Volumen XVIII Número 1

REVISTA

DE LA

UNION MATEMATICA ARGENTINA

(Miembro del patronato de la Mathematical Reviews)

Y DE LA

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Director: José Babini
Redactores de la U. M. A.: Julio Rey Pastor, Luis A. Santaló, Mischa Cotlar
Redactores de la A. F. A.: Enrique Gaviola, Guido Beck, Rodolfo Busch

SUMARIO

BUENOS AIRES
1956

UNION MATEMATICA ARGENTINA

La U. M. A. reconoce cuatro categorías de miembros: honorarios, protectores titulares y adherentes. El miembro protector paga una cuota anual de 200 $, por lo menos; el titular una cuota anual de 120 $; y el adherente (estudiantes solamente) una cuota anual de 40 $. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio libre de gastos, a la orden del Tesorero, Dr. Germán Fernández, calle 71 nº 858. La Plata, Rep. Argentina.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la Mathematical Reviews (sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a esa importante revista de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el precio de suscripción que es de 20 dólares por año. Los socios de la U. M. A. pagarán por tanto sólo 10 dólares por año.

Los autores de trabajos reciben gratuitamente una tirada aparte de 50 ejemplares. Las correcciones extraordinarias de pruebas, son por cuenta de los autores.

JUNTA DIRECTIVA

Presidente, Alberto González Domínguez; Vicepresidente 1º, Luis A. Santaló; Vicepresidente 2º, César A. Trejo; Tesorero, Germán Fernández; Protesorero, Emilio Roxin; Secretario General, Pedro Pi Calleja; Director de Publicaciones, José Babini; Secretarios Locales: (La Plata) Nelly M. Pláceres, (Buenos Aires) María J. Erramuspe, (Rosario) Juan Olguin, (Bahía Blanca) Susana Fernández Long, (Tucumán) Ilda C. Guglielmone de D'Angelo, (San Juan) Sergio Sispánov, (Santa Fe) Juan de Dios Olivieri, (San Luis) Modesto González, (Mendoza) Yanny Frenkel de Cotlar, (Salta) Roberto Ovejero, (Córdoba) Víctor Urciolo, (San Carlos de Bariloche) Manuel Balanzat.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

La A. F. A., asociación privada de investigadores, profesores y estudiantes de física y de astronomía, tiene por objeto fomentar el progreso de la investigación y de la enseñanza de dichas materias por medio de reuniones científicas periódicas y de la publicación de trabajos originales.

Podrán ingresar como socios activos quienes hayan efectuado investigaciones originales; pueden ser socios adherentes los profesores que no cumplan este requisito; y socios estudiantes los que hayan aprobado el primer año de estudios de física o de astronomía.

Las solicitudes de ingreso, que deberán llevar la firma de dos socios activos o adherentes, habrán de dirigirse al secretario local que corresponda. Los socios activos abonarán una cuota mensual de $ 18, los adherentes de $ 15, los estudiantes de $ 6. Si el pago se hace en una sola cuota anual, será de 180, 150 y 60 pesos, respectivamente. En estas cuotas están incluidas las suscripciones a la "Revista de la U. M. A. y de la A. F. A." y a la revista "Ciencia e Investigación".

La correspondencia relacionada con las colaboraciones debe dirigirse al Secretario de Publicaciones de la A. F. A., Mario Bunge, Facultad de Ciencias Exactas, Perú 222, Buenos Aires.

Se solicita a las instituciones a que pertenecen los autores contribuyan con una cuota de 50 $ por página, lo que les dará derecho a recibir 100 apartados libres de cargo. Las instrucciones relativas se enviarán con las pruebas de galera.

COMISION DIRECTIVA (1956-58)

Presidente: Fidel Alsina Fuertes. Andes 112, Martínez.
Tesorero: Carlos A. Mallmann. Eduardo Madero 1200, Martínez.
Secretario en Buenos Aires: Ernesto E. Galloni. Yerbal 1763.
» » La Plata: E. Jorge Bertomeu. Diagonal 80, 620.
» » Bariloche: Juan A. McMillan. Casilla de Correo 151.
» » Tucumán: Augusto Battig. Instituto de Física.
Secretario de Publicaciones: Mario Bunge. Deán Funes 1874, Florida.

Abonnement annuel à l'etranger: 5.00 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifique, administrative et les échanges à l'adresse ci-dessous:

REVISTA DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA
Casilla de Correo 3588
Buenos Aires (Argentina)

REVISTA

DE LA

UNION MATEMATICA ARGENTINA

(Miembro del patronato de la Mathematical Reviews)

Y DE LA

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

VOLUMEN XVIII
1956

BUENOS AIRES
1956

APLICACION DE LA TRANSFORMACION DE LAPLACE A LA DIFRACCION EN REDES IRREGULARES

por DIETRICH VOELKER, Mendoza

(Comunicado en la reunión de la U.M.A., Buenos Aires, 3/12/1955)

Consideramos la difracción de la luz, que es producida por un haz homogéneo de rayos paralelos, que inciden ortogonalmente en una pantalla plana vertical con ranuras que están situadas a lo largo de un eje horizontal t, y que son ortogonales a dicho eje. Si suponemos que las ranuras son de altura infinita en ambas direcciones, tenemos independencia de la segunda coordenada, y se tienen sólo haces difractados paralelos al plano horizontal; cada haz está compuesto de rayos paralelos. Observamos la difracción mediante una lente convergente (con extensión infinita por lo menos en la dirección de la segunda coordenada), de modo que el fenómeno se reduce a una recta que pasa por el foco de la lente y es paralela al eje t; cada haz difractado produce un solo punto (1) en la recta.

