

REVISTA
DE LA
UNION MATEMATICA ARGENTINA
(MIEMBRO DEL PATRONATO DE LA MATHEMATICAL REVIEWS)
Y DE LA
ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Director: José Babini

Redactores de la U. M. A.: Julio Rey Pastor, Luis A. Santaló, Mischa Cotlar

Redactores de la A. F. A.: Enrique Gaviola, Ricardo Gans,

Guido Beck, Rodolfo Busch



S U M A R I O

Método de las coincidencias. Su aplicación al estudio de esquemas de desintegración beta, por C. A. MALLMANN	3
Espectrómetro beta doble de coincidencias (Teoría), por C. A. MALLMANN	10
<i>Crónica.</i> Congreso Internacional de matemáticos 1954. La publicación de las obras completas de E. Cartan	35
<i>Asociación Física Argentina XX Reunión.</i> Programa y resúmenes de las comunicaciones	37
Sesiones científicas de la Unión Matemática Argentina	43
<i>Bibliografía.</i> Deuxième Colloque de Géométrie Algébrique (L. A. Santaló). L. Godeaux y O. Rozet, Leçons de Géométrie Projective (L. A. Santaló). M. Sadosky, Cálculo numérico y gráfico (E. M. Machado) ..	46



BUENOS AIRES
1953

UNION MATEMATICA ARGENTINA

La U. M. A. reconoce cuatro categorías de miembros: honorarios, protectores, titulares y adherentes. El miembro protector paga una cuota anual de 200 \$, por lo menos; el titular una cuota anual de 120 \$; y el adherente (estudiantes solamente) una cuota anual de 40 \$. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio libre de gastos, a la orden de la Tesorera. Prof. Clotilde A. Bula, Piedras 325. Capital Federal.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la *Mathematical Reviews* (sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a esa importante revista de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el precio de suscripción que es de 20 dólares por año. Los socios de la U. M. A. pagarán por tanto sólo 10 dólares por año.

Los autores de trabajos reciben gratuitamente una tirada aparte de 50 ejemplares. Las correcciones extraordinarias de pruebas, son por cuenta de los autores.

JUNTA DIRECTIVA

Presidente, César Trejo.

Vicepresidentes, Alberto González Domínguez, Manuel Balanzat. Secretario general, Pedro Pi Calleja. Secretarios locales, María Josefina Erramuspe (B. Aires), E. Gaspar (Rosario), Susana Fernández Long (Bahía Blanca), I. C. Guglielmo (Tucumán), Sergio Sispanov (San Juan), J. de Dios Olivieri (Santa Fe), Modesto González (San Luis), Yanny Frenkel (Mendoza), Roberto Oviero (Salta). Tesorero, Clotilde A. Bula, Protesorero, Emilio Roxin, Director de Publicaciones, J. Babini.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

La A. F. A., asociación privada de investigadores, profesores y estudiantes de física y de astronomía, tiene por objeto fomentar el progreso de la enseñanza de dichas materias por medio de reuniones científicas periódicas y de la publicación de trabajos originales.

Podrán ingresar como socios activos quienes hayan efectuado investigaciones originales; pueden ser socios adherentes los profesores que no cumplan este requisito; y socios estudiantes los que hayan aprobado el primer año de estudios de física o de astronomía.

Las solicitudes de ingreso, que deberán llevar la firma de dos socios activos o adherentes, habrán de dirigirse al secretario local que corresponda. Los socios activos abonarán una cuota mensual de 12 \$, los adherentes de 8 \$ y los estudiantes de 5 \$. En estas cuotas están incluidas las suscripciones al órgano de la A. F. A. y a la revista "Ciencia e Investigación".

Los manuscritos destinados a la publicación y la correspondencia administrativa deberán enviarse al delegado de la A. F. A., Rodolfo H. Busch, L. Martínez 71, Martínez (Pcia. de Bs. Aires).

Para la redacción y presentación de los trabajos se agradecerá se tengan en cuenta las *Normas generales* distribuidas con esta revista en 1945.

COMISION DIRECTIVA

Presidente: Enrique Gaviola

Tesorera: Estrella Mazzoli de Mathov, San Juan 1931, Buenos Aires.

Secretarios locales: Ernesto E. Galloni, Buenos Aires, Yermal 1763.

Ricardo Platzeck, Córdoba, Observatorio Astronómico.

Jorge Bertomen (Eva Perón)

Director de Publicaciones: José A. Balseiro.

Abonnement annuel à l'étranger: 5.00 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifiques, administrative et les échanges à l'adresse ci-dessous:

REVISTA DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA
Casilla de Correo 3588
Buenos Aires (Argentina)

REVISTA
DE LA
UNION MATEMATICA ARGENTINA
(MIEMBRO DEL PATRONATO DE LA MATHEMATICAL REVIEWS)
Y DE LA
ASOCIACION FISICA ARGENTINA

VOLUMEN XVI
1953

BUENOS AIRES
1953



MÉTODOS DE LAS COINCIDENCIAS SU APLICACIÓN AL ESTUDIO DE ESQUEMAS DE DESINTEGRACIÓN BETA

por CARLOS ALBERTO MALLMANN

De la Comisión Nacional de la Energía Atómica

Recibido el 6 de Mayo de 1953

SUMMARY

The possibilities of the coincidence method using coincidence beta ray spectrometers for the investigation of desintegration schemes of beta emitters are given.

It is proved that the experimental set up must fulfill the following conditions:

- A) The coincidence beta ray spectrometers must have
 - a) Independent energy measurement in the counter-spectrometer systems.
 - b) Big gathering power and good resolving power in the counter-spectrometer systems.
 - c) The possibility of reducing to a negligible value with absorbing materials, the counts produced by gamma rays.
 - d) An optimum location of the counters to make negligible the cosmic rays coincidence counts.
 - e) The counter outside of the magnetic field.
 - f) The possibility of observing angular correlation.
- B) The coincidence equipment must have the resolving time as small as possible.
- C) The radioactive specimen must have optimum intensity.

1. *Introducción.*

Se desea analizar un esquema de desintegración beta cualquiera, sea simple o complejo.

La dificultad de realizar esto consiste en que, al superponerse los distintos espectros beta parciales, en el espectro resultante es imposible distinguir los electrones que pertenecen a uno o a otro espectro (por tener las mismas propiedades).

La única característica que diferencia los unos respecto de los otros es que las energías de los rayos gamma emitidos en

correlación temporal con ellos, son distintas. Por lo tanto, si se logra separar los rayos gamma entre sí y luego se observa la correspondencia temporal entre uno de ellos y el espectro continuo, se detectarán solo los electrones pertenecientes al espectro parcial temporalmente relacionado al rayo gamma considerado.

El método de las coincidencias introducido por Bothe y aplicado por Bothe y v. Bayer⁽¹⁾ a experiencias en física nuclear, permite observar tales correspondencias temporales.

Los rayos gamma se pueden separar de acuerdo a sus energías recurriendo a los fenómenos fotoeléctricos (conversión interna y externa) y mediante el uso de un espectrómetro beta. El espectro de los fotoelectrones es discreto, la energía de los mismos difiere en una constante de la de los rayos gamma correspondientes.

Por lo tanto uno de los métodos que permite analizar un espectro beta cualquiera es el de observar las coincidencias entre las líneas del espectro (electrones de conversión interna) y los electrones del espectro continuo. Esta idea fué sugerida por Feather⁽²⁾ y para realizarla es necesario observar las coincidencias entre un detector que recorre el fondo continuo del espectro y otro que observa una línea del mismo. Llamaremos espectrómetros beta de coincidencias a los espectrómetros beta que permitan realizar esta experiencia.

Feather et al.⁽³⁾, fueron los primeros en construir un espectrómetro beta de coincidencias. Los clasificaremos en:

A) *Simples*: que son los que con dos detectores colocados en un mismo espectrómetro beta, observan simultánea e independientemente el espectro beta de una misma muestra radioactiva. Instrumentos de este tipo han sido construidos por Fowler et al.⁽⁴⁾ y por Katz et al.⁽⁵⁾.

B) *Dobles*: que son los que en dos espectrómetros beta observan simultánea e independientemente el espectro de una misma muestra radioactiva. Los instrumentos de Feather et al.⁽³⁾, Groshev et al.⁽⁶⁾ y Bell et al.⁽⁷⁾ son dobles. Aún no se han propuesto espectrómetros beta de coincidencias compuestos por dos espectrómetros beta con distintos principios de focalización.

Para estudiar con más detalle los esquemas de desintegración

K. Siegbahn⁽⁸⁾ ha construido un espectrogoniómetro beta de coincidencias. Consiste en un espectrómetro beta de coincidencias doble compuesto por dos espectrómetros de lente, uno de los cuales se puede girar. Puede de esta manera observarse la correlación angular entre las radiaciones emitidas por la muestra.

En lo que sigue se analizan las propiedades que deben tener el espectrómetro beta de coincidencias, el equipo de coincidencias y la muestra radioactiva para obtener óptimos resultados en el análisis de esquemas de desintegración beta. Feather⁽²⁾ ha hecho esto en el caso particular de su instrumento.

Después, damos un análisis de las posibilidades de este método.

2. *Condiciones que deben cumplir los espectrómetros de coincidencias, los equipos de coincidencias y las fuentes radioactivas.*

Se quiere analizar un esquema de desintegración beta como el de la figura (1). Este es lo suficientemente general como para deducir las condiciones que deben cumplir los dispositivos experimentales.

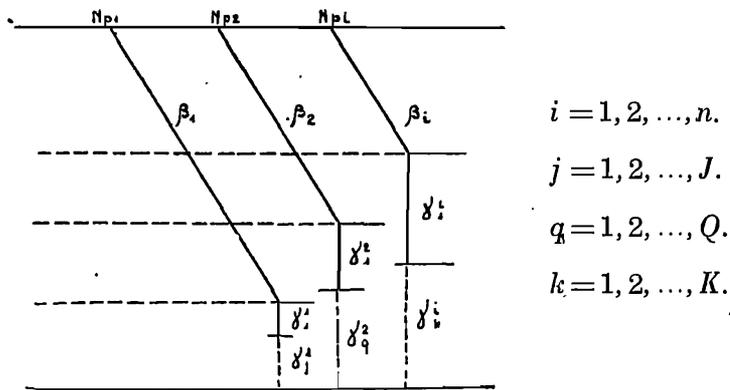


FIG. 1
Espectro beta a investigar

En la figura (1) se ha adoptado la siguiente nomenclatura:
 N_{p_i} es la intensidad del i -ésimo espectro beta parcial.
 γ_k^i es el k -ésimo rayo gamma que sigue al i -ésimo espectro beta parcial.

Si llamamos G_I al detector del espectrómetro beta de coincidencias que observa el fondo continuo del espectro beta, el número N_I de descargas que se producen en él por unidad de tiempo, es

$$N_I = N_{I\beta} + N_{I\gamma} + N_{Ic}$$

donde $N_{I\beta}$; $N_{I\gamma}$ y N_{Ic} son los números de descargas por unidad de tiempo en G_I debidas a electrones del espectro continuo, a rayos gamma y a rayos cósmicos respectivamente.

Si G_{II} es el detector del espectrómetro beta de coincidencias que observa una línea del espectro, el número N_{II} de descargas por unidad de tiempo observadas en él es

$$N_{II} = N_{II\beta} + N_{IIe-} + N_{II\gamma} + N_c$$

donde $N_{II\beta}$; $N_{II\gamma}$ y N_{IIe-} tienen el mismo significado de $N_{I\beta}$; $N_{I\gamma}$ y N_{Ic} pero para G_{II} y N_{IIe-} es el número de descargas por unidad de tiempo producidas por la línea del espectro en G_{II} .

El número C de coincidencias por unidad de tiempo es

$$C = (C_{\beta e-})_{ik} + C_{cc} + C_{ca} + C_{\gamma\gamma}$$

donde $(C_{\beta e-})_{ik}$; C_{cc} y $C_{\gamma\gamma}$ son los números de coincidencias por unidad de tiempo producidas por electrones del i -ésimo espectro beta parcial con electrones de conversión interna correspondientes al k -ésimo rayo gamma que sigue al i -ésimo espectro beta parcial, por rayos cósmicos y por rayos gamma respectivamente. C_{ca} es el número de coincidencias casuales por unidad de tiempo.

Deseamos observar $(C_{\beta e-})_{ik}$ por lo tanto todos los demás sumandos deben de ser lo más pequeños posibles para reducir el error estadístico medio.

a) C_{cc} se puede reducir colocando los detectores G_I y G_{II} en una posición relativa tal, que la probabilidad de observar una coincidencia debida a un rayo o una lluvia cósmica sea pequeña.

b) $C_{\gamma\gamma}$ se reduce, reduciendo las N_γ , y esto se logra intercalando suficiente absorbente entre la fuente radioactiva y los detectores.

c) C_{ca} es igual a $2N_I N_{II} \tau$, donde τ es el tiempo de re-

solución del equipo de coincidencias. Por lo tanto puede reducirse disminuyendo N_I ; N_{II} y τ . Un análisis más profundo del problema nos dice en que medida conviene reducirlos.

De lo anterior se deduce que podemos despreciar C_{cc} , $C_{\gamma\gamma}$ y N_γ siempre que el sistema espectrómetro-detector cumpla las condiciones pedidas. N_c se reduce reduciendo el tamaño del detector. También se puede despreciar.

Por lo tanto

$$N_I = N_{I\beta} = N_{\omega I} \Delta E_I \sum_{i=1}^n p_i F_i(E_I) \quad (1)$$

donde $F_i(E)$ es la función de distribución de intensidades del i -ésimo espectro beta parcial, ω_I es el poder colector del sistema espectrómetro-detector G_I y ΔE_I es el intervalo de energías que se observan en el sistema espectrómetro-detector G_I . Está dado por $\Delta E_I = \frac{E_I}{P_I}$ donde P_I es el poder resolutor.

