiento celular, de la división celular, de la excitación de los nervios, de las estructuras neurológicas, de ciertas cuestiones de psicofísica, etc.

DAVID EUGENE SMITH, *The poetry of mathematics and other essays (La poesía de la matemática y otros ensayos). Scripta Mathematica,* New York, 1947. Un volumen de 90 páginas.

Se trata de un librito cuyo contenido es el siguiente: *La poesía de la matemática, La religión del matemático, Thomas Jefferson y la matemática y Gaspar Monge como político.* Son artículos, intactos o modificación, ya aparecidos en revistas especializadas, pero que no son precisamente matemáticos, sino que tratan asuntos colaterales de la matemática. Resultan útiles al hombre culto, al especialista y al profesor.

CASSIUS JACKSON KEYSER, *Mathematics as a culture clue and other essays (El valor cultural de la matemática y otros ensayos)*. *Scripta Mathematica*, New York, 1947. Un volumen de 277 páginas.

Este libro constituye el primer volumen de la colección de trabajos de C. J. Keyser. Su contenido es variado: *El sentido de la matemática, La importancia de la matemática, El valor cultural de la matemática, La enseñanza impartida por los sabios a los profanos, La naturaleza de la función doctrinaria y su papel en el pensamiento racional, La matemática y la semántica, Vistazo a algunas ideas de Charles Sanders Peirce, William Benjamín Smith, La matemática y la danza de la vida, Tres grandes sinónimos: relación, transformación, función, Vilfredo Federico Dámaso Pareto: matemático, economista y sociólogo* y *Pantética*.

Lleva una fotografía de Keyser y tres de Peirce.

A. LICHNEROWICZ, *Algèbre et analyse linéaires*. Masson et Cie. París, 1947. Un volumen de 316 páginas.

El autor es profesor en Estrasburgo. El libro, cuya idea primera se debe a Georges Bruhat, muerto por Francia en 1944, integra la *Colección de obras de matemáticas para físicos publicada bajo la dirección de G. Darmois*. La exposición está dividida en dos partes: la primera se ocupa de álgebra lineal y abarca, en cuatro capítulos, *las ecuaciones lineales, el espacio euclídeo y hermítico, el álgebra de las matrices y las formas y el álgebra tensorial y el álgebra exterior*; la segunda trata, también en cuatro capítulos, el análisis lineal: *formas diferenciales exteriores, integrales múltiples y fórmula de Stokes, desarrollos en series de funciones arbitrarias, nociones sobre los operadores lineales funcionales y ecuaciones integrales*.

M. VALENTINUZZI

PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

Vol. I (1936-1937), Vol. II (1938-1939), Vol. VII (1940-1941), Vol. VIII (1942), Vol. IX (1943), Vol. X (1944-1945), Vol. XI (1945-1946), Vol. XII (1946-1947)

Notas y memorias de J. BABINI, M. BALANZAT, J. BALSEIRO, J. BARRAL SOUTO, A. BATTIG, G. BECK, C. BIGGERI, G. BIRKHOFF, U. BROGGI, C. A. BULA, M. BUNGE, H. E. CALCAGNO, F. CERNUSCHI, A. W. CONWAY, E. COROMINAS, C. CRESPO, E. A. DE CESARE, J. DE CICCO, J. A. DEL PERAL, J. FAVET, E. FERRARI, V. y A. FRAILE, Y. FRENKEL, R. FRUCHT, E. GASPAR, E. GAVIOLA, A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, A. J. GUARNIERI, J. E. HERRERA, E. KASNER, G. KNIE, N. KRIVOSHEIN, T. LEVI-CIVITA, W. LUYTEN, W. MÄCHLER, J. L. MASSERA, L. NACHBIN, M. PETROVICH, M. M. PEIXOTTO, A. PETRACCA, E. R. RAIMONDI, J. J. REBELLA, J. REY PASTOR, S. RÍOS, P. ROSSELL SOLER, M. SADOSKY, R. SAN JUAN, L. A. SANTALÓ, M. SCHÖNBERG, S. SISPANOV, A. TERRACINI, P. THUILLEN, F. TORANZOS, J. V. USPENSKY, G. VALIRON, G. WATAGHIN, J. WÜRSCHMIDT.

Informes de las reuniones de la Asociación Física Argentina.

Soluciones de temas propuestos. Bibliografía, Crónica, etc.

Vol. III (1938-1939). Vol. IV (1939). Vol. V (1940). Vol. VI (1940-1942).

Fascículos separados

Nº 1. GINO LORIA. *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina.* — Nº 2. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre las series de funciones de Hermite.* — Nº 3. MICHEL PETROVICH. *Remarques arithmétiques sur une équation differentielle du premier ordre.* — Nº 4. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace.* — Nº 5. NIKOLA OBRECHKOFF. *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes.* — Nº 6. RICARDO SAN JUAN. *Derivación e integración de series asintóticas.* — Nº 7. Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri. — Nº 8. F. AMODEO. *Origen y desarrollo de la Geometría Proyectiva.* — 9. CLOTILDE A. BULA. *Teoría y cálculo de los momentos dobles.* — Nº 10. CLOTILDE A. BULA. *Cálculo de superficies de frecuencia.* — Nº 11. R. FRUCHT. *Zur Geometria auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida).* — Nº 12. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux.* — Nº 13. E. TORANZOS. *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan.* — Nº 14. M. BALANZAT. *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos.* — Nº 15. G. KNIE. *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista.* — Nº 16. A. TERRACINI. *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas.* — Nº 17. L. A. SANTALÓ. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por n rectas arbitrarias.* — Nº 18. A. WINTNER. *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades).* — Nº 19. E. FERRARI. *Sobre la paradoja de Bertrand.* — Nº 20. J. BABINI. *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre.* — Nº 21. R. SAN JUAN. *Un algoritmo de sumación de series divergentes.* — Nº 22. A. TERRACINI. *Sobre algunos lugares geométricos.* — Nº 23. V. y A. FRAILE y C. CRESPO. *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano.* — Nº 24. R. FRUCHT. *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes.* — Nº 25. E. R. RAIMONDI. *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos.*

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Vol. I; Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo.* Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico.* Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito.* Nº 4. — JULIO REY PASTOR, *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones.* Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF.

Vol. II; Nº 1. — YANNY FRENKEL, *Criterios de bicompacidad y de H-completidad de un espacio topológico accesible de Frechet-Riesz.* Nº 2. — GEORGES VALIRON, *Fonctions entières.*

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea matemática.*

SUMARIO