Las ranuras generalmente se suponen equidistantes (retículo de rayas); nosotros admitimos, más generalmente, que sus distancias varían de una manera determinada. Además admitiremos, en un caso, que los anchos de las ranuras tampoco sean todos iguales. Abandonaremos también la hipótesis, comúnmente hecha, de que la pantalla contenga sólo partes totalmente transparentes (= aberturas) y totalmente no transparentes, sino que presentaremos como transparencia de las aberturas ciertas funciones. Trataremos el problema de cómo, en el caso de un retículo in-

(1) Para evitar que a este punto llegara (por segundo) una energía infinita, deberíamos agregar la condición, de que los haces de luz que pasan por las ranuras, sean limitados por arriba y por abajo, y esto sin difracción (o con difracción despreciable); pero esta consideración es superflua, puesto que integramos sólo a lo largo del eje t, es decir en forma unidimensional, de modo que tomamos en cuenta sólo una capa de altura uno.

finito en la dirección t; debe disminuir la transparencia a lo largo del eje t para que resulten en la recta de observación intensidades de luz finitas. El método usado es la transformación de Laplace, que se obtiene por una pequeña generalización de la integral de Kirchoff.

La integral de Kirchoff, que da la distribución de las amplitudes de la luz difractada, se reduce en nuestro caso, que es nada más que la difracción de Fraunhofer y que es undimensional, a la integral

$$(1) \qquad \int e^{-2it(\pi/\lambda)\,\mathrm{sen}\,2\vartheta}\,dt,$$

donde

$\lambda =$ longitud de onda de la luz usada

$2\vartheta =$ ángulo de difracción (ángulo formado por el haz principal y el haz difractado observado)

y donde la integral debe extenderse a todas las ranuras a lo largo del eje t.

Supongamos ahora que no existen ranuras en el semieje negativo de t, y definamos en el semieje positivo una función $F(t)$ que signifique la transparencia de la pantalla, de modo que siempre es $0 \leqq F(t) \leqq 1$. Si usamos aun la abreviatura: $\frac{\pi}{\lambda}\,\mathrm{sen}\,2\vartheta = p$, la integral de Kirchoff se presenta ahora en la forma mas general:

$$(2) \qquad \int_0^\infty e^{-2pit}\,F(t)\,dt.$$

Entonces las amplitudes que se producen a lo largo de la recta de observación son

$$(3) \qquad a(p) = K\sqrt{I_0}\int_0^\infty e^{-2pit}\,F(t)\,dt,$$

donde I_0 es la intensidad constante de la luz que incide en la pantalla, y K es un factor de proporcionalidad (²). La función de las amplitudes $a(p)$ depende de las dos variables ϑ y λ.

Usando la terminología de la transformación de Laplace

$$(4) \qquad f(s) = \int_0^\infty e^{-st} F(t)\, dt,$$

podemos escribir la (3) en la forma

$$(5) \qquad a(p) = K\sqrt{I_0}\; f(2pi),$$

y decir que la función f, que determina la función de las amplitudes, es la función transformada, mientras que su función original $F(t)$ es la función de la transparencia.

Las intensidades $i(p)$ a lo largo de la recta de observación son

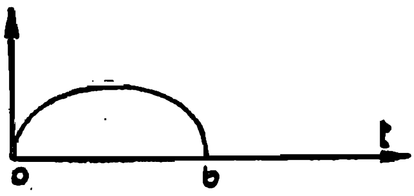
$$(6) \qquad i(p) = \frac{1}{2}\, |a(p)|^2 = \frac{K^2 I_0}{2}\, |f(2pi)|^2.$$

El pasaje de $f(s)$ a $a(p)$ según la (5) es solamente posible si la integral de Laplace (4) converge en $Rs \geqq 0$. Esto se cumple siempre cuando $F(t)$ se anula idénticamente desde un cierto t en adelante (= caso de un retículo finito), pues entonces la integral de Laplace de $F(t)$ (abreviada por $LF(t)$) converge en todo el plano $-\infty < Rs < \infty$, y el pasaje de $f(s)$ a $a(p)$ es posible. Pero en casos de retículos infinitos (en la dirección del eje t) puede ocurrir que $LF(t)$ no converja en el eje imaginario $Rs = 0$, de modo que debemos someter $F(t)$ a una modificación para lograr la convergencia de $LF(t)$ en todo el eje imaginario.

A continuación damos unos ejemplos típicos para las distintas posibilidades que hemos mencionado recién y en la introducción.

(²) Este factor no tiene importancia porque generalmente interesa sólo la *distribución* de las amplitudes, y puede omitirse.

1) Una sola ranura, con transparencia no constante.



$$F(t)=1-\left(\frac{2t}{b}-1\right)^{2n}$$

$(n \text{ entero} > 0)$

$$L\,F(t)=\int_0^\infty e^{-st}F(t)\,dt=\int_0^b e^{-st}\left[1-\left(\frac{2t}{b}-1\right)^{2n}\right]dt$$

$$=\frac{1-e^{-bs}}{s}-b\,e^{-(b/2)s}\int_0^1 t^{2n}\cosh\frac{b}{2}st\,dt=f(s).$$

La última integral converge para $Rs=0$ (y aún para todo s), y las funciones de las amplitudes y de la intensidad resultan finitas:

$$a(p)=f(2pi)$$

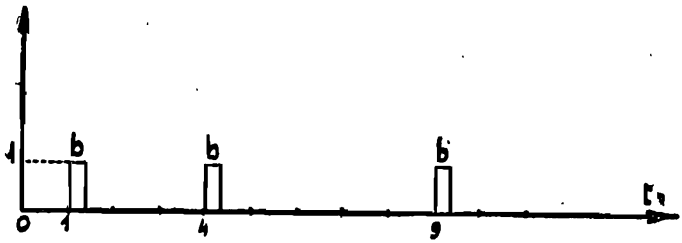
$$i(p)=|f(2pi)|^2 \text{ (3)}.$$

La evaluación de la integral para n pequeño es fácil. Si $n\longrightarrow\infty$, resulta $f(s)\longrightarrow\dfrac{1-e^{-bs}}{s}$, pues la integral se anula. Este caso límite corresponde a una transparencia constante:

$$F(t)=1 \quad (0<t<b).$$

2) Ranuras con anchos iguales, pero con distancias crecientes. En los puntos $t=k^2(k=1,2,3,\ldots)$ están situados los extremos izquierdos de ranuras del ancho b; la transparencia en las ranuras es igual a 1.