Además es

$$N_{II} = N_{II\beta} + N_{IIe-} = N_{\omega II} \Delta E_{II} \sum_{i=1}^n p_i F_i(E_{II}) + N p_{II} \omega_{II} \varepsilon_1^1 f \gamma_1^1 \quad (2)$$

donde ε_1^1 es un coeficiente que multiplicado por el coeficiente de conversión interna $f \gamma_1^1$ y por $N p \omega_{II}$ da el número N_{IIe-} de electrones de conversión interna observado por unidad de tiempo en G_{II} . El otro sumando es $N_{II\beta}$ y se obtiene en forma análoga a $N_{I\beta}$.

El número de coincidencias $(C_{\beta e-})_1^1$ es

$$(C_{\beta e-})_1^1 = N p_I \omega_I \omega_{II} \Delta E_I F_1(E_I) \varepsilon_1^1 f \gamma_1^1 \quad (3)$$

y la relación $(C_{\beta e-})_1^1 / C_{ca}$ es

$$\frac{(C_{\beta e-})_1^1}{C_{ca}} = \frac{1}{2N\tau} \cdot \frac{p_I F_1(E_I)}{\sum_{i=1}^n p_i F_i(E_I)} \cdot \frac{\varepsilon_1^1 f \gamma_1^1}{\Delta E_{II} \sum_{i=1}^n p_i F_i(E_{II}) + p_{II} \varepsilon_1^1 f \gamma_1^1} \quad (4)$$

$(C_{\beta e-})_1^1$ y la relación $(C_{\beta e-})_1^1 / C_{ca}$ deben ser lo más grandes posibles para reducir el error estadístico medio. Por lo tanto es necesario que:

- a) los sistemas espectrómetros-detector tengan poder colector ω_I y ω_{II} grande, poder resolutor bueno y flexibilidad en el ajuste de estos al valor indicado para la experiencia a realizar.
- b) el equipo de coincidencias tenga τ lo más chico posible.
- c) la fuente radioactiva tenga una intensidad N tal que no sea «demasiado chico» (3) ni (4). El significado cuantitativo de «demasiado chico» recién se puede dar en un caso particular.

Resumiendo, se puede afirmar que:

- A) los espectrómetros de coincidencias deben ser tales que:
 - 1) haya independencia en la observación de las energías en G_I y G_{II} .
 - 2) los sistemas espectrómetros-detector tengan gran poder colector, buen poder resolutor y flexibilidad en el ajuste de estos.
 - 3) exista la posibilidad de intercalar suficiente material absorbente entre la fuente radioactiva y los detectores.
 - 4) sea pequeño el número de coincidencias cósmicas.
 - 5) tengan el detector fuera del campo-magnético (utilización de contadores a escintilaciones).
 - 6) permitan la observación de correlaciones angulares.
 - B) el equipo de coincidencias debe tener tiempo de resolución τ lo más pequeño posible.
 - C) la fuente radioactiva debe ser de actividad óptima.
- Cumplidos estos requisitos, en cada caso particular habrá que hacer un análisis cuantitativo de los resultados obtenibles. Este se hace a base de las fórmulas anteriores.

3. Posibilidades del método.

Se ha visto que si el detector G_I recorre el fondo continuo del espectro y el G_{II} está observando una línea del espectro (por ejemplo la correspondiente al rayo γ_1^1) el número de coincidencias $(C_{\beta e-})_1^1$ observadas, está dado por (3). Este es directamente proporcional a la función $F_1(E_1)$ correspondiente al espectro parcial β_1 . Si G_{II} observa otra línea, que sigue al mismo espectro parcial, se obtiene nuevamente $(C_{\beta e-})_j^1$ proporcional a $F_1(E_1)$. En cambio si observa una línea perteneciente al espectro β_i se obtiene un $(C_{\beta e-})_k^i$ proporcional al $F_i(E_1)$.

Se ve entonces, que de esta manera pueden obtenerse algunos espectros parciales con sus características y determinar

cuáles son los rayos gamma que los siguen. Algunos, por que habrá espectros parciales cuya intensidad relativa y de líneas de conversión interna sea demasiado pequeña para ser observada con el sistema espectrómetro-equipo de coincidencias utilizado. Es por esta causa que es de importancia el cumplimiento de todas las condiciones mencionadas en el inciso anterior.

De (3) se deduce que

$$\frac{(C_{\beta e-})_1^1}{(C_{\beta e-})_2^1} = \frac{\varepsilon_1^1 f \gamma_1^1}{\varepsilon_2^1 f \gamma_2^1}.$$

Esta relación es de interés, puesto que si se conocen ε_1^1 y ε_2^1 queda determinada la relación $f \gamma_1^1 / f \gamma_2^1$.

Si ahora, a N_{II} le restamos el fondo continuo obtenemos

$$N_{II} - F_c = N p_1 \omega_{II} \varepsilon^i_k f \gamma^i_k$$

y por lo tanto

$$\frac{(C_{\beta e-})^i_k}{N_{II} - F_c} = R_i = \omega_1 \Delta E_1 F_i(E_1)$$

que debe ser igual para todo k . Resulta además

$$\frac{R_i}{R_j} = \frac{F_i(E_1)}{F_j(E_1)}.$$

Se puede obtener muchas relaciones más del tipo de las anteriores, a partir de las cuales se pueden deducir otros datos. En la práctica, la obtención de estos datos estará supeditada a las condiciones experimentales. Pero, de todas maneras, es de interés conocer y tener presentes estas relaciones, puesto que habrá casos particulares en que encuentren aplicación.

Además de estas experiencias, se pueden estudiar mediante razonamientos análogos a los aquí desarrollados las experiencias de coincidencias entre fotoelectrones secundarios (conversión externa) y rayos beta del fondo continuo del espectro y las de fotoelectrones secundarios con fotoelectrones secundarios. Los resultados de este estudio son también de interés.

BIBLIOGRAFIA

- (1) W. BOTHE y H. v. BAYER, Göttinger Nachr. 1, 195, 1935.
- (2) N. FEATHER, Proc. Camb. Phil. Soc. 36, 224 (1940).
- (3) N. FEATHER, J. KYLES y R. W. PRINGLE, Proc. Phys. Soc. 61, 466 (1948).
- (4) C. FOWLER y R. SHREFFLER, Rev. Sc. Instr. 21, 740 (1950).
- (5) R. KATZ, R. D. HILL y M. GOLDBERGER, Phys. Rev. 78, 9 (1950).
- (6) L. V. GROSHV y L. YA SHAVTVALOV. Dokl. Akad. N. SSSR. 68, 2, 257 (1949).
- (7) R. E. BELL y R. L. GRAHAM Phys. Rev. 86, 212 (1952).
- (8) K. SIEGBAHN, Ark. f. Fysik, 4, 10 (1952).

ESPECTROMETRO BETA DOBLE DE COINCIDENCIAS

TEORIA

por CARLOS ALBERTO MALLMANN

De la Comisión Nacional de la Energía Atómica
(Recibido el 6 de mayo de 1953)

SUMMARY

The theory of a double magnetic beta coincidence spectrometer which fulfills the fundamental conditions for coincidence beta spectrometers is developed.

The magnetic field \vec{H} referred to cylindrical coordinates (z, r, Φ) is $H_z = H_r = 0$; $H_\Phi = A/r$ where A is a constant.

Each of the beta spectrometers components of the double beta coincidence spectrometer, has in theory a gathering power of 8 % of 4π and a base resolving power 100 if the diameter of the radioactive specimen is 0.6 cm. and the distance between source and focus is 54 cm.

§ 1. Introducción.

El análisis de las posibilidades del método de las coincidencias utilizando un espectrómetro beta de coincidencias⁽¹⁾, muestra que este instrumento debe cumplir las siguientes condiciones:

1) Independencia en la observación de las energías en los sistemas espectrómetro-detector.

2) Sistemas espectrómetro-detector con gran poder colector, buen poder resolutor y flexibilidad en el ajuste de estos.

3) Posibilidad de intercalar suficiente material absorbente entre la fuente radioactiva y los detectores para reducir a un

valor despreciable los impulsos producidos por los rayos gamma.

4) Colocación óptima de los detectores para hacer despreciable el número de coincidencias cósmicas.

5) Detector fuera del campo magnético.

6) Posibilidad de observar correlaciones angulares.

Fheather et. al. (5) fueron los primeros en construir un espectrómetro beta doble de coincidencias. Posteriormente se construyeron simples (2) (3) y dobles (4) (6) (7) (8) (9). Del estudio de estos distintos tipos de espectrómetros beta de coincidencias y de los espectrómetros beta aún no adaptados para su uso como de coincidencias resulta que el que mejor cumple las condiciones anteriores es el desarrollo por O. Kofoed-Hansen, J. Lindhard y O. B. Nielsen (10) adaptado a su uso como espectrómetro beta doble de coincidencias (11).

En lo que sigue se desarrolla la teoría de un instrumento de este tipo.

§ 2. Campo Magnético

En el tipo de espectrómetro beta considerado, las componentes del campo magnético \vec{H} referido a un sistema de coordenadas cilíndricas (z, r, ϕ) son

$$H_z=0; H_r=0; H_\phi = A/r. \quad (1)$$

Se logra un campo tal, con un electroimán de varias piezas polares como el de la figura (1).

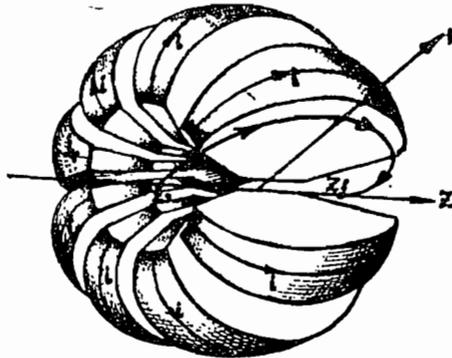


FIG. 1
Electroimán que permite producir el campo magnético (1)

El conjunto de las piezas polares constituye un toro seccionado cuyo eje de simetría cilíndrica es z . Cada pieza polar lleva un arrollamiento que resultaría, en el mismo similitud, un segmento del arrollamiento de un toro.

El campo magnético es nulo fuera del toro y varía según A/r en el interior del toro cuya sección, según un plano $\Phi = \text{cte.}$, puede elegirse arbitrariamente.

Se supone para lo que sigue que en la superficie límite del toro el campo magnético pasa en forma discontinua del valor A/r a cero: Esto equivale a desprestigiar las líneas de fuerza dispersas cuya influencia analizaremos en el § 12.

§ 3. Vector potencial magnético.

El vector potencial magnético \vec{A} cumple la relación

$$\text{rot } \vec{A} = \vec{H}. \quad (2)$$

Expresando esta condición en coordenadas cilíndricas y suponiendo $A_z = A_z(r)$; $A_r = 0$ y $A_\Phi = 0$ resulta

$$A_z(r) = A \ln r/b \quad (3)$$

donde b es una constante arbitraria.

El vector potencial magnético así deducido se puede utilizar sólo en el interior del toro y no en la superficie límite del mismo.

§ 4. Ecuaciones tridimensionales de las trayectorias de partículas cargadas.

H. O. W. Richardson⁽¹²⁾ estudió detenidamente las ecuaciones tridimensionales de las trayectorias de partículas cargadas en este campo magnético. Se dan a continuación los resultados obtenidos en dicho trabajo necesarios para el estudio de nuestro caso particular.

El Lagrangiano relativista para una partícula de masa en reposo m_0 y carga e , en unidades electromagnéticas, moviéndose con velocidad \vec{v} en un campo magnético de vector potencial magnético \vec{A} , es

$$L = m_0 c^2 (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + e(\vec{v} \cdot \vec{A}) \quad (4)$$

donde c = velocidad de la luz y $\beta = \frac{v}{c}$.

$v^2 = \dot{z}^2 + \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2$ es una constante del movimiento por que la fuerza de Lorentz es perpendicular a la velocidad (energía constante).

Reemplazando (3) en (4) resulta

$$L = m_0 c^2 (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + e A z \ln r/b. \quad (5)$$

De las ecuaciones de Lagrange se deduce

$$\dot{z} = \frac{Ae}{m} \ln r/a \quad (6)$$

si $r = a$ cuando $\dot{z} = 0$ y $m = m_0/\sqrt{1 - \beta^2}$

$$\ddot{r} = -\frac{Ae}{m} \frac{z}{r} + p_\phi^2/m^2 r^3 \quad (7)$$

y

$$p_\phi = \text{cte.} \quad (8)$$

Introduciendo (6) en (7) e integrando se obtiene

$$\dot{r} = v \sqrt{1 - \left(\frac{a_0}{r}\right)^2 - \left(\frac{\ln r/a}{K}\right)^2} \quad (9)$$

donde

$$K = -\frac{mv}{Ae} = -\frac{p}{Ae} = -\frac{(B\rho)}{A} \quad (10)$$

y

$$a_0 = \frac{p\phi}{p} \quad (11)$$

Se define ahora el ángulo ψ por

$$z/v = \cos \psi \quad (12)$$

que es el ángulo que forma el vector velocidad \vec{v} , con el eje de las z positivas. Se obtiene entonces

$$z = a K \int \frac{\cos \psi e^{-K \cos \psi}}{\sqrt{1 - \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 \frac{e^{2K \cos \psi}}{\text{sen}^2 \psi}}} d\psi + z_0 \quad (13)$$

$$r = a e^{-K \cos \psi} \quad (14)$$

$$\phi = \frac{a_0 K}{a} \int \frac{e^{K \cos \psi} d\psi}{\sqrt{1 - \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 \frac{e^{2K \cos \psi}}{\text{sen}^2 \psi}}} + \phi_0. \quad (15)$$

Estas son las ecuaciones buscadas.

§ 5. Trayectorias para partículas con $p_\phi = 0$.

Para partículas con $p_\phi = 0$ de (11) se deduce que $a_0 = 0$. Introduciendo ésta en (15) se obtiene

$$\phi = \phi_0 \quad (16)$$

que dice que la trayectoria es plana.

Reemplazando $a_0 = 0$ en (13) se obtiene una ecuación que junto con la (14) son las ecuaciones paramétricas de la trayectoria plana

$$r = a e^{-K \cos \psi} \quad (14)$$

$$z = a K \int \cos \psi e^{-K \cos \psi} d\psi + z_0. \quad (17)$$

Estas se transforman en ⁽¹⁰⁾

$$z = a K U(K; \psi) + z_0 \quad (18a)$$

$$r = a e^{-K \cos \psi} \quad (18b)$$

si se supone que $z = z_0$ para $\psi = \pi$ y se designa por $U(K; \psi)$ a

$$U(K; \psi) = \int_{\pi}^{\psi} \cos \psi e^{-K \cos \psi} d\psi. \quad (19)$$

La función $U(K; \psi)$ se puede obtener mediante un desarrollo en serie de funciones de Bessel ⁽¹⁰⁾

$$U(K; \psi) = iJ_1(iK) (\pi - \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (i)^{n-1} [J_{n-1}(iK) - J_{n+1}(iK)] \operatorname{sen} n \psi. \quad (20)$$

A partir de este desarrollo es fácil deducir que el movimiento es periódico en la dirección del eje z . Efectivamente

$$z(\psi + 2\pi) - z(\psi) = 2\pi a K i J_1(iK) \quad (21)$$

es el período puesto que para puntos sobre el eje z distantes en este valor, se repiten los mismos valores de r

$$r(\psi + 2\pi) - r(\psi) = 0. \quad (22)$$

Considerando sólo $0 \leq \psi \leq 2\pi$ se puede hacer un estudio completo de las trayectorias, puesto que para otros valores de ψ las propiedades se repetirán de acuerdo al período mencionado.

Los puntos característicos de éstas se dan en la Tabla (1) y se pueden observar en la Figura (2) que representa

ψ	(z	;	r)
0	($-i J_1(iK) a K \pi + z_0$;	$r_{\text{mínimo}} = a e^{-k}$)
$\pi/2$	($a K U(K; \pi/2) + z_0$;	a)
π	(z_0	;	$r_{\text{máximo}} = a e^k$)
$3/2 \pi$	($a K U(K; 3/2 \pi) + z_0$;	a)
2π	($i J_1(iK) a K \pi + z_0$;	$r_{\text{mínimo}} = a e^{-k}$)

TABLA 1
Puntos característicos de las trayectorias planas

una trayectoria cuyas constantes características son $K=0.6$; $z_0 = \Delta z_0$; $a=1$.

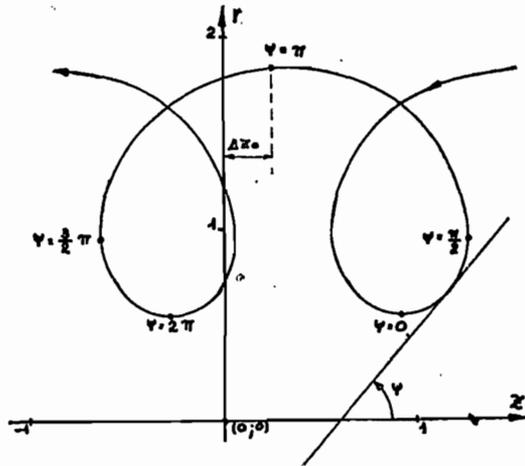


FIG. 2
Trayectoria con $K = 0.6$; $z_0 = \Delta z_0$ y $a = 1$.

De las (18) se deduce que:

I) para distintos valores de a , dejando K y z_0 constantes se obtiene una familia monoparamétrica de trayectorias homeomorfas respecto del punto $(z_0; 0)$. En efecto

$$\frac{\sqrt{r_1^2(\psi) + [z_1(\psi) - z_0]^2}}{\sqrt{r_2^2(\psi) + [z_2(\psi) - z_0]^2}} = \frac{a_1}{a_2} \quad (23)$$

donde $(z_1(\psi); r_1(\psi))$ es un punto de la trayectoria definida por los parámetros K ; $a=a_1$; z_0 y $(z_2(\psi); r_2(\psi))$ es un punto de la trayectoria definida por los parámetros K ; $a=a_2$; z_0 .

A esta familia la llamaremos simétrica por que sus trayectorias tienen como eje de simetría a la recta $z=z_0$.

II) variando z_0 en Δz_0 y dejando K y a constantes toda la trayectoria se desplaza paralelamente al eje z en Δz_0 .

III) al variar K y dejar a y z_0 constantes varía la forma de la trayectoria.

La familia menoparamétrica más general de trayectorias de igual forma ($K=\text{cte.}$) está dada por

$$z = a K U(K; \psi) + z_0(a) \quad (24)$$

$$r = a e^{-K \cos \psi} \quad (25)$$

donde z_0 varía en función de a . A ésta la llamaremos asimétrica por no gozar de las propiedades de simetría de la familia con K , z_0 constantes y a variable.

Las familias con K constante son las más importantes puesto que corresponden al caso de un cierto campo magnético actuando sobre partículas de igual impulso pero distintas condiciones iniciales. Son estas las que interesa enfocar.

Por esta razón, en lo que sigue se considera K constante.

§ 6. Familia de trayectorias para partículas monoenergéticas emitidas por una fuente puntual ubicada en $(z_s; 0)$.

La sección arbitraria del toro cuyos segmentos forman las piezas polares del electroimán, con planos $\Phi = \text{cte.}$ determina en ellos la zona en que el campo magnético varía según A/r y la zona en que es nulo.

Toda partícula emitida por la fuente puntual ubicada en $(z_s; 0)$ describirá una trayectoria rectilínea hasta entrar al campo magnético.

Si la *curva limite* de la sección del toro (ver Fig. (3)) se da en función del parámetro ψ_s por

$$z_{ls} = z_s + r_{ls}(\psi_s) \operatorname{ctg} \psi_s \quad (26a)$$

$$r_{ls} = r_{ls}(\psi_s) \quad (26b)$$

el punto de *entrada* al campo magnético de una partícula cuyo ángulo de emisión es ψ_s , será $(z_{ls}(\psi_s); r_{ls}(\psi_s))$. Como además estas partículas tienen $p_\Phi = 0$ la trayectoria dentro del campo magnético continuará siendo plana y estará dada por las (18), siempre que se considere el punto y el ángulo bajo el cual entran al campo magnético. Estas dos condiciones determinan las trayectorias de las partículas en el campo magnético. En efecto, para ellas se debe de cumplir

$$z_{ls}(\psi_s) = a K U(K; \psi_s) + z_0 \quad (27a)$$

$$r_{ls}(\psi_s) = a e^{-K \cos \psi_s} \quad (27b)$$

De (27b) se deduce que

$$a = a(\psi_s) = r_{ls}(\psi_s) e^{K \cos \psi_s} \quad (28)$$

y de (27a) que

$$z_0 = z_{ls}(\psi_s) - a K U(K; \psi_s)$$

que tomando en cuenta las (26) y la (28) da

$$z_0 = z_0(\psi_s) = z_s + r_{ls}(\psi_s) \operatorname{ctg} \psi_s - r_{ls}(\psi_s) K e^{K \cos \psi_s} U(K; \psi_s). \quad (29)$$

Reemplazando (28) y (29) en las (18) se obtienen las ecuaciones de las trayectorias

$$z = z_{ls}(\psi_s) + r_{ls}(\psi_s) K e^{K \cos \psi_s} F_1(K; \psi; \psi_s) \quad (30a)$$

$$r = r_{ls}(\psi_s) e^{-K(\cos \psi - \cos \psi_s)} \quad (30b)$$

donde

$$F_1(K; \psi; \psi_s) = U(K; \psi) - U(K; \psi_s). \quad (31)$$

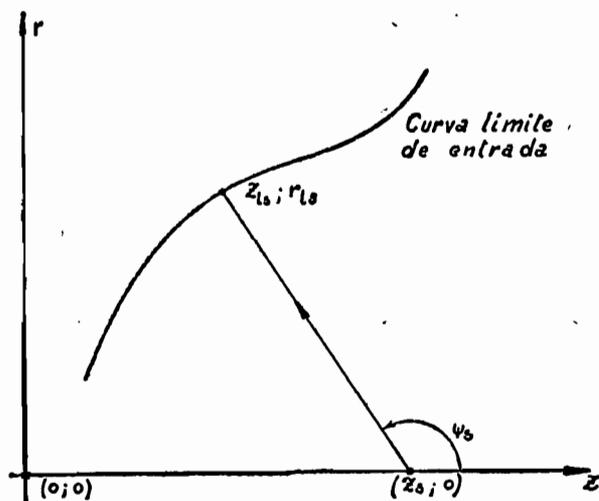


FIG. 3
Curva límite de entrada (arbitraria)

Las (30) dan, para K constante (energía de las partículas y campo magnético constantes) y distintos valores de ψ_s (diferentes ángulos de emisión) una familia de trayectoria que en general es asimétrica. Solo en el caso particular en que $z_0(\psi_s) = b_1 = \text{cte.}$ y por lo tanto que

$$r_{ls}(\psi_s) = \frac{z_s - b_1}{e^{K \cos \psi_s} KU(K; \psi_s) - \text{ctg } \psi_s} \quad (32)$$

la familia de trayectorias resulta simétrica.

§ 7. Enfoque.

Las partículas describirán las trayectorias dadas por las (30) hasta que salgan del campo magnético. Fuera de él, las trayectorias son rectilíneas y tangentes a las trayectorias (30) en los puntos de salida.

Para que haya enfoque todos los rayos emergentes deben de pasar por el foco $(z_f; 0)$, es decir, que la curva límite del campo magnético debe ser el lugar geométrico de los puntos de tangencia de las tangentes a las (30) trazadas desde $(z_f; 0)$. Nótese que la curva límite del campo magnético en los planos $\phi = \text{cte.}$ no queda definida solo por $(z_{ls}; r_{ls})$.

Si se llama ψ_f al ángulo entre la partícula emergente y el eje de las z positivas (ver Fig. 4) la condición anterior per-

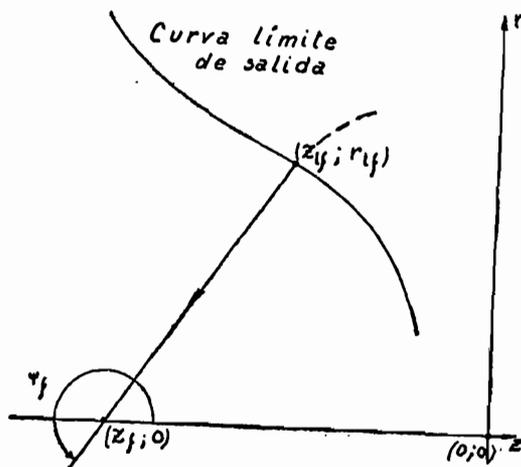


FIG. 4
Curva límite de salida (arbitraria)

mite representar a la *curva límite de salida* en función del parámetro ψ_f por

$$z_{lf} = z_{lf}(\psi_f) = z_f + r_{lf}(\psi_f) \operatorname{ctg} \psi_f \quad (33a)$$

$$r_{lf} = r_{lf}(\psi_f) \quad (33b)$$

y exige que

$$z_{lf}(\psi_f) = z_{ls}(\psi_s) + r_{ls}(\psi_s) K e^{K \cos \psi_s} F_1(K; \psi_f; \psi_s) \quad (34a)$$

$$r_{lf}(\psi_f) = r_{ls}(\psi_s) e^{-K(\cos \psi_f - \cos \psi_s)} \quad (34b)$$

De las (33a) y (34) se deduce la siguiente relación implícita entre ψ_s y ψ_f .

$$\operatorname{ctg} \psi_f e^{-K \cos \psi_f} - K U(K; \psi_f) = \operatorname{ctg} \psi_s e^{-K \cos \psi_s} - K U(K; \psi_s) + e^{-K \cos \psi_s} \frac{z_s - z_f}{r_{ls}(\psi_s)} \quad (35)$$

que según como sea la expresión de $r_{ls}(\psi_s)$ permite dar en forma explícita

$$\psi_f = \psi_f(\psi_s) \quad (36)$$

o calcularla en forma numérica.

En ambos casos se logra entonces obtener la curva límite de salida (z_{lf} ; r_{lf}) mediante las (34).

La curva límite de la sección del toro queda completada con:

I) la trayectoria dentro del campo magnético de las partículas cuyo ángulo de emisión, ψ_s , es el mínimo de los considerados.

II) la trayectoria dentro del campo magnético de las partículas cuyo ángulo de emisión, ψ_s , es el máximo de los considerados.

Evidentemente es importante que la curva límite de la sección del toro siga a la teórica en la parte de las curvas límites de entrada y salida, no lo es en sus dos otras partes, I) y II), siempre que la curva límite real deje a estas partes en su interior.

En la Figura (5) se da la curva límite de salida para el caso en que: $z_s = -z_f = 1$; $r_{l_s}(\psi_s) = z_s \text{ sen } \psi_s$; $K=1$ y $90^\circ \leq \psi_s \leq 180^\circ$.

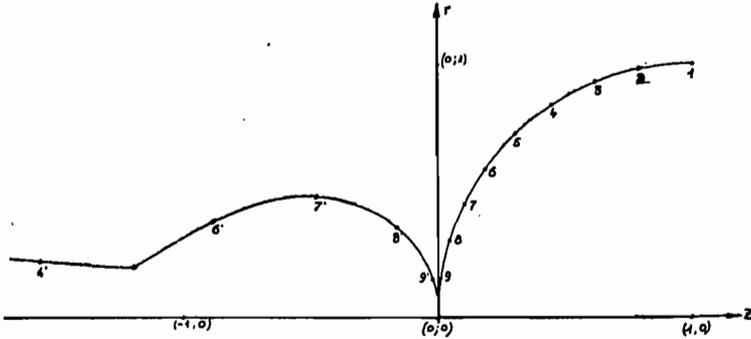


FIG. 5

Curva límite de salida para:
 $z_s = -z_f = 1$; $r_{l_s} = z_s \text{ sen } \psi_s$; $K = 1$
 y $90^\circ \leq \psi_s \leq 180^\circ$

§ 8. Formación de imagen

Se ha visto que la imagen de una fuente puntual $(z_s; 0)$ es el punto $(z_f; 0)$.