(3) En adelante suprimimos los factores constantes, cfr. nota anterior.



$b<3$

$$F(t)=\begin{cases} 1 & \text{si } k^2<t<k^2+b \\ 0 & \text{en los otros } t \end{cases}$$

$$LF(t)=\int_0^\infty e^{-st}F(t)\,dt=\sum_{k=1}^{\infty}\int_{k^2}^{k^2+b} e^{-st}\,1\,dt=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-k^2s}-e^{-(k^2+b)s}}{s}$$

$$=\frac{1-e^{-bs}}{s}\sum_{k=1}^{\infty}e^{-k^2s}=\frac{1-e^{-bs}}{2s}\left[\vartheta_3\left(0,\frac{s}{\pi^2}\right)-1\right],$$

donde ϑ_3 es la tercera función Theta:

$$\vartheta_3(v,x)=\frac{1}{\sqrt{\pi x}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k e^{-(1/x)(v+k)^2}=1+2\sum_{k=1}^{\infty}e^{-\pi^2k^2x}\cos 2\pi k v.$$

La integral de Laplace converge evidentemente a la derecha del eje imaginario $Rs=0$ (la abscisa de convergencia es $=0$); pero no converge en todos los puntos del eje mismo; por ej., no converge en el origen $s=0$, donde la integral de Laplace se hace infinita. Por tanto, la intensidad en $s=0$, o bien en $p=0$ (lo que significa $\vartheta=0$ y en consecuencia el haz de los rayos primarios) es infinita, de acuerdo con el hecho de que la energía total que pasa por segundo por las ranuras entre las alturas 0 y 1 ([4]), también es infinita.

Para obtener valores finitos hay que modificar $F(t)$ de tal manera que la integral de Laplace converja por lo menos en todo el eje imaginario $Rs=0$. Por ej., es suficiente multiplicar la transparencia $F(t)$ por $e^{-\varepsilon t}(\varepsilon>0)$ ([5]), es decir amortiguarla.

([4]) Ver nota 1.

([5]) También serviría un factor $O\left(\frac{1}{t^{\varepsilon}+1}\right)$ ($\varepsilon>0$, pues la integral de Laplace de una función integrable y $O\left(\frac{1}{t^{\varepsilon}+1}\right)$ ($\varepsilon>0$) converge en el eje imaginario $Rs=0$.

Entonces la abscisa de convergencia de $LF(t)$ se traslada (según las reglas conocidas) en ε a la izquierda; en el caso presente la abscisa de convergencia es $-\varepsilon$, y la convergencia está asegurada en el eje imaginario: todas las intensidades $i(p)$ resultan finitas.

Ahora tenemos:

La transparencia

$$F(t)=\begin{cases} e^{-\varepsilon t} & \text{si} \quad k^2<t\leq k^2+b \\ 0 & \text{en los otros } t \end{cases};$$

su transformada

$$f(s)=\frac{1-e^{-b(s+\varepsilon)}}{2(s+\varepsilon)}\left[\vartheta_3\left(0,\frac{s+\varepsilon}{\pi^2}\right)-1\right];$$

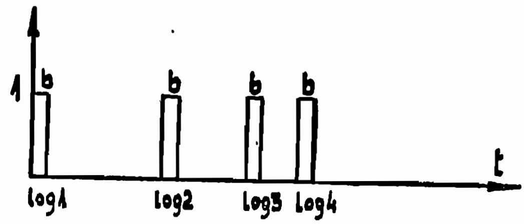
la función de las amplitudes

$$a(p)=\frac{1-e^{-b(2pi+\varepsilon)}}{2(2pi+\varepsilon)}\left[\vartheta_3\left(0,\frac{2pi+\varepsilon}{\pi^2}\right)-1\right];$$

y la intensidad que corresponde a 2ϑ

$$i(p)=|a(p)|^2.$$

3) Ranuras con anchos iguales, pero con distancias decrecientes. En los puntos $t=\log k (k=1,2,3,...)$ están situados los extremos izquierdos de las ranuras de ancho b; la transparencia en las ranuras la imponemos primeramente igual a 1.



Este ejemplo tiene la complicación de que —cuando es $\log(k+1)-\log k \leqq b$, o bien $k\geqq\frac{1}{e^b-1}$ — las ranuras se superponen. Sin embargo no se puede decir que desde ese k en adelante resulte en realidad una sola ranura, infinita en la dirección $t \to \infty$, porque esta «ranura» tiene saltos de la transparencia. Desde $t = k \geqq \frac{1}{e^b - 1}$ en adelante, la transparencia crece (6) en forma complicada y rápida por la sumación de un número de transparencias cada vez más grande. Esto no ocurrió en el ejemplo anterior (ej. 2) y hace esperar, que esta vez la amortiguación tendrá que ser más fuerte que en el ejemplo 2).

$F(t)$ tiene en nuestro caso la representación

$$F(t) = [e^t] - [e^{t-b}],$$

donde el símbolo $[x]$ significa el máximo entero $\leqq x$.