Falta ahora averiguar cual es la imagen de una fuente de dimensiones finitas. Para ello se dividen en dos grupos los rayos emitidos por ella:

- a) los que tienen $p_\phi = 0$
- b) los que tienen $p_\phi \neq 0$.

Los del grupo a), son los emitidos en un plano $\phi = \text{cte}$. En éste consideramos como puntos de emisión a los:

- I) $(z_s + \delta z_s; 0)$ y
- II) $(z_s; \delta r)$

puesto que conocida la imagen de éstos, es fácil hallar la de un punto genérico $(z_s + \delta z_s; \delta r)$ como veremos más adelante.

a) I) La partícula emitida en $(z_s + \delta z_s; 0)$ que entra al campo magnético en $(z_{l_s}; r_{l_s})$ forma un ángulo $\psi_s + \delta \psi_{sz}$ con el eje de las z positivas, siendo

$$\delta \psi_{sz} = \frac{\text{sen}^2 \psi_s}{r_{l_s}(\psi_s)} \cdot e^{-K(\cos \psi_f - \cos \psi_s)} \delta z_s \quad (37)$$

(ver Figura (6)).

Estas condiciones determinan la trayectoria posterior de la partícula. Se debe de cumplir:

$$z_{ls}(\psi_s) = (a + \delta a) K U(K; \psi_s + \delta \psi_{sz}) + z_0(a + \delta a) \quad (38a)$$

$$r_{ls}(\psi_s) = (a + \delta a) e^{-K \cos(\psi_s + \delta \psi_{sz})} \quad (38b)$$

que tomando en cuenta la (26a), permite deducir que

$$(a + \delta a) = r_{ls}(\psi_s) e^{K \cos(\psi_s + \delta \psi_{sz})}$$

y que

$$z_0(a + \delta a) = z_{ls}(\psi_s) - r_{ls}(\psi_s) e^{K \cos(\psi_s + \delta \psi_{sz})} K U(K; \psi_s + \delta \psi_{sz}).$$

Desarrollando en serie las expresiones en $(\psi_s + \delta \psi_{sz})$ y despreciando los términos de segundo y mayor grado en $\delta \psi_{sz}$, se obtienen las siguientes ecuaciones de las trayectorias

$$z_{\delta \psi_{sz}} = z_{ls}(\psi_s) + K r_{ls}(\psi_s) e^{K \cos \psi_s} [F_1(K; \psi; \psi_s) - K \operatorname{sen} \psi_s F_1(K; \psi; \psi_s) \delta \psi_{sz} - \cos \psi_s e^{-K \cos \psi_s} \delta \psi_{sz}] \quad (39a)$$

$$r_{\delta \psi_{sz}} = r_{ls}(\psi_s) e^{-K(\cos \psi - \cos \psi_s)} \cdot (1 - K \operatorname{sen} \psi_s \delta \psi_{sz}). \quad (39b)$$

Se trata ahora de encontrar el punto $(z_{lf} + \Delta z_{lf}; r_{lf} + \Delta r_{lf})$ en que esta trayectoria corta a la curva límite de salida y el ángulo de salida $\psi_f + \delta \psi_{fz}$ que forma con el eje de las z positivas (ver Figura (6)).

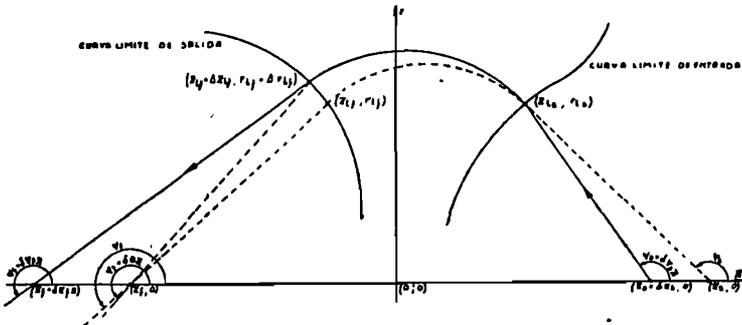


FIG. 6

Trayectoria de una partícula emitida en el plano r, z por el punto $(z_0 + \delta z_0; O)$. Las curvas límites y trayectorias son arbitrarias, no corresponden a un caso real

Δz_{l_f} y Δr_{l_f} se pueden expresar como incrementos tomados sobre la curva límite de salida

$$\Delta z_{l_f} = z_{l_f}(\psi_f) - z_{l_f}(\psi_f + \delta \vartheta_z) \quad (40a)$$

$$\Delta r_{l_f} = r_{l_f}(\psi_f) - r_{l_f}(\psi_f + \delta \vartheta_z) \quad (40b)$$

y como incrementos sobre las trayectorias (39)

$$\Delta z_{\delta\psi_{sz}} = z_{\delta\psi_{sz}}(K; \psi_s; \psi_f) - z_{\delta\psi_{sz}}(K; \psi_s; \psi_f + \delta \psi_{fz}) \quad (41a)$$

$$\Delta r_{\delta\psi_{sz}} = r_{\delta\psi_{sz}}(K; \psi_s; \psi_f) - r_{\delta\psi_{sz}}(K; \psi_s; \psi_f + \delta \psi_{fz}) \quad (41b)$$

Igualando (40a) con (41a) y (40b) con (41b) se pueden deducir

$$\delta \psi_{fz} = \delta \psi_{fz}(\delta \psi_{sz})$$

$$\delta \vartheta_z = \delta \vartheta_z(\delta \psi_{sz})$$

que despreciando los términos de segundo y mayor orden de los incrementos en los desarrollos en serie, son

$$\delta \psi_{fz} = \left[\frac{r_{l_f}'(\psi_f)}{r_{l_f}(\psi_f)} F_2 + \frac{\text{sen } \psi_s}{\text{sen } \psi_f} \right] \delta \psi_{sz} \quad (42)$$

$$\delta \vartheta_z = K \text{sen } \psi_f F_2 \delta \psi_{sz} \quad (43)$$

donde

$$r_{l_f}'(\psi_f) = \frac{dr_{l_f}(\psi_f)}{d\psi_f}$$

y

$$F_2 = \text{sen } \psi_f \cos \psi_s e^{-K(\cos \psi_s - \cos \psi_f)} - \cos \psi_f \text{sen } \psi_s + \\ + K e^{K \cos \psi_f} \text{sen } \psi_f \text{sen } \psi_s F_1(K; \psi_f; \psi_s). \quad (44)$$

Además se puede demostrar que

$$\delta z_{fz} = \frac{r_{l_f}(\psi_f)}{\text{sen}^2 \psi_f} (\delta \psi_{fz} - \delta \vartheta_z) \quad (45)$$

y por lo tanto que teniendo en cuenta las (37), (42) y (43), es

$$\delta z_{fz} = F_3 \delta z_s \quad (46)$$

donde

$$F_3 = \frac{\text{sen}^2 \psi_s}{\text{sen}^2 \psi_f} e^{-K(\cos \psi_f - \cos \psi_s)} \left\{ F_2 \left[\frac{r_{l_f}'(\psi_f)}{r_{l_f}(\psi_f)} - K \text{sen} \psi_f \right] - \frac{\text{sen} \psi_s}{\text{sen} \psi_f} \right\} \quad (47)$$

a) II) La partícula emitida en $(z_s; \delta r)$ que entra al campo magnético en $(z_{ls}; r_{ls})$ forma un ángulo $\psi_s + \delta \psi_{s_r}$ con el eje de las z positivas, siendo

$$\delta \psi_{s_r} = - \frac{\text{sen} \psi_s \cos \psi_s}{r_{l_f}(\psi_f)} e^{-K(\cos \psi_f - \cos \psi_s)} \delta r. \quad (48)$$

Esto indica que se puede suponer que ha sido emitida por $(z_s + \delta z_s; 0)$ donde

$$\delta z_s = - \text{ctg} \psi_s \delta r. \quad (49)$$

Por lo tanto esta partícula cortará al eje de las z del lado del foco en $(z_f + \delta z_{fr}; 0)$ donde

$$\delta z_{fr} = - F_3 \text{ctg} \psi_s \delta r. \quad (50)$$

Faltaría ahora conocer la imagen de un punto genérico $(z_s + \delta z_s; \delta r)$. Con las suposiciones hechas, es fácil comprender, que si la partícula entra al campo magnético en $(z_{ls}; r_{ls})$ cortará al eje de las z del lado del foco en $(z_f + \delta z_f; 0)$ donde

$$\delta z_f = \delta z_{fz} + \delta z_{fr} = F_3(\delta z_s - \delta r \text{ctg} \psi_s). \quad (51)$$

Los del grupo b) son los que no han sido emitidos en un plano $\phi = \text{cte}$. Entrarán al campo magnético en un punto $(z_{ls}; r_{ls})$ perteneciente a la curva límite de entrada de un cierto plano $\phi = \text{cte}$. (Plano r_1, z en la Figura (7)).

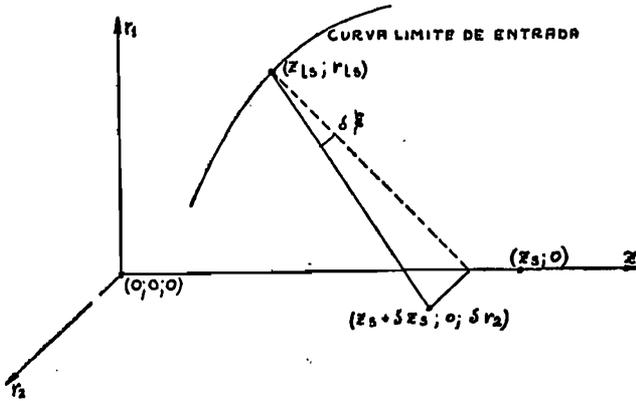


FIG. 7
Caso de partícula con $p_{\phi} \neq 0$.

El punto emisor podrá considerarse en general como el $(z_s + \delta z_s; 0; \delta r_2)$ y por lo tanto la trayectoria forma un ángulo $\delta \xi$ con el plano $\phi = \text{cte}$.

$$\delta \xi = \frac{\text{sen } \psi_s}{r_{1s}(\psi_s)} \delta r_2 \quad (52)$$

y su proyección sobre el plano $\phi = \text{cte}$. un ángulo $\psi_s + \delta \psi_{sz}$ con el eje de las z positivas.

De lo anterior se deduce que para resolver este caso hay que integrar las (13) y (15). Sin hacerlo, se puede resolver en una primera aproximación, suponiendo que la trayectoria de la partícula sobre un plano que contiene al eje z y que gira con ella, es igual a la de una partícula con $p_{\phi} = 0$ sobre un plano $\phi = \text{cte}$. En este caso, tomando en cuenta la (8), se puede afirmar que

$$\delta r_{2f} = \frac{\text{sen } \psi_s}{\text{sen } \psi_f} \delta r_2 \quad (53)$$

donde δr_{2f} es la distancia entre el punto de intersección de la trayectoria con el plano z, r_2 y el eje z .

§ 9. *Dispersión.*

Se han considerado hasta ahora partículas cargadas monoenergéticas de una cierta energía E . Interesa ahora conocer la

imagen de partículas emitidas en $(z_s; 0)$ cuya energía es la anterior incrementada en δE . Para éstas la constante K tiene el valor $K + \delta K$.

Las trayectorias de estas partículas recién al entrar al campo magnético se diferencian de las consideradas en los § 6 y 7. Cortarán a la curva límite de salida en un punto $(z_{lf} + \Delta z_{lf}; r_{lf} + \Delta r_{lf})$ formando un ángulo $\psi_f + \delta \psi_{fK}$ con el eje de las z positivas (ver Figura (8)).

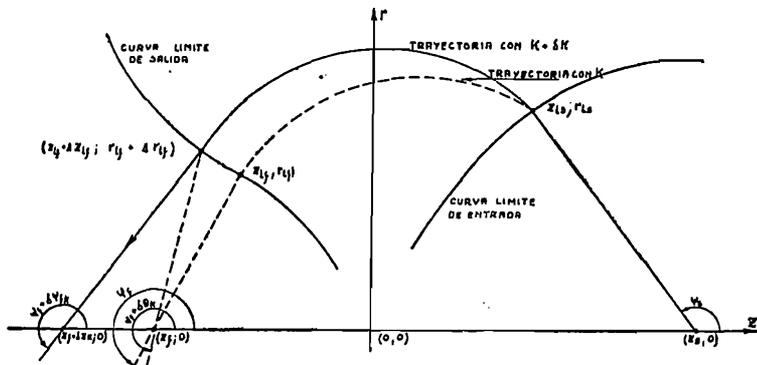


FIG. 8

Trayectoria de una partícula emitida en el plano z, r por el punto $(z_s; 0)$ y cuyo valor de K es $K + \delta K$. Las trayectorias y curvas límites son arbitrarias, no corresponden a un caso real

Δz_{lf} y Δr_{lf} se pueden expresar como incrementos tomados sobre la curva límite de salida (40) y como incrementos sobre la trayectoria variada $(K + \delta K)$

$$\Delta z_{lf} = \left(\frac{\partial z}{\partial K} \right) \delta K + \left(\frac{\partial z}{\partial \psi_f} \right) \delta \psi_{fK} \quad (54a)$$

$$\Delta r_{lf} = \left(\frac{\partial r}{\partial K} \right) \delta K + \left(\frac{\partial r}{\partial \psi_f} \right) \delta \psi_{fK}. \quad (54b)$$

Igualando (40a) con (54a) y (40b) con (54b) se pueden obtener

$$\delta \psi_{fK} = \delta \psi_{fK}(\delta K)$$

$$\delta \vartheta_K = \delta \vartheta_K(\delta K)$$

que despreciando en los desarrollos en serie los términos de se-

gundo y mayor grado en los incrementos, son

$$\delta \psi_{fK} = \left\{ \frac{r_{lf}'(\psi_f)}{r_{lf}(\psi_f)} [\cos \psi_f (\cos \psi_s - \cos \psi_f) - F_4] - \frac{\cos \psi_s - \cos \psi_f}{\text{sen } \psi_f} \right\} \frac{\delta K}{K} \quad (55)$$

$$\delta \vartheta_K = \text{sen } \psi_f [\cos \psi_f (\cos \psi_s - \cos \psi_f) - F_4] \delta K \quad (56)$$

donde

$$F_4 = \text{sen } \psi_f e^{K \cos \psi_f} [F_1(K; \psi_f; \psi_s) (1 + K \cos \psi_s) + K \frac{\partial}{\partial K} F_1(K; \psi_f; \psi_s)]. \quad (57)$$

Teniendo en cuenta la (45), resulta

$$\delta z_{fK} = F_5 z_f \frac{\delta K}{K} \quad (58)$$

donde

$$F_5 = \frac{r_{lf}(\psi_f)}{z_f \text{sen}^2 \psi_f} \left\{ [\cos \psi_f (\cos \psi_s - \cos \psi_f) - F_2] \left[\frac{r_{lf}'(\psi_f)}{r_{lf}(\psi_f)} - K \text{sen } \psi_f \right] - \frac{\cos \psi_s - \cos \psi_f}{\text{sen } \psi_f} \right\}. \quad (59)$$

Se puede afirmar por lo tanto que la dispersión γ es:

$$\gamma = \frac{\delta z_{fK}}{\delta p} = \frac{F_5}{p} z_f = \frac{F_5 \cdot z_f}{e(B\rho)}. \quad (60)$$

§ 10. Poder resolutor de base.

En lo que sigue se supone que la ventana del detector es igual a la imagen de la sustancia radiactiva (*), es decir, que, según el eje z tiene una longitud

(*) Este no es el tamaño óptimo de la ventana.

$$2 \delta z_f = 2 \delta z_{fz} + 2 \delta z_{fr} \quad (51)$$

(donde δr se toma sobre el plano bisector del entrehierro considerado) y según el eje r_2 (perpendicular al plano bisector del entrehierro considerado)

$$2 \delta r_{2f} = 2 \frac{\text{sen } \psi_s}{\text{sen } \psi_f} \delta r_2 \quad (53)$$

y que está ubicada de tal manera que coincida con ella. El ancho de la base del perfil de línea resulta ser entonces

$$\Delta p = \frac{4 \delta z_f}{\gamma} \quad (61)$$

y por lo tanto el poder resolutor de base es

$$P = \frac{p}{\Delta p} = \frac{F_s z_f}{4 F_3 [\delta z_s - \text{ctg } \psi_s \cdot \delta r]} \quad (62)$$

Observemos que P es una función de ψ_s y que, salvo para fuentes de simetría cilíndrica, es también función del entrehierro considerado.

§ 11. Poder colector.

Con las suposiciones hechas en el § 10 sobre el detector y su posición el poder colector, ω_{ψ_s} , para ángulos de emisión comprendidos entre $\psi_s - \frac{\Delta \psi_s}{2}$ y $\psi_s + \frac{\Delta \psi_s}{2}$ está dado por

$$\omega_{\psi_s} = \frac{\Omega_{\psi_s}}{4\pi} = \frac{n\varphi}{4\pi} \text{sen } \psi_s \Delta \psi_s \quad (63)$$

donde

n es el número de entrehierros

φ es la abertura angular de los mismos.

En primera aproximación se puede decir entonces que el

poder colector total es

$$\omega = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{n\varphi}{4\pi} [\cos(\psi_{s \text{ min.}}) - \cos(\psi_{s \text{ max.}})] \quad (64)$$

donde

$\psi_{s \text{ min.}}$ es el menor de los ángulos de emisión considerados.

$\psi_{s \text{ max.}}$ es el mayor de los ángulos de emisión considerados.

Decimos que es una primera aproximación por que la ventana del detector no puede cumplir con la condición de ser igual a las distintas imágenes de la sustancia radioactiva (distintos ψ_s), condición para la cual es válida la fórmula.

§ 12. *Influencia de las líneas de fuerza dispersas.*

Se han considerado hasta ahora las propiedades de un espectrómetro ideal. En realidad, el campo magnético en la superficie límite del toro no pasa en forma discontinua del valor A/r a cero, sino que lo hace en forma continua. Esta parte del campo magnético, aun no considerada, actúa sobre las partículas produciéndoles desviaciones adicionales que perturban el enfoque. Es por esta causa que se debe procurar de reducir al mínimo las líneas de fuerza dispersas y el recorrido de las partículas en ellas. Esto se logra construyendo espectrómetros con

I) entrehierros de poca abertura angular

II) trayectorias perpendiculares a las curvas límites de entrada y salida.

§ 13. *Determinación de $r_{ls}(\psi_s)$; $r_{lf}(\psi_f)$ y K para los espectrómetros beta componentes del espectrómetro beta doble de coincidencias.*

Para que las trayectorias sean perpendiculares a las curvas límites de entrada y salida, éstas debieran ser circunferencias con centros $(z_s; 0)$ y $(z_f; 0)$ y radio $R = z_s$ y $R = -z_f$ respectivamente.

Es obvio decir que, como una de las curvas límites se puede dar en forma arbitraria a ésta la elegimos circunferencia. Por lo tanto

$$z_{ls}(\psi_s) = z_s(1 + \cos \psi_s) \quad (65a)$$

$$r_{ls}(\psi_s) = z_s \operatorname{sen} \psi_s. \quad (65b)$$

Se ha visto en el § 7, que a partir de $r_{ls}(\psi_s)$ como dato y para cada valor de K se puede mediante las (35) y (34) calcular la curva límite $z_{lf}(\psi_f); r_{lf}(\psi_f)$. En nuestro caso la fórmula (35) se transforma en

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \psi_f e^{-K \cos \psi_f} - K U(K; \psi_f) &= \operatorname{ctg} \psi_s e^{-K \cos \psi_s} \\ &- K U(K, \psi_s) + \frac{2 e^{-K \cos \psi_s}}{\operatorname{sen} \psi_s} \end{aligned} \quad (66)$$

suponiendo que $z_f = -z_s$ que, como veremos más adelante, no restringe la generalidad.

Numéricamente se puede obtener a partir de la (66)

$$\psi_f = \psi_f(\psi_s) \quad (67)$$

que reemplazada en las (34) nos da la curva límite de salida. Se pide que ésta sea una circunferencia y para ello se debe de cumplir

$$r_{lf}(\psi_f) = r_{ls}(\psi_s).$$

Esto se cumple (34b) cuando la relación entre ψ_f y ψ_s está dada por

$$\cos \psi_f = \cos \psi_s$$

es decir que $\psi_f = \psi_s$, caso sin sentido, o que

$$\psi_f = -\psi_s. \quad (68)$$

Pero, el hecho es, que la relación entre ψ_f y ψ_s ya está determinada por la (66) y lo único que se puede hacer es determinar

el óptimo valor de K para el cual la (67) se aproxime lo más posible a la (68).

Para ello, dejando ψ_s constante se determina el valor de K para el cual se cumpla (68). Haciendo esto mismo para distintos valores de ψ_s se obtiene el siguiente resultado (ver la Tabla (2)).

$\psi_s = -\psi_f$	K	(a)	(b)	$\frac{(b)}{(a)}$	$\frac{K \cdot (b)}{(a)}$
90°	0.610	1.00	0.24	0.240	0.146
100°	0.585	1.13	0.22	0.194	0.113
110°	0.565	1.29	0.20	0.115	0.088
120°	0.545	1.52	0.17	0.112	0.061
130°	0.535	1.84	0.14	0.076	0.041
140°	0.515	2.31	0.10	0.043	0.022
150°	0.510	3.12	0.09	0.027	0.014
160°	0.505	4.70	0.08	0.014	0.008
				$\Sigma_1 = 0,861$	$\Sigma_2 = 0,493$

TABLA 2

donde (a) es el valor numérico del primer miembro de (66) y por lo tanto también del segundo miembro, para los valores de K ; ψ_s y ψ_f indicado en las dos primeras columnas.

(b) es un número proporcional a la tangente del ángulo que forman las curvas que representan al primero y segundo miembro de la (66) para el valor de ψ_s ; ψ_f respectivamente, indicado en la primera columna y distintos valores de K , en el punto para el que K adquiere el valor indicado en la segunda columna.

Evidentemente es entonces $\frac{(b)}{(a)}$ un número que indica en primera aproximación, cuál es la magnitud de la desviación de la (67) respecto de la (68) en el punto $\psi_s = -\psi_f$ y para variaciones de K . Asignándole ahora a cada K el peso $\frac{(b)}{(a)}$ se puede determinar el óptimo de K , buscado, para un cierto intervalo de ψ_s .

En nuestro caso y para $90^\circ \leq \psi_s \leq 170^\circ$ el K óptimo es

$$K_0 = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} \cong 0,57.$$

Se eligen estos ángulos por que I) se quiere que los rayos beta emitidos con un $\psi_s < 90^\circ$ entren en un segundo espectrómetro beta coaxial con éste, que junto con el primero forman el espectrómetro beta doble de coincidencias, II) para $\psi_s > 170^\circ$ la

contribución de estos ángulos al poder colector es muy pequeña y la construcción del espectrómetro se complica.

Todavía se podría pensar que haciendo $z_f = -k \cdot z_s$ ($k > 0$) en vez de $z_f = -z_s$, se puede obtener una mejor aproximación de la (67) a la (68). Se puede ver que esto no es posible.

Determinados r_{fs} y K se puede hallar $\psi_f = \psi_f(\psi_s)$ cuya representación gráfica junto con la de la (68) se da en la Figura (9).

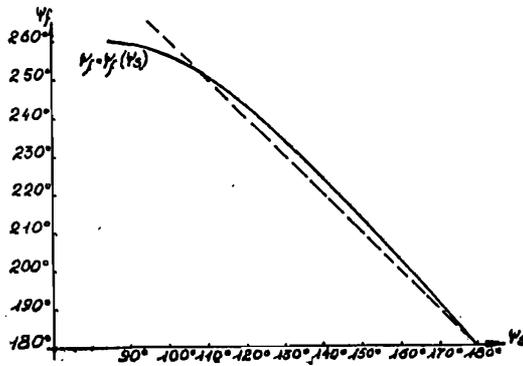


FIG. 9
Representación de $\psi_f(\psi_s)$.

Teniendo la función $\psi_s = \psi_s(\psi_f)$ se calcula la curva límite de salida cuya representación gráfica es la de la Figura 10.

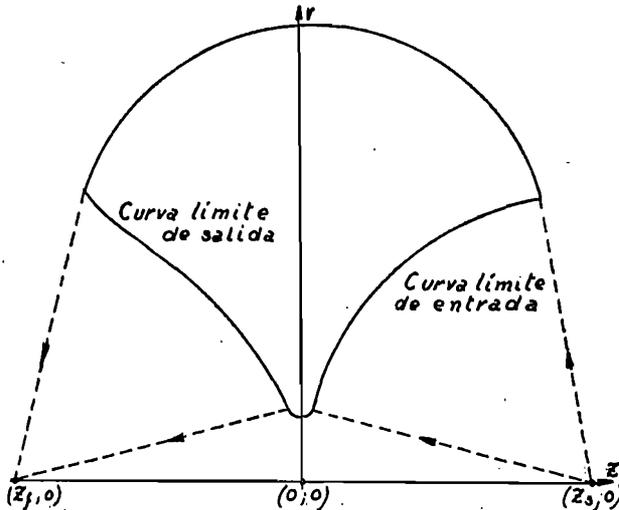


FIG. 10
Curvas límites de los espectrómetros beta componentes del espectrómetro beta doble de coincidencias

§ 14. *Fórmulas definitivas para los espectrómetros beta componentes.*

Introduciendo las (66) en las fórmulas finales de los incisos 8; 9 y 10 se obtiene:

Formación de imagen:

a) I)

$$\delta z_{fz} = F_3^* \cdot \delta z_s \quad (46')$$

con

$$F_3^* = \frac{\text{sen}^2 \psi_s}{\text{sen}^2 \psi_f} e^{-K(\cos \psi_f - \cos \psi_s)}$$

$$\left\{ F_2 \left[\frac{r_{lf}^{*'}(\psi_f)}{r_{lf}^*(\psi_f)} - K \text{sen} \psi_f \right] - \frac{\text{sen} \psi_s}{\text{sen} \psi_f} \right\} \quad (47')$$

a) II)

$$\delta z_{fr} = -F_3^* \text{ctg} \psi_s \delta r \quad (50')$$

$$\delta z_f = F_3^* (\delta z_s - \delta r \text{ctg} \psi_s) \quad (51')$$

b)

$$\delta r_{2f} = \frac{\text{sen} \psi_s}{\text{sen} \psi_f} \cdot \delta r_2 \quad (53')$$

Dispersión:

$$\gamma = \frac{F_5^* \cdot z_f}{e(B\rho)} \quad (60')$$

con

$$F_5^* = \frac{1}{\text{sen} \psi_f} \left\{ [\cos \psi_f (\cos \psi_s - \cos \psi_f) - F_2] \left[\frac{r_{lf}^{*'}(\psi_f)}{r_{lf}^*(\psi_f)} - K \text{sen} \psi_f \right] - \frac{\cos \psi_s - \cos \psi_f}{\text{sen} \psi_f} \right\} \quad (59')$$

Poder resolutor de base:

$$P = \frac{F_5^* \cdot z_f}{4F_3^* [\delta z_s - \delta r \operatorname{ctg} \psi_s]} \quad (62')$$

§ 15. Conclusiones.

Puede tenerse una idea de las propiedades de este espectrómetro mediante la observación de la Tabla (3).