Pero para obtener su transformada $f(s)$, usamos más cómodamente la definición original de $F(t)$ y tenemos:

$$L\,F(t) = \int_0^\infty e^{-st} F(t)\,dt = \sum_{k=1}^\infty \int_{\log k}^{\log k + b} e^{-st}\,dt = \sum_{k=1}^\infty \frac{e^{-s\log k} - e^{-s(\log k + b)}}{s}$$

$$= \frac{1 - e^{-bs}}{s} \sum_{k=1}^\infty e^{-s\log k} = \frac{1 - e^{-bs}}{s} \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{s^k}$$

$$= \frac{1 - e^{-bs}}{s}\,\zeta(s) = f(s),$$

donde $\zeta(s)$ es la función Zeta de Riemann. La abscisa de convergencia de $L\,F(t)$ es $\geqq 1$, pues $\zeta(1)$ tiene en $s = 1$ un polo (de primer orden).

Para determinar la abscisa de convergencia se tiene

$$e^t - 1 < [e^t] \leqq e^t$$

$$e^{t-b} - 1 < [e^{t-b}] \leqq e^{t-b}$$

y en consecuencia

$$e^t - 1 - e^{t-b} < [e^t] - [e^{t-b}] < e^t - (e^{t-b} - 1).$$

(6) Transparencias más grandes que 1 no tienen sentido físico. Si intervienen formalmente, debe ser interpretadas como "transferencias" que no sólo dejan pasar toda la luz incidente, sino que además aumentan su intensidad.

A causa de $e^t - e^{t-b} = e^t(1-e^{-b})$, la función $F(t) = [e^t] - [e^{t-b}]$ se comporta, si $t \to \infty$, como $C \cdot e^t$, lo que implica que la abscisa de convergencia de $LF(t)$ tiene el valor 1.

Por tanto, para lograr convergencia de $LF(t)$ en $Rs > 0$, $F(t)$ debe ser multiplicada por e^{-t}. Pero entonces subsiste la divergencia en $s=0$. Logramos convergencia en todo el eje imaginario $Rs=0$, multiplicando $F(t)$ por $e^{-(1+\varepsilon)t}$ $(\varepsilon > 0)$ (7).

La condición, puesta por la Física, de que la transparencia sea $\leqq 1$, se cumple a causa de

$$e^{-t}F(t) < 1 - e^{-b} + e^{-t}$$

desde $t=b$ en adelante. Pero si $t<b$ y si además $b > \log 2$, la función $e^{-t}F(t)$ toma en el intervalo $\log 2 < t < b$ valores mayores que 1. Pero son $\leqq \frac{3}{2}$, pues en el intervalo vale

$$1 - e^{-b} + e^{-t} \leqq 1 + e^{-t} \leqq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

En consecuencia bastaría multiplicar la función $e^{-t}F(t)$ por el factor $\frac{2}{3}$; pero si se desea una modificación sólo local, debería restarse la función $\phi(t)$ igual a $\frac{1}{2}$ en el intervalo e igual a 0 en el intervalo complementario.

La función $e^{-(1+\varepsilon)t}F(t) = F_1(t)$ tiene la transformada

$$f_1(s) = \frac{1-e^{-b(s+1+\varepsilon)}}{s+1+\varepsilon}\,\zeta(s+1+\varepsilon).$$

La integral de Laplace converge en $Rs > -\varepsilon$, de modo que tenemos convergencia en el eje imaginario $Rs=0$, y las funciones de las amplitudes $a(p)$ y de la intensidad $i(p)$ dan siempre valores finitos.

Si $b > \log 2$, $F_1(t)$ y $f_1(s)$ pueden ser multiplicadas por el factor $\frac{2}{3}$. Si se desea restar de $F_1(t)$ la función

(7) o por otra función integrable que sea $O\,(e^{-(1+\varepsilon)t})$ o $O\left(\frac{e^{-t}}{t^{1+\varepsilon}}\right)$.

$$e^{-\varepsilon t}\phi(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-\varepsilon t} & \text{si} \quad \log 2<t<b\\ 0 & \text{en los otros} \quad t,\end{cases}$$

hay que restar de la transformada $f_1(s)$ la función

$$\frac{\dfrac{1}{2^{s+\varepsilon}}-e^{b(s+\varepsilon)}}{2(s+\varepsilon)}.$$

La integral de Laplace de la función $e^{-\varepsilon t}\phi(t)$ converge en todo el plano de las s. —

De los ejemplos 2) y 3) se llega fácilmente al siguiente resultado: si las ranuras tienen la transparencia constante 1 y anchos iguales, pero distancias entre sí distintas (en otras palabras: si se trata de una estructura análoga a los líquidos), $F(t)$ tiene como transformada la serie de Dirichlet:

$$f(s)=\frac{1-e^{-bs}}{s}\sum_k e^{-l_k s},$$

donde los l_k son los extremos izquierdos de las ranuras, y b su ancho.

En los casos en que el número de ranuras y la extensión del retículo son infinitos, se cumple siempre la condición:

$$0\leqq l_1<l_2<l_3<\ldots\to\infty;$$

pero si se quiere evitar superposiciones de las ranuras, tiene que agregarse la condición: $l_{k+1}>l_k+b$.

Bajo esta última condición, la serie de Dirichlet converge por lo menos en $Rs>0$, pues se tiene:

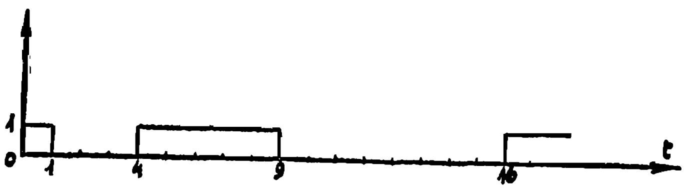
$$\left|\sum_{k=1}^{\infty}e^{-l_k s}\right|\leqq\sum_{k=1}^{\infty}\left|e^{-l_k s}\right|=\sum_{k=1}^{\infty}e^{-l_k Rs}<\sum_{k=1}^{\infty}e^{-(l_1+(k-1)b)Rs}$$
$$=e^{-(l_1-b)Rs}\sum_{k=1}^{\infty}e^{-kbRs}.$$

La última suma es una serie geométrica y converge si $Rs>0$.

Es evidente que también la integral de Laplace converge bajo nuestras condiciones por lo menos en el mismo semiplano, pues es $F(t)\leqq 1$, y $L1$ converge en $Rs>0$. —

4) Ranuras con anchos y distancias crecientes.

Los extremos izquierdos de las ranuras están situados en los puntos $t=0, 4, 16, \ldots, (2k)^2, \ldots$ y los extremos derechos en los puntos $t=1, 9, 25, \ldots, (2k+1)^2, \ldots$. La transparencia en las ranuras se supone primeramente igual a 1.



Pero esta función de transparencia, que es

$$F(t)=\begin{cases} 1 & \text{si} \quad (2k)^2 < t < (2k+1)^2 \\ 0 & \text{en los otros } t \end{cases}$$

no sirve, porque su integral de Laplace diverge en $s=0$:

$$\int_0^\infty F(t)\, dt = \infty .$$

Por consiguiente debemos aplicar otra vez una amortiguación, y se ve fácilmente que basta la misma del ejemplo 2), es decir la multiplicación de $F(t)$ por el factor $e^{-\varepsilon t}(\varepsilon > 0)$ (8). Entonces se tiene

$$F(t)=\begin{cases} e^{-\varepsilon t} & \text{si} \quad (2k)^2 < t \leq (2k+1)^2 \\ 0 & \text{en los demás puntos;} \end{cases}$$

y el cálculo da el resultado

$$f(s)=\frac{1+\vartheta_0(0, \frac{s+\varepsilon}{\pi^2})}{2(s+\varepsilon)},$$

(8) Pues $L e^{-\varepsilon t}$ converge en $\mathfrak{R} s > -\varepsilon$. Serviría también el factor $\frac{1}{t^{1+\varepsilon}}$, ver pág. 5, nota al pie (5).

donde

$$\vartheta_0(v,x)=\frac{1}{\sqrt{\pi x}}+2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k e^{-\pi^2k^2x}\cos 2\pi k v$$

$$=1+\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-(1/x)(v+1/2+k)^2}.$$

(función Theta del orden cero).

Siendo la abscisa de convergencia $=-\varepsilon$, resultan (finitas)

$$a(p)=f(2pi)$$

$$\text{e} \quad i(p)=|a(p)|^2. —$$

Respecto a ejemplos de retículos con extensión infinita; pero sin amortiguación de la transparencia, mencionamos sólo que son fáciles de construir, y que basta hacer disminuir los anchos de las ranuras como por ej. $\frac{1}{2^k}$ o como $\frac{1}{k^\alpha}$ $(\alpha>1)$. —

En cuanto a la realización experimental de estos o semejantes ejemplos, caben las consideraciones siguientes.

Si pensamos sólo en la extensión de las redes a lo largo del eje t, no hay problemas:

Casos con un número finito de ranuras permiten una realización fácil por modelos, los casos con un número infinito de ranuras (y extensión infinita del retículo en la dirección $t\to\infty$) lo permiten sólo aproximadamente; el valor de la aproximación aumenta con las extensión de las redes usadas en el experimento, y con la amortiguación aplicada a las ranuras lejanas que son suprimidas en el modelo.

Si $b=$const. y los l_k son equidistantes (retículo normal), el modelo representa una estructura cristalina, y la serie de Dirichlet se reduce a una serie geométrica.

Si $b=$const. y si las distancias entre los l_k tienen una distribución determinada, el modelo representa la estructura de los líquidos.

Si tanto b como las distancias entre los l_k varían, el modelo representa la estructura de sustancias altopolimerizadas micelares.

Estas comparaciones valen en los casos de retículos finitos.

Si el número de las ranuras y la extensión del retículo son infinitos, molesta la amortiguación, si es necesario imponerla a las transparencias. —

Más difícil presenta el problema de la realización experimental, si pensamos en la extensión de las redes en la otra dirección, ortogonal a *t*.

En los libros de texto se llega a la forma unidimensional de la integral de Kirchoff, siempre partiendo de la suposición de ranuras de alturas infinitas en ambas direcciones. Bajo esta condición teórica, se tiene independencia de la otra coordenada y la integral unidimensional es aplicable. En cuanto a la realización experimental, se cree que la aproximación es tanto mejor, cuanto más altas sean las ranuras.

Pero dicha suposición, de que el caso infinito sea el límite de los casos finitos, no es cierta, como puede deducirse fácilmente de los trabajos de otros autores sobre otro tema (9).

Por lo tanto hay que buscar otras soluciones, y para destacar las dificultades a superar, hemos detallado en la introducción del presente trabajo las consecuencias de la suposición de ranuras infinitas, comúnmente hecha en la literatura.

Las condiciones implicadas han sido:

1) la posibilidad de producir haces de luz homogéneos de extensión considerable;

2) la posibilidad de producir haces de luz que son formados por rayos paralelos sólo a una dirección;

además las condiciones triviales:

3) la existencia de ranuras de altura infinita;

4) la existencia de haces de luz homogéneos con energía infinita, es decir de corte infinita;

5) la existencia de lentes con extensión infinita.

Una solución del problema fue dada por Born (10), que logra

---

(9) R. Hosemann y D. Joerchel, *Zeitschrift für Physik* 138 (1954), pág. 209; Boersch, ibid, 131 (1951), pág. 78.