ψ_s	(c)	$(P \cdot d)_1$	$(P \cdot d)_2$
100°	0.98	31	182
110°	0.94	28	80
120°	0.86	25	44
130°	0.76	22	25
140°	0.64	21	18
150°	0.50	19	11

TABLA 3

Poderes colector y resolutor en función del ángulo de emisión ψ_s .

en que:

(c) es un número proporcional a $\omega \psi_s$.

$(P \cdot d)_1$ es el producto del poder resolutor de base P por el diámetro d en cm. del disco plano de la muestra radioactiva para el caso en que ésta se coloca perpendicularmente al plano bisector del entrehierro considerado y con centro en z_s .

$(P \cdot d)_2$ es el producto del poder resolutor de base P , por el diámetro d en cm. del disco plano de la muestra radioactiva para el caso en que ésta se coloca perpendicularmente al eje y con centro en z_f . Estos valores han sido tabulador para $z_s = -z_f = 27$ cm.

De ellos se deduce que los espectrómetros componentes presentan muchas posibilidades distintas, según cual es la posición y forma de la muestra radioactiva, cuales los ángulos de emisión que se emplean y finalmente cual es el número de entrehierros que se utiliza.

En el caso particular en que el diámetro d del disco plano de la muestra radioactiva es de 0.6 cm y que se coloca perpendicular al eje z con centro en z_s en un instrumento de ocho entrehierros cuyo ángulo diedro es de 10°, los cálculos dan un poder colector de aproximadamente 8 % de 4π y poder resolutor de base del orden de 100.

Dos espectrómetros como el descripto, con eje z y muestra radioactiva comunes, constituyen un espectrómetro beta doble de coincidencias que cumple con las cinco condiciones fundamentales del § 1.

BIBLIOGRAFIA

- (1) C. A. MALLMANN. *Rev. Unión Mat. Argentina*, 16, 3 (1953).
- (2) C. FOWLER y R. SHREFFLER. *Rev. Sc. Instr.* 21, 740 (1950).
- (3) R. KATZ, R. D. HILL y M. GOLDBABER. *Phys. Rev.* 78, 9, 1950.
- (4) N. FEATHER, *Proc. Camb. Phil. Soc.* 36, 224 (1940).
- (5) N. FEATHER, J. KYLES y R. W. PRINGLE. *Proc. Phys. Soc.* 61, 466 (1948).
- (6) L. V. GROSEV y L. YA SHAVTVALOV. *Dokl. Akad. N. SSSR. Moscow & Leningrad.* 68, (Nº 2) 257 (1949).
- (7) R. E. BELL y R. L. GRAHAM. *Phys. Rev.* 86, 212 (1952).
- (8) K. SIEGBAHN, *Ark. f. Fysik*, 4, Nr. 10, 1952.
- (9) C. A. MALLMANN. Espectrómetro beta selenoidal doble con campo magnético fijo. Inédito.
- (10) O. KOFOED-HANSEN, J. LINDHARD y O. B. NIELSEN. *Kgl. Danske Vid. Sel. Mat. Fys. Medd.*, 25, Nº 16 (1950).
- (11) C. A. MALLMANN, *Physica. Proceedings of the International Conference on Beta and Gamma Radioactivity.* Amsterdam, 1-6 September 1952.
- (12) H. O. W. RICHARDSON. *Proc. Phys. Soc.* 59, 792 (1947).

CRONICA

CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMATICOS 1954

En su sesión final, el Congreso Internacional de Matemáticos (1950) (Cambridge, Mass., U. S. A.) eligió a invitación de la delegación holandesa, a los Países Bajos como país donde celebrar el próximo Congreso.

En consecuencia de esta decisión el Congreso Internacional de Matemáticos 1954 tendrá lugar en Amsterdam, del 2 al 9 de septiembre del año mencionado, bajo los auspicios de la "Wiskunding Genootschap" (Sociedad Matemática Holandesa). La "Wiskunding Genootschap" espera sinceramente que el Congreso de 1954, en el que todos los matemáticos del mundo serán bienvenidos, ha de ser una reunión internacional fértil.

El Comité organizador ha invitado a un número de matemáticos eminentes para dar conferencias de una hora destinadas a dar una visión global de la matemática contemporánea.

El Congreso se divide en 7 secciones:

1. Algebra y Teoría de Números.
2. Análisis.
3. Geometría y Topología.
4. Cálculo de Probabilidades y Estadística.
5. Física Matemática y Matemáticas Aplicadas.
6. Lógica y Fundamentos de la Matemática.
7. Filosofía, Historia y Enseñanza.

En cada uno de estos dominios un número de expertos, invitados por el Comité organizador, dará conferencias de media hora.

Los miembros del Congreso, después de su inscripción ante el Comité organizador, podrán presentar comunicaciones breves, de un cuarto de hora de duración como máximo. La subdivisión eventual en secciones dependerá del número de estas comunicaciones.

Al lado de las actividades científicas, el Comité organizador piensa preparar varias reuniones de carácter recreativo y un cierto número de excursiones interesantes.

Los miembros del Congreso se dividen en dos categorías:

Los *miembros ordinarios*, con el derecho de participar en las actividades científicas y que recibirán las Actas del Congreso, y los *miembros asociados* que, siendo acompañantes de los miembros, no tomarán parte en el programa científico ni recibirán las Actas del Congreso, pero que tendrán el derecho de participar en las demás actividades del Congreso. Los precios de inscripción no han sido señalados todavía, pero probablemente ellos no serán mayores de 50 florines (alrededor de 14 dólares) para los miembros ordinarios y de 20 florines (unos 5.50 dólares) para los asociados.

Quienes piensen participar en el Congreso, pueden comunicar al Comité organizador su nombre (con títulos, profesión, etc.) y su dirección completa. El Comité organizador les enviará el programa y aviso más completo que aparecerá durante el actual año de 1953.

Dirección del Comité Organizador: 2e Boerhaavestraat 49, Amsterdam (Holanda).

LA PUBLICACION DE LAS OBRAS COMPLETAS DE E. CARTAN

El Comité que patrocina la publicación de las *Obras completas* de Élie Cartan informa que pronto han de aparecer los dos volúmenes de la Parte II (Algebra, Sistemas diferenciales, Problemas de equivalencia) de esas *Obras* (los dos volúmenes de la Parte I han aparecido en 1952).

Para los dos volúmenes de la Parte II se ha fijado el siguiente precio de suscripción: 4.800 francos (en rústica) y 5.500 francos (encuadernados). Este precio de suscripción es válido hasta el 15 de diciembre de 1953.

Los pedidos pueden hacerse a la Librería Gauthier-Villars, quai des Gds. Augustins, París, 6e.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

VIGESIMA REUNION

ROSARIO, Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
22 y 23 de setiembre de 1952

PROGRAMA

Lunes 22 de setiembre

Informe:

- J. A. BALSEIRO (Universidad de Eva Perón): *El modelo nuclear de capas.*

Comunicaciones

1. ANTONIN E. RODRÍGUEZ y HORACIO SANTA MARÍA (Departamento de Física, Universidad Nacional de Eva Perón): *Contribución a la Teoría de Líquidos.* (Se leyó el título).

En trabajos publicados recientemente, Kirkwood y otros han calculado la función radial de distribución y la ecuación de estado para el Argon líquido, utilizando la teoría de Born-Green. Para ello han resuelto numéricamente la ecuación integral de Born-Green, mediante el uso de computadores electrónicos y adoptando potenciales de tipo Lennard-Jones modificados. Los resultados muestran que a temperaturas cercanas a la de fusión, la función de distribución calculada, se aparta notablemente de aquellas obtenidas experimentalmente. Estos resultados coinciden con los encontrados por los autores por métodos más modestos, pero que permiten explicar más claramente los apartamientos. Mientras que Kirkwood sugiere la modificación de los potenciales usados, los autores muestran que las divergencias provienen de la presencia de la llamada "hipótesis de superposición de Kirkwood", y que es esta hipótesis de trabajo la que introduce una interacción inadecuada, que se pone de manifiesto a bajas temperaturas y grandes densidades.

2. J. A. BALSEIRO (Universidad de Eva Perón), *Momentos magnéticos nucleares.*

Los momentos magnéticos nucleares no caen sobre las líneas de Schmidt como lo predice el modelo nuclear de capas. Es posible explicar estas discrepancias como debidas a la polarización del nucleón "suelto" en el campo de fuerzas del resto del núcleo. Fijando convenientemente el valor de una constante se obtienen desplazamientos de las líneas de Schmidt que dan cuenta en forma aceptable de los valores de los momentos magnéticos observados.

3. MARIÓ BUNGE (Instituto de Física, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Buenos Aires), *Solución de la ecuación de Dirac correspondiente a las órbitas parabólicas.*

Se da solución hipercompleja de la ecuación de Dirac del átomo hidrógeno

noide para el caso $E = m_0c^2$, que corresponde a las órbitas parabólicas de la mecánica clásica.

Discusión:

BALSEIRO: Las soluciones radiales de la ecuación de Dirac son funciones hipergeométricas tanto para el espectro discreto como para el continuo. Es curioso que en el caso límite del espectro discreto la solución radial sean funciones de Bessel que corresponden a las soluciones radiales en coordenadas polares de una partícula libre.

BUNGE: Efectivamente, es así. La diferencia reside en el hecho que en el caso expuesto la energía está bien determinada por la condición que la órbita sea parabólica.

BALSEIRO: Las funciones de Bessel son también un caso especial de funciones hipergeométricas, y sin duda, aparecen en el proceso límite cuando las soluciones de espectro discreto tienden a las del continuo.

4. DANIEL AMATI y ALBERTO SIRLIN (Instituto de Física de Buenos Aires), *Estudio del equilibrio de ciertos fenómenos no lineales.*

La intensidad de la corriente provocada por una f. e. m. alternada en un circuito con un condensador, una bobina con núcleo de hierro y una resistencia en serie, presenta fenómenos de salto, o sea variaciones bruscas de la intensidad para valores particulares de la f. e. m.

Teóricamente la intensidad obedece a un problema diferencial no lineal, cuyo estudio abordamos suponiendo que hay zonas de preponderancia de las distintas armónicas. Como caso particular se estudia el error de la teoría de Zenkeck y Schunk.

Discusión:

ABELE: Vd. dijo que la solución de van der Pol vale solo para oscilaciones que se apartan muy poco de las oscilaciones no lineales. Si yo recuerdo bien, creo que la solución de van der Pol —pero la solución que se aparta poco del sistema lineal— está dada para el transitorio. Es decir, resuelve la ecuación suponiendo que el sistema está en reposo y estudiando entonces lo que pasa en el período, suficientemente corto o largo pero conteniendo un número grande de oscilaciones. Así, él pone una $x = A \cos \omega t$ y la solución vale solo cuando las estudia en el transitorio si la ω es suficientemente pequeña, es decir, el $\cos \omega t$ varía muy poco. Pero van der Pol ha tratado oscilaciones de un período grande y dió la discusión completa de la forma de las oscilaciones; pero no la dió para el transitorio, sino la discusión general de la ecuación diferencial.

AMATI: Pero tenía un coeficiente despreciable.

ABELE: El distingue un coeficiente muy pequeño pero estudia para tres valores: 0,1; 1 y 10 y esto corresponde a una no linealidad fuerte donde la forma de oscilación no es más, prácticamente, una sinuside cuya amplitud va variando con el tiempo, sino que sale de cero y después comienza a oscilar. Esto es, si no estoy equivocado, el parámetro que separa un sistema débilmente no lineal, de uno fuertemente no lineal. La solución de régimen está discutida en detalle.

La discusión que da para el régimen es con la ecuación diferencial. Por supuesto, no obtiene la solución completa, pero da el período y la forma de la oscilación: fase lenta de carga y da descarga muy rápida.

AMATI: Según nuestros resultados, aparecen soluciones periódicas; y después estudiamos una estabilidad de circuito con el sistema de variación de los parámetros. Las zonas estables con oscilaciones exponencialmente decrecientes.

Es decir, tendríamos soluciones periódicas. En los puntos de inestabilidad tendríamos que se superpone una oscilación pero de amplitud cada vez decreciente.

GANS: Yo puedo decir algunas palabras al respecto. En general, los autores de la mecánica no lineal se restringen a una no linealidad débil, mientras que Syngé ha sido el primero que ha tratado una no linealidad fuerte, pero cerca de la resonancia. Es decir, es otra limitación del problema, aunque justificada, puesto que cerca de la resonancia pasan cosas interesantísimas de estabilidad. Aquí, el señor Amati ha contemplado su estudio de tal manera que no se ha limitado a la fundamental, sino también a las armónicas. Y yo quería hacer la observación de que, posiblemente, la ec. de van der Pol es una forma irregular de explicar el fenómeno de resonancia, y que debe suponer una fórmula empírica. Los autores clásicos introducen la no linealidad mediante el agregado de términos de tipo potencial, por ej., el cubo. Eso no es muy elegante. Algunos consideran también la quinta potencia. La fórmula de Amati y Sirlin permite visualizar todo el problema.

5. ALBERTO SIRLIN y DANIEL AMATI (Instituto de Física de Buenos Aires), *Estabilidad de Algunos fenómenos de resonancia no lineal.*

Mostramos por varios métodos que las ideas que explicaban, en la comunicación anterior, la resonancia del equilibrio, permiten demostrar la estabilidad en las zonas ascendentes e inestabilidad en las descendentes de la curva característica.

Estos métodos son válidos para no linealidades fuertes, mientras que los autores de estudios de la mecánica no lineal se limitan en general a no linealidades débiles.

6. B. COUGNET, J. ROEDERER y P. WALOSCHEK (Instituto de Física de Buenos Aires, Dirección Nacional de la Energía Atómica), *Obtención de espectros de energía de la componente nucleónica de la radiación cósmica.*

Se propone una fórmula empírica que relacione la energía media de una partícula incidente sobre un núcleo, con el número de partículas "shower" (mesones y nucleones) originados en el encuentro.

En base a material estadístico obtenido con emulsiones nucleares, se justifica, para multiplicidades bajas, la validez de la fórmula propuesta.

Con esta fórmula, y a partir de los diagramas de distribución de estrellas de desintegración, se logran trazar espectros de energía de la componente nucleónica de la radiación cósmica.

Discusión:

BALSEIRO: ¿No se le ha ocurrido contrastar los resultados con la teoría de Fermi?

RODERER: No encontré los datos de Fermi.

BALSEIRO: Están en "Progress of Theoretical Physics" del año pasado. Me parece que la fórmula de Fermi es de ese tipo. Fué gente de Lund a Bristol o hicieron estadística de ese tipo. No recuerdo si fué sobre la base de energía incidente o sobre el número. Obtuvieron datos similares a éstos, sobre la base de la teoría de Fermi, que fué considerada como un éxito extraordinario en Copenhague.

RODERER: No he encontrado esos datos, y además, esto lo resolvimos la semana pasada. Pero he conversado con la gente de Lund en Italia y creo que ellos han hecho el método de medición de la gente de Bristol; creo que han medido la energía.

BALSEIRO: Lo importante de este resultado es que se llega a confirmar la teoría de Fermi.

7. B. COUGNET, J. RÓDERER y P. WALOSCHEK (Instituto de Física de Buenos Aires, Dirección Nacional de Energía Atómica), *Absorción de la atmósfera de la componente nucleónica a la latitud de Tucumán.*

Usando la técnica de las emulsiones nucleares, se ha logrado por primera vez analizar detalladamente el desarrollo de la componente nucleónica de la radiación cósmica a través de las capas atmosféricas entre los 2000 m. y 5300 m., a una latitud geomagnética de -21° (Nevarcos del Aconquija, Tucumán).

Se ha determinado la variación del "efecto de latitud" con la altura y con la energía incidente, comparando nuestras curvas con diagramas semejantes, obtenidos con placas expuestas en los Alpes a 48° latitud geomagnética.

Estudiando la variación con la altura de los espectros trazados con el método indicado en la comunicación anterior se han obtenido los primeros datos numéricos de la "longitud de absorción" para protones y neutrones, como función de la energía, en tal latitud.

8. BEPPO LEVI (Instituto de Matemática, Universidad del Litoral, Rosario), *Sobre los Problemas de Propagación.*

Se presentan algunas consideraciones matemáticas sobre el tema.

9. M. ABELE (Escuela Superior de Aerotécnica), *Amplificación de ondas electromagnéticas.*

Se estudia la interacción de una onda electromagnética con un haz de electrones en movimiento rectilíneo, bajo la acción de un campo electromagnético acelerador. Para amplificar la onda se utiliza la energía potencial perdida por las cargas a lo largo de su trayectoria, mientras el valor medio de la energía cinética de las cargas mismas queda constante. Este proceso de interacción permite conseguir valores de rendimiento superiores al límite permitido por los sistemas clásicos y, por lo tanto, se puede

esperar poderlo aplicar útilmente para la amplificación correspondiente a las grandes potencias.

10. J. A. BALSEIRO (Universidad de Eva Perón), *Cuadrupolo eléctrico del mesón vectorial*.

Se muestra que el mesón vectorial presenta una interacción con un campo eléctrico correspondiente a la existencia de un momento eléctrico cuadrupolar. Esta propiedad es de interés del punto de vista de la teoría de las partículas elementales.

Discusión

WESTERKAMP: Llama la atención que se le atribuya una distribución de cargas al mesón vectorial lo que significa abandonar la idea de la interacción puntual.

BALSEIRO: No es así exactamente: La situación es la misma que cuando se habla del momento magnético del electrón. Se trata de propiedades intrínsecas de las partículas elementales cuando se las considera en interacción con el campo electromagnético y que por la forma que presentan estas interacciones se las interpreta como provenientes de momentos magnéticos o eléctricos. Estas interacciones aparecen independientemente del hecho que en el hamiltoniano correspondiente se incluya la interacción del campo electromagnético con la partícula, considerando a ésta como puntual.

11. E. MARCATILI (Escuela Superior de Aerotécnica, Córdoba), *Generación de impulsos breves*.

Una guía de onda recorrida a lo largo del eje por un haz de electrones, puede ser empleada como amplificador de una onda electromagnética con una frecuencia f_0 . La amplificación depende muy críticamente de la velocidad con que las cargas entran en la guía. Modulando entonces la velocidad de las cargas con frecuencia f_1 , pequeña respecto a f_0 , se pueden obtener por batidos, impulsos muy breves de duración inferior a 10^{-8} seg.

12. W. SEELMANN-EGGEBERT, C. G. BARO, F. BATISTELLI, O. GATTI, M. C. PALCOS, J. RODRÍGUEZ y V. RIETTI. (Dirección Nacional de la Energía Atómica), *Separación y purificación de nucleidos de período largo de minerales de uranio y torio del país, y su identificación radiactiva*.

Se dan detalles de una marcha sistemática para la separación de un mineral de uranio del país de Pa. Io, RaF, RaD, Ra y Ae, mediante el empleo de portadores isotópicos en algunos casos y no isotópicos en otros.

Se menciona la purificación y comprobación radiactiva de la pureza de algunos de los nucleidos obtenidos (G. B. BARO y J. RODRÍGUEZ).

Se estudia, también un método para separar MsTh1, MsTh2, y Th a partir de arenas monacitas, utilizando portadores para los dos primeros.

Asimismo se describe su purificación y comprobación radioquímica. Se señala la posibilidad de obtener preparados de MsTh1 de alta actividad específica para disponer de una fuente de MsTh2, que puede aplicarse como indicador.

Se indica la forma de obtener $RdTh$ libre de Th y se calculan aproximadamente los rendimientos de $MsTh1$ y Th (M. C. PALCOS).

13. W. SEELMANN-EGGEBERT e I. G. de FRANZ (Dirección Nacional de la Energía Atómica), *Un método radioquímico para la determinación cuantitativa de uranio.*

Nos hemos propuesto desarrollar un método radioquímico para la determinación rápida del contenido de uranio en minerales. Después de disolver el mineral en ácido nítrico concentrado, se precipita UXI, sustancia hija del uranio. Demostramos que la precipitación de UXI con hipofosfato de sodio usando como portador el circonio, es cuantitativa y no interfiere una absorción de actividades extrañas. La comprobación de la actividad beta del precipitado con un standard de uranio nos permite conocer el contenido de uranio de la solución.

14. JORGE SAHADE (Observatorio Astronómico, Córdoba), *Espectro de WY Velorum.*

Velorum es una estrella peculiar sobre cuyo espectro de absorción, que corresponde aproximadamente al de una supergigante del tipo M_3 aparecen superpuestas emisiones de H, (N II), N III, (O I), (O III)?, S III? (S II), (CR II), Fe II (Fe III)?, Ni II, y (Cu II).

Las condiciones de excitación de la masa gaseosa que emite las radiaciones observadas son semejantes a las de la fuente de la emisión que se observa en Eta Carinae.

El único miembro de la serie de Balmer observado en emisión es H-alfa. Las líneas de Fe II son muy intensas.

El material espectrográfico tomado en Bosque Alegre hasta 1948, inclusive, no muestra cambios perceptibles, pero en 1952 la emisión de H-alfa es doble siendo mucho más intensa la componente roja que la violeta.

Se ha determinado la velocidad radial de la absorción y de la emisión. Las velocidades obtenidas de la medición de las líneas de (Ni II) son de acercamiento, mientras que el resto de la emisión da velocidades de alejamiento.

SESIONES CIENTIFICAS DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

En la ciudad Eva Perón (Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas) se realizaron los días 23 y 24 de mayo de 1953 las sesiones científicas de la Unión Matemática Argentina, conjuntamente con la Asociación Física Argentina. Asistieron al acto el rector de la Universidad, autoridades de la Facultad, del Observatorio, profesores de las Universidades de Eva Perón, Buenos Aires, Córdoba, Cuyo, Tucumán y socios de ambas entidades. Abrió el acto el decano de la Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas doctor Antonio E. Rodríguez, quien dió la bienvenida a los concurrentes y destacó la importancia científica que asumían para la casa de estudios las deliberaciones a realizarse. Agradeció el Presidente de la Asociación Física Argentina. A continuación se dió comienzo a las sesiones de la U. M. A., conforme al siguiente programa:

DIA 23 DE MAYO, a las 15 horas

1. ERNST LAMMEL (Instituto Físico-matemático, Universidad Nacional de Tucumán). Conferencia sobre *Algunos problemas de la teoría de funciones de varias variables complejas*.
2. ALBERTO E. SAGASTUME Y BERRA (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas, Universidad de Eva Perón), *Sobre divisibilidad en grupoides*.
3. ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires y Dirección Nacional de la Energía Atómica), *Definición precisa de partes finitas con distancias hiperbólicas*.

Resumen: L. Schwartz menciona y utiliza (Théorie des distribution, París, 1950, vol. I, pág. 50), la parte finita.

$$(Pfs^m) \varphi = Pf. \int \dots \int s^m(x) \varphi(x) dx \quad (1)$$

donde $s = \sqrt{x_n^2 - x_1^2 - \dots - x_{n-1}^2}$ para $x_n \geq 0$ y sólo cuando la expresión es real, y $s = 0$ en los otros casos), pero no da la definición precisa del segundo miembro de (1). Mostramos que es válida la fórmula

$$(Pfs^m) \cdot \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = Pf. \int_0^\infty z^{m+1} g(z) dz \quad (2)$$

donde la parte finita *unidimensional* del segundo miembro está definida por la fórmula II, 2; 26 del libro de Schwartz, con

$$g(z) = \int_{(n-1)} \dots \int \frac{\varphi(x_1, \dots, x_n = \sqrt{z^2 + x_1^2 + \dots + x_{n-1}^2})}{\sqrt{z^2 + x_2^2 + \dots + x_{n-1}^2}} dx_1 \dots dx_{n-1}$$

Consignamos algunas de las numerosas aplicaciones de esta fórmula, en particular a la electrodinámica cuántica.

4. ORLANDO VILLAMAYOR (Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad de Córdoba), *Sobre un teorema general de inmersión en los anillos.*

Resumen: Dado un anillo R y un conjunto C de elementos de R llamaremos *clausura aritmética* de C al subanillo engendrado por C . Si la clausura de C coincide con R diremos que C es denso en R . Con estas definiciones vale el teorema siguiente: "Dado un anillo A y un conjunto C caracterizado por propiedades entre los elementos de C y respecto de los de A , se obtiene un anillo B con las siguientes propiedades: 1. - El conjunto formado por los elementos de A y C es denso en B . - 2. El conjunto de los elementos de A constituye un subanillo de B isomorfo con A . - 3. Si R es otro anillo cualquiera que satisfice las propiedades 1) y 2), existe una ampliación homomórfica de B sobre R que mantiene invariantes los elementos de A y de C ".

5. BEPPO LEVI (Instituto de Matemáticas, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad del Litoral). *Matemáticas y Física en la teoría de la placa delgada.*

DIA 24 DE MAYO, a las 15 horas

1. LUIS A. SANTALÓ (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas, Universidad de Eva Perón y Comisión Nacional de la Energía Atómica), *Sobre los distintos tensores de la curvatura de un espacio de conexión afin no simétrica.*

Resumen: Dada una conexión afin L^i_jk se pueden deducir de ella otras dos conexiones

$$S^i_{jk} = \frac{1}{2} (L^i_{jk} + L^i_{kj}), T^i_{jk} = L^i_{kj}.$$

Las derivadas cóvariantes segundas de un vector a , pueden considerarse respecto de todas las variaciones con repetición de las tres conexiones anteriores tomadas 3 a 3. En efecto, la primera derivación es respecto una conexión y la segunda derivación precisa otras dos conexiones. Restando dos derivadas segundas con los índices permutados, se obtienen 27 tensores de curvatura. Se discuten estos tensores y sus contracciones.

2. EMILIO A. MACHADO (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas, Universidad de Eva Perón y Comisión Nacional de la Energía Atómica), *Sobre la función aleatoria.*

$$x(t) = \int_{t_0}^t K(t, s) d\xi(s)''$$

Resumen: Se estudia esta función, donde $\xi(s)$ es un proceso estocástico definido. Se obtienen resultados imponiendo al núcleo $K(s, t)$ y a $\xi(s)$ distintas condiciones. Se particulariza en el caso de $\xi(s)$ estacionario.

3. PEDRO PI CALLEJA (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas, Universidad de Eva Perón), *Sobre "suma de magnitudes"*.
4. GERMÁN FERNÁNDEZ (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas y Observatorio Astronómico de Eva Perón), *Sobre superficies desarrollables no regladas en un espacio de 4 dimensiones.*

Resumen: Se buscan las condiciones para que una superficie desarro-

llable no sea reglada en un espacio, euclidiano o no, de 4 dimensiones. Se encuentra la ecuación diferencial que deben cumplir estas superficies, la cual se discute.

5. RODOLFO RICABARRA (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas, Universidad de Eva Perón), *Sobre análisis armónico*.
6. G. DEDEBANT (Facultad de Ciencias Físico-matemáticas, Universidad de Eva Perón), *Hacia una termodinámica estadística de la atmósfera*.

Los meteorólogos modernos han abordado hasta el presente, la termodinámica de la atmósfera con los conceptos de la termodinámica de los gases en laboratorio. Sin negar la universalidad de los principios de las doctrinas termodinámicas en conjunto, es necesario, sin embargo, convenir que hay modalidades de aplicación, ya que la atmósfera no es una simple partícula de aire, sino un inmenso fluido, no uniforme y turbulento, sumergido en el campo gravitacional.

Por otra parte, el problema no habría sido considerado si la termodinámica "restringida" hubiera podido explicar todos los rasgos más esenciales de la estructura vertical de la atmósfera. Como no es éste el caso, hemos tratado de aplicar lo más correcta y clásicamente posible, la Mecánica Estadística de la Atmósfera y han resultado las conclusiones parciales siguientes, de acuerdo con los datos experimentales:

1º) El gradiente adiabático seco no es de $1^{\circ}\text{C}/100\text{m}$, sino de $0,76^{\circ}\text{C}/100\text{m}$.