(10) M. Born, *Optik*, § 48, Springer, Berlín, 1933.

una muy buena aproximación experimental del caso unidimensional, empleando en lugar de una fuente «puntiforme» de luz, una que tiene la forma de un alambre largo (ranura de iluminación larga) paralelo a las ranuras de difracción, también muy largas.

Pero se puede obtener de otra manera la distribución de las intensidades que corresponde al caso unidimensional, incluso para un retículo irregular de ranuras; de esto nos ocuparemos en otra oportunidad.

Para terminar, me es grato deber expresar mi agradecimiento al Dr. Guillermo Bibl por haberme invitado a trabajar con él en este campo, donde colabora como físico, y por haber contribuido mucho a la presente comunicación.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

VIGESIMO TERCERA REUNION

Córdoba, Observatorio Astronómico

22 y 23 de mayo de 1954

PROGRAMA

Sábado 22 de mayo

Comunicaciones

1. PEDRO WALOSCHEK y EMMA PÉREZ FERREIRA (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Distribución angular de neutrones del acelerador en cascadas, determinada con placas nucleares.*

Se determinó la distribución angular, entre 0º y 145º, de los neutrones rápidos provenientes de la reacción *Li* (d,n) *Be* (con deuterones de 0,9 Mev del acelerador en cascada de la Comisión Nacional de la Energía Atómica), mediante el recuento de protones de retroceso en placas nucleares.

Se tuvo en cuenta el espectro de neutrones emitido en la reacción y la variación de la sección eficaz de colisión neutrónprotón.

2. ALBERTO SIRLIN (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Río de Janeiro). *Distribución angular de la energía de ''target Bremsstrahlung''.*

La distribución intrínseca de la energía en función del ángulo de la ''target Bremsstrahlung'' dada por Sommerfeld despreciando la influencia del ''screening'' o la más reciente de Schiff (Phys, Rev. 83, 252, 1951), en que el ''screening'' se tiene en cuenta mediante un potencial simplificado, son sólo válidas para ''targets'' muy delgados. En los espesores correspondientes a betatrones y sincrotones, la distribución angular de la energía de los fotones es completamente modificada por el proceso de ''scattering'' múltiple de los electrones.

En la presente comunicación se tiene en cuenta el hecho mencionado, tomando como punto de partida la distribución intrínseca de Schiff-Sommerfeld para los fotones y una distribución gaussiana para los electrones. La distribución hallada resulta exacta cuando se desprecia el ''screening'' del átomo y constituye una buena aproximación cuando se lo considera. El resultado se aplica a un caso práctico, efectuándose el cálculo de acuerdo con la teoría de ''scattering'' múltiple de Molière para el *Au*.

En el caso de ''screening'' completo, también puede desarrollarse una teoría exacta, pero las expresiones finales son muy complicadas.

3. ALBERTO SIRLIN (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Río de Janeiro). *Espectro frontal de la radiación del "target". Casos límites de la distribución angular.*

Se da la dependencia del espectro frontal de la radiación con el espesor del "target" y esta expresión es válida para cualquier espesor. Las expresiones halladas por L. I. Schiff (Phys. Rev. 70, 87, 1946), J. D. Lawson (Proc. Phys Soc., A63, 653, 1950), J. D. Lawson (Phil. Mag. 43, 306, 1952) y J. D. Lawson (Nucleonics, 10, N.11, 61, 1952) son válidas solamente cuando el "scattering" múltiple es predominante con respecto a la distribución intrínseca; para espesores pequeños, divergen logarítmicamente. La expresión aproximada para la intensidad frontal (sin dar la dependencia energética) obtenida por Lanzle y Hanson (Phys. Rev. 83, 959, 1951) muestra un acuerdo aproximado con el término predominante de nuestra expresión.

Se calcula el espectro frontal para un caso especial.

Se obtiene la expresión asintótica de la distribución angular de la radiación para grandes espesores. El término fundamental de este desarrollo es igual a una expresión dada por Schiff (en el trabajo arriba mencionado) para ángulos muy pequeños. Para ángulos pequeños la expresión de Schiff diverge, mientras que la nuestra es válida. La expresión teórica mencionada es semejante a una fórmula empírica propuesta por Muirhead Spicer y Lichtblau (Proc. Phys. Soc., London. A. 65, 59, 1952) para eliminar la divergencia de la expresión de Schiff.

Por último, se da una expresión para la distribución angular para el caso de grandes ángulos, usando el desarrollo asintótico de la teoría de "scattering" múltiple de Molière.

4. KURT SITTE, FRITZ E. FROEHLICH e IRVIN NADELHAFT (Departamento de Física de la Universidad de Siracusa, N. Y., EE. UU.). *Producción de electrones en interacciones nucleares de energía elevada.* (Se leyó el título).

An experiment was carried out in order to measure the dependence on the primary energy of the fractional energy transfer to the electronic component, in nuclear interactions of about 10 - 100 Bev. Showers produced in a carbon block were grouped according to their multiplicity of penetrating particles registered by a hodoscope, and the corresponding electron density was determined by a liquid scintillator placed under an appropiate lead shield. Since the shower multiplicity can be related to the primary energy, and the scintillator pulses can be calibrated by recording air showers, the number of electrons produced could thus be measured as a function of the primary energy. If, according to the Bristol data, in collisions around 50 Bev primary energy the production of K-K-particles consumes a fraction of primary energy equal to that given to the π -mesons, and if π_0 -decay represents the only major contribution to the electronic component, one must expect a decrease of the fractional energy transfes by about one half between a maximum at 20-30

Bev and a more constant lower level at 50-100 Bev. This is not borne out by the experimental data. The results therefore force to the conclusion that a process other than π_0 -decay must be responsible for a considerable part of the electron component produced in collisions with primary energies above a few 10^{10} ev.

5. JOSÉ A. BALSEIRO (Instituto de Física de la Universidad de Buenos Aires y Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Cuantificación de un tren de ondas.*

Se desarrolla un formalismo mediante operadores funcionales, que permite atribuir a un tren de ondas un "funcional propio", determinado por el número de fotones asociados al tren de ondas. Este funcional propio define la distribución de probabilidades de los fotones respecto a las frecuencias de la resolución espectral del tren de ondas. En el caso de campos estacionarios se da la equivalencia del formalismo desarrollado y el correspondiente a la cuantificación de las amplitudes.

6. AUGUSTO BATTIG (Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Tucumán). *Resultados generales referentes a la descripción de un fotón en un medio material.* (Se leyó el título).

Se muestra en este trabajo que atribuyendo a un fotón en un medio material la energía total $W = h\nu$ y el momento $h\nu\ /V$, siendo V la velocidad de fase de la onda electromagnética en el medio, es posible definir la masa aparente y de reposo del fotón analizando el invariante fundamental:

$$\left(\frac{W-F}{C}\right) - p^2 = m_0^2\, c^2$$

donde F representa una energía potencial. Este invariante permite asignar al fotón una masa real y una velocidad $v > c$ siempre que se tenga $F \neq O$, adoptando para la energía cinética E únicamente el signo positivo de la raíz:

$$E = \pm\sqrt{p^2\, c^2 + m_0^2\, c^4}$$

Si $F = O$, resulta para m un valor imaginario y el fotón tiene la velocidad $v > c$.

A la energía potencial F se la interpreta como acción del medio material sobre el fotón cuando pasa del vacío al medio.

7. JUAN FLEGENHEIMER (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Determinación de un período corto de Tecnecio.*

Se ha encontrado un período de aproximadamente 5 seg para uno de los isótopos del Tecnecio producidos en la fisión de Uranio. Este período figura en las tablas como menor de 25 seg y es atribuido al isótopo de número de masa 102. La determinación de este período ha sido posible gracias al uso de un aparato integrador modificado especialmente para la medición de períodos cortos, desarrollado por el Dr. K. Fränz.

8. W. Seelman-Eggebert y G. B. Baró (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Un nuevo isótopo del rodio.*

Se ha encontrado un nuevo isótopo del radio formado por un proceso (n, p) al someter paladio a la acción de neutrones rápidos.

9. I. G. de Fraenz y J. Rodríguez (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Sobre algunos isótopos del niobio que se forman por procesos (n, p) a partir de molibdeno.*

Se ha irradiado molibdato de amonio con neutrones rápidos y se ha separado niobio por métodos radioquímicos. Se discuten los períodos y las energías de los isótopos formados.

10. Enrique Silberman (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Dosaje isotópico del agua por medición de absorción en el infrarrojo.*

Se investigan las condiciones experimentales en que puede utilizarse la banda de absorción del agua en 1.47 micrones para determinar su contenido en D. El método resulta adecuado para determinaciones rápidas en todo el rango de concentraciones y su precisión puede aumentarse para rangos limitados. Se sugiere el principio de funcionamiento de un analizador contínuo, sin elemento dispersivo, basado en las diferencias de absorción en la misma banda.

11. A. H. W. Aten (Jr) y V. J. Kowalewski (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Calibración de una fuente de neutrones de Ra-Be.* (Se leyó el título).

Se ha determinado el número de neutrones emitido por una fuente del tipo Ra-Be por el método del baño de manganeso.. Las actividades absolutas se midieron por comparación con la del U_3O_8 resolviendo en parte las dificultades debidas a la baja intensidad de la fuente. Se calcularon las pérdidas (en neutrones) debidas a la geometría finita del sistema.

12. J. A. McMillan (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Tratamiento del hexafluoruro de Uranio gaseoso con el modelo molecular de potencia inversa.*

Se han determinado los parámetros de la fuerza intermolecular y de la energía potencial, en base a los valores experimentales de la viscosidad entre 40º y 200º. Se proponen expresiones para la viscosidad, la constante de termodifusión, el coeficiente de autodifusión, el coeficiente de conductividad térmica y el segundo coeficiente virial. Los valores así calculados concuerdan con los experimentos de que se dispone.

Domingo 23 de mayo

13. Kurt Fraenz (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Registros de sustancias radioactivas con integradores.*

Se presentan circuitos para registros de actividad en escala lineal o logarítmica, empleados en el estudio de sustancias con vidas medias comprendidas entre algunos segundos hasta valores largos.

14. MARIO EDUARDO BÁNCORA (Universidad Nacional del Litoral y Comisión Nacional de la Energía Atómica). *Manómetro diferencial a termocupla.*

La aplicación del sistema por oposición a un manómetro de termocupla permite obtener las siguientes ventajas con respecto al tipo convencional: a) utilización de la totalidad de la escala del instrumento, b) mayor estabilidad, c) sensibilidad incrementada, d) regulación de sensibilidad con el cero fijo.

Se describe la construcción de un manómetro basado en el principio anterior, del tubo manométrico a partir de una válvula metálica y del tubo de oposición en vidrio, indicando la técnica de construcción de las termocuplas. Resulta un aparato sumamente compacto, útil en el rango de 10^{-1} a 10^{-4}, que puede usarse sin preocupaciones especiales. La alimentación se efectúa con una pila de 1,5 voltios o bien sobre línea con un pequeño transformador.

15. MANLIO ABELE y RICARDO PLATZECK (Departamento de Electrónica, Instituto Aerotécnico y Observatorio Astronómico, Córdoba). *Diseño de un acelerador lineal.*

El diseño de la guía de onda de un acelerador lineal constituye un problema bastante complicado, tanto por la geometría del diseño como por la dificultad para determinar experimentalmente algunos de los parámetros que intervienen en el cálculo. Con un esquema suficientemente simplificado es, sin embargo, posible discutir la influencia de los distintos parámetro para el caso de una guía cargada con discos metálicos y llegar en tal caso al procedimiento de cálculo más directo de las dimensiones geométricas de la guía.