2º) Además del equilibrio isotérmico existe también un estado de equilibrio adiabático (Estratósfera y tropósfera).

3º) La temperatura media de la Estratósfera (200°A) se deduce con gran precisión de la temperatura media del Globo Terrestre (288°A).

4º) Existe un nivel "isotérico" hacia los 14,4 Km., lo que permite establecer una relación de notable simplicidad entre las temperaturas absolutas en la Estratósfera y al nivel del suelo: su producto es constante.

7. DEDEBANT, G. y DI MAIO, R., *Nota sobre el cálculo de los errores cometidos en los sondeos de la atmósfera*.

La aerología plantea el problema de apreciar los errores cometidos en las funciones termodinámicas, a partir de los errores cometidos en los elementos fundamentales medidos en los sondeos: presión, temperatura, humedad. Estas funciones son en realidad unas *funcionales* y el problema exige el empleo del *cálculo de variación*. Considerando que el problema no ha sido hasta ahora expuesto claramente, los autores lo plantean en detalle, para el caso del geopotencial. Destacan que debe cuidarse bien la distinción entre los errores sistemáticos (o correcciones), que pueden ser calculados y eliminados, y los errores aleatorios, de los cuales sólo puede hacerse una apreciación por sus desviaciones tipo, partiendo de los gráficos de contraste. Indican que las fórmulas permiten calcular los errores sistemáticos a partir de los coeficientes de contraste, en los casos de un nivel isobárico fijo y de un nivel isobárico variable.

8. SÉLIX E. HERRERA (Instituto Físico-matemático, Universidad Nacional de Tucumán), *Una nota sobre la derivación de un orden real cualquiera*.

Resumen: Adoptando como punto de partida la definición de Riemann para la derivada $D^\alpha f(x)$ de un orden real cualquiera de una función $f(x)$, se demuestra, restringiéndose al caso de mayor interés en que $0 < \alpha < 1$, la fórmula:

$$D^\alpha f(x) = \frac{f(a)}{\Gamma(1-\alpha)} (x-a)^{-\alpha} + \frac{f'(a)}{\Gamma(2-\alpha)} (x-a)^{1-\alpha} +$$

$$\frac{f''(a)}{\Gamma(3-\alpha)} (x-a)^{2-\alpha} + \dots + \frac{f^{(k-1)}(a)}{\Gamma(k-\alpha)} (x-a)^{k-1-\alpha} +$$

$$\frac{f^{(k)}(\xi)}{\Gamma(k+1-\alpha)} (x-a)^{k-\alpha}; \quad a < \xi < x.$$

que generaliza la forma finita de la serie de Taylor. El desarrollo es legítimo si $f(x)$ admite un cierto intervalo $[x_1, x_2]$, derivadas ordinariamente continuas hasta el orden k inclusive y $x_1 < a < x < x_2$.

Bajo condiciones complementarias obvias, se obtiene la forma infinita del desarrollo.

Se prueba además el siguiente resultado: si dos funciones tienen en un cierto intervalo una misma derivada de orden α ; $0 < \alpha < 1$, deben diferir necesariamente en una función $\varphi(x) = C(x-a)^{\alpha-1}$ con C constante arbitraria. En el caso límite $\alpha = 1$, se obtiene en particular un teorema fundamental del Cálculo.

9. ANTONIO MONTEIRO, *Bases distributivas de los espacios de Boole.*

Reticulados regularmente disconexos. Filtros y ultrafiltros Stonianos. Filtros conexos y componentes conexas. Caracterización descriptiva de la compactificación de Stone de los espacios topológicos regularmente disconexos. Aritmética de los reticulados normalmente disconexos y las bases multiplicativas de los espacios de Boole.

Por último se resolvió, en principio, a raíz de una invitación formulada por los doctores Caluvita y Balanzat, realizar en San Luis (Universidad Nacional de Cuyo) la próxima reunión de la UMA, en septiembre de este año.

Además se recibió una invitación del Director Nacional de la Dirección Nacional de Energía Atómica, a la UMA, para visitar esa dependencia.

BIBLIOGRAFIA

Deuxième Colloque de Géométrie Algébrique. Celebrado en Liege del 9 al 12 de junio de 1952. Centre Belge de Recherches Mathématiques. George Thone, Liege, y Masson & Cie. París, 1952. (Un volumen de 244 páginas).

Los Coloquios del Centro Belga de Investigaciones Matemáticas, con la publicación de sus comunicaciones en forma de volumen como el que reseñamos, presentan una grata novedad en la literatura matemática. Las exposiciones de "puesta al día", de métodos recientes, de últimos resultados, de

comparación de procedimientos..., realizados por especialistas de primera fila, presentan siempre un marcado interés para todo el público matemático y son de una gran utilidad para dar una visión panorámica de las problemas que actualmente preocupan a los cultores de la disciplina a la que está dedicado el Congreso.

La lista de conferencias contenidas en el presente volumen es la siguiente: O. Chisini (Curvas de ramificación en los planos múltiples y trenzas algebraicas); L. Gauthier (Trabajos recientes referentes a la clasificación de las curvas algebraicas); M. Villa (Transformaciones puntuales y transformaciones cremonianas); E. Kähler (Sobre la teoría de los cuerpos algebraicos); P. Dolbeault (Formas diferenciales meromorfas sobre las variedades kählerianas compactas); F. Conforto (Problemas resueltos y no resueltos de la teoría de funciones abelianas y sus relaciones con la geometría algebraica); A. Andreotti (Los problemas de clasificación en la teoría de superficies algebraicas irregulares); A. Néron (La teoría de la base para los divisores sobre las variedades algebraicas); W. Gröbner (La teoría de ideales y la geometría algebraica); F. Gaeta (Algunos progresos recientes en la clasificación de las variedades algebraicas de un espacio proyectivo); P. Burniat (Modelos de superficies canónicas normales de S_3 y de género lineal $11 \leq p^{(1)} \leq 17$); L. Nolle (Introducción a las curvas casi irreducibles de una superficie algebraica, con aplicación a la regularidad de ciertos sistemas lineales); L. Godeaux (Las singularidades de los puntos de ramificación aislados en las superficies múltiples).

L. A. Santaló

L. GODEAUX y O. ROZET, *Leçons de Géométrie Projective*, 2ª edición, 278 pgs. Sciences et Lettres, Liege, 1952.

Se trata de la segunda edición de la conocida Geometría Proyectiva de L. Godeaux aparecida en 1932. Es una Geometría Proyectiva sintética (con algunas indicaciones analíticas) del plano y del espacio que contiene, claramente expuesto, lo que suele ser el contenido de los cursos correspondientes a dicha materia de nuestras facultades de ingeniería y de Ciencias, con cierto complementos que en general no figuran en los programas de los mismos. Comparándola con las clásicas obras de Enriques y Severi, la de Godeaux-Rozet es mas completa en varios aspectos, por ejemplo en el estudio de las homografías y reciprocidades en el espacio, prescindiendo, en cambio, de la discusión de los principios básicos que con tanto detalle se encuentran sobre todo en la primera de las obras citadas.

Esta edición presenta el agregado de un capítulo final con 79 ejercicios, muy bien seleccionados, algunos clásicos y otros novedosos, todos ellos con la solución.

He aquí el índice de los capítulos. I. Proposiciones fundamentales; II. Cuaternas armónicas; III. El teorema fundamental de la Geometría Proyectiva; IV. Proyectividades entre formas de primera especie; V. Involuciones en las formas de primera especie; VI. Proyectividades entre dos formas de segunda especie; VII. Las cónicas; VIII. Proyectividad entre cónicas; IX. Fi-

guras engendradas por haces proyectivos; X. Figuras engendradas por radiaciones proyectivas; XI. Homografías en el espacio; XII. Reciprocidades involutivas en el espacio; XIII. Ejercicios.

L. A. Santaló

MANUEL SADOSKY, *Cálculo Numérico y Gráfico*, Ediciones Librería del Colegio. Buenos Aires, 350 páginas, 1952.

La aparición del libro del Dr. Manuel Sadosky "Cálculo Numérico y Gráfico" llena un vacío en la bibliografía matemática, en lengua castellana. Vacío que se ha ido haciendo tanto más evidente a medida que, como ha ocurrido en los últimos años, las cuestiones de cálculo numérico y mecánico han ido tomando mayor preeminencia.

El divorcio que tradicionalmente ha existido entre los que *estudian* rigurosamente la matemática con sus teoremas de existencia y los que *emplean* la matemática, tomando de los manuales técnicos las soluciones ya tabuladas, debe ser zanjada, mostrando a los que *usan* la matemática, cómo puede hacerse para resolver efectivamente los problemas llegando a los resultados numéricos precisando el orden de aproximación logrado.

En este primer volumen del Dr. Sadosky, que anuncia en el prólogo un segundo tomo con cuestiones de matemática aplicada, se desarrollan temas que interesan a los estudiantes de las escuelas de ingeniería y ciencias, particularmente a los alumnos de los doctorados en matemática y física que siguen la orientación aplicada.

El libro contiene numerosos ejemplos desarrollados y ejercicios propuestos y el número de grabados (122) facilita su lectura.

El índice es el siguiente: 1º: Aproximaciones numéricas. 2º: Escalas. 3º: Gráficos logarítmicos. 4º: Regla de cálculo. 5º: Nomografía. 6º: Sistemas lineales. 7º: Resolución numérica de ecuaciones. 8º: Interpolación. 9º: Diferenciación e integración numérica. 10º Integración gráfica y mecánica. 11: Integración aproximada de ecuaciones diferenciales. Apéndice: Evolución del cálculo numérico y automático.

El libro se mantiene en un nivel elemental. Las notas e indicaciones bibliográficas, muy oportunas, permiten orientar a los lectores que aspiren a un desarrollo ulterior. La presentación tipográfica es muy buena. Sólo nos resta desear que el segundo volumen anunciado aparezca en fecha próxima.

E. M. Machado

UNION MATEMATICA ARGENTINA

MIEMBROS HONORARIOS

Tulio Levi-Civita (†); Beppo Levi; Alejandro Terracini; George D. Birkhoff (†); Marshall H. Stone; Georges Valiron, Antoni Zygmund, Godofredo García.

REPRESENTANTES EN EL EXTRANJERO

Ing. Rafael Laguardia (Uruguay). Ing. José Luis Massera (Uruguay). Dr. Godofredo García (Perú). Dr. Leopoldo Nachbin (Brasil). Dr. Roberto Frucht (Chile). Dr. Mario González (Cuba). Dr. Alfonso Nápoles Gandara (México). Pedro Puig (España). Georges Valiron (Francia). Alejandro Terracini (Italia).

Contribuyen especialmente al sostenimiento de las publicaciones de la UNION MATEMATICA ARGENTINA los siguientes
MIEMBROS PROTECTORES

COMPAÑIA INDUSTRIAL DEL NORTE DE SANTA FE. INGENIO AZUCARERO "ARNO" (Villa Ocampo. F. C. S. F.). — JULIO REY PASTOR (Buenos Aires). — EMILIA J. DE DOMÍNGUEZ (Buenos Aires). — TRICERRI HNOS. (Rosario). — CLOTILDE A. BULA (Rosario). — ELBA R. RAIMONDI (Buenos Aires). — FERNANDO L. GASPAR (Rosario).

PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

Revista de la U. M. A. — Vol. I (1936-1937); Vol. II (1938-1939); Vol. III (1938-1939); Vol. IV (1939); Vol. V (1940); Vol. VI (1940-1941); Vol. VII (1940-1941); Vol. VIII (1942); Vol. IX (1943); Vol. X (1944-1945).

Revista de la U. M. A. y órgano de la A. F. A. — Vol. XI (1945-1946); Vol. XII (1946-1947); Vol. XIII (1948); Vol. XIV (1949-1950).

Revista de la U. M. A. y de la A. F. A. — Vol. XV (1951-1953).

Los volúmenes III, IV, V y VI comprenden los siguientes fascículos separados:

Nº 1. GINO LORIA, *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina.* — Nº 2. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, *Sobre las series de funciones de Hermitc.* — Nº 3. MICHEL PETROVICH, *Remarques arithmétiques sur une équation différentielle du premier ordre.* — Nº 4. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace.* — Nº 5. NIKOLA OBRECHKOFF, *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes.* — Nº 6. RICARDO SAN JUAN, *Derivación e integración de series asintóticas.* — Nº 7. Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri. — Nº 8. F. AMODEO, *Origen y desarrollo de la Geometría Proyectiva.* — 9. CLOTILDE A. BULA, *Teoría y cálculo de los momentos dobles.* — Nº 10. CLOTILDE A. BULA, *Cálculo de superficies de frecuencia.* — Nº 11. R. FRUCHT, *Zur Geometria auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida).* — Nº 12. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ, *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux.* — Nº 13. E. TORANZOS, *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan.* — Nº 14. M. BALANZAT, *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos.* — Nº 15. G. KNIE, *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista.* — Nº 16. A. TERRACINI, *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas.* — Nº 17. L. A. SANTALÓ, *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por n rectas arbitrarias.* — Nº 18. A. WINTNER, *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades).* — Nº 19. E. FERRARI, *Sobre la paradoja de Bertrand.* — Nº 20. J. BABINI, *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre.* — Nº 21. R. SAN JUAN, *Un algoritmo de sumación de series divergentes.* — Nº 22. A. TERRACINI, *Sobre algunos lugares geométricos.* — Nº 23. V. y A. FRAILE y C. CRESPO, *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano.* — Nº 24. R. FRUCHT, *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes.* — Nº 25. E. R. RAIMONDI, *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos.*

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Vol. I; Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo.* Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico.* Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito.* Nº 4. — JULIO REY PASTOR, *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones. Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF.*

Vol. II; Nº 1. — YANNY FRENKEL, *Criterios de bicompacidad y de H -completitud de un espacio topológico accesible de Frechet-Riesz.* Nº 2. — GEORGES VALIRON, *Fonctions entières.*

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea matemática.*