16. ENRIQUE MARCATILI (Departamento de Electrónica, Instituto Aerotécnico, Córdoba). *Focalización axial de electrones en un acelerador lineal.*

Para conseguir, en un acelerador lineal, un máximo de energía con la mayor parte de las cargas emitidas por el cátodo y reducir al mínimo el campo magnético focalizante, es preciso mantener las cargas en una posición muy próxima a la cresta de la onda acelerante. Con tal fin se comparan dos soluciones posibles. Una consiste en la focalización axial obtenida con una distribución de amplitud creciente de la onda a lo largo del acelerador, como se mostró en otra reunión de la A. F. A. La segunda solución consiste en intercalar entre el cátodo y el acelerador una cavidad resonante que modula en velocidad a las cargas, provocando así una focalización previa. Este segundo método es probablemente más eficaz en el caso de un acelerador de electrones con velocidad pequeña de inyección de las cargas.

17. Ricardo Platzeck y Manlio Abele (Departamento de Electrónica, Instituto Aerotécnico, y Observatorio Astronómico, Córdoba). *Sobre los problemas constructivos de generadores de microondas.*

Se analizan los problemas que se presentan en la construcción de magnetrones dando especial importancia a los referentes a soldaduras, tratamientos térmicos y cierre final.

18. Manlio Abele, Axel Nielsen y Ricardo Platzeck (Departamento de Electrónica, Instituto Aerotécnico, y Observatorio Astronómico, Córdoba). *Generador de cinco megavatios para diez centímetros de longitud de onda.*

Como fuente de energía de un acelerador lineal de electrones se eligió un magnetron de 10 cm. de longitud de onda y de una potencia de salida variable entre 1 y 5 MW, con impulsos de 2 μs de duración y con 500 c/s de frecuencia máxima de repetición. Se describen las características de diseño del generador y de su fuente de alimentación con un generador de impulsos a líneas artificiales.

19. Carlos Alberto Mallmann (Comisión Nacional de la Energía Atómica, Buenos Aires). *Algunos resultados en la óptica electrónica de espectroscopios beta del tipo Kofoed-Hansen.* (Se leyó el título).

Se da la óptica electrónica de espectroscopios beta tipo Kofoed-Hansen para el caso general en que los electrones recorren n bucles. Se dan expresiones para el cálculo del enfoque, la formación de imagen, la dispersión, el poder resolutor y el poder colector. Como ejemplo numérico se dan algunos cálculos para espectroscopios completamente simétricos.

20. Enrique Loedel P. (Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo). *Resolución gráfica de problemas relativistas.*

En la representación de Minkowski, con tiempo real, a cada sistema de coordenadas corresponde una unidad de medida diferente pero es posible dar una representación gráfica de las fórmulas de Lorentz conservando en los dos sistemas las mismas unidades de medida disponiendo los ejes oblícuamente y en forma apropiada. Esta representación permite ver con claridad todas las consecuencias cinemáticas de la teoría restringida de la relatividad y resolver gráficamente problemas de composición de velocidades (gráfica sustitutiva de la regla del paralelogramo), aberración de la luz, efecto Doppelr, etc.

21. Enrique Loedel P. (Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo). *Una fundamentación puramente mecánica de la dinámica relativista.*

Como es sabido la dinámica relativista fué establecida generalizando los resultados de la acción de fuerzas ponderomotrices originadas por un campo electromagnético a fuerzas cualesquiera. Este camino histórico, es naturalmente, poco satisfactorio y de ahí los múltiples intentos que se han hecho para dar a la dinámica relativista una fundamentación puramente mecánica. Entre dichos intenos, algunos, como el de Lewis y Tolman parten de experimentos ideales de choque entre esferas perfectamente elásticas y por generalización de los resultados se establecen así las fórmulas fundamentales de la dinámica relativista. Pero éstas pueden también ser obtenidas con toda generalidad si además de la exigencia de la covariancia de las fórmulas a establecer se busca que las mismas coincidan en primera aproximación con las fórmulas newtonianas. Utilizando además la representación gráfica mencionada en el trabajo anterior se puede demostrar de modo elementalísimo y directo, entre otras cosas, las fórmulas que dan la dependencia de la masa con la velocidad y la relación masa-energía.

22. PASCUAL SCONZO (Observatorio Astronómico, La Plata). *La función potencial de un astro en rotación.* (Se leyó el título).

En la presente comunicación preliminar se halla la expresión rigurosa de la función potencial en el exterior de un astro, cuya superficie terminal es de tipo elipsoidal y cuya rotación se supone de género uno, según la definición de Wavre. Para tal finalidad se emplea un desarrollo en serie de funciones esféricas. El autor se reserva de aplicar los resultados conseguidos al caso del Sol.

23. JORGE LANDI DESSI y NÉLIDA KELLER (Observatorio Astronómico, Córdoba). *Variables rojas en las Nubes de Magallanes.*

En la búsqueda de variables en la nube mayor, región ''A'' y en la nube menor, región ''a'' se han encontrado un número apreciable de variables rojas. Aproximadamente el 20 %. Esta apreciación es relativa, pues hay un efecto de selección por las características del material, pudiendo ser el porcentaje mayor. Llama la atención la abundancia de las variables rojas de pequeña amplitud respecto a las de largo período. Las variables rojas de pequeña amplitud tienen el máximo de brillo alrededor de la magnitud 18 (fotográfica). Los máximos de las variables de largo período sugieren que las de menor período llegan a magnitudes absolutas menores que las de período mayor.

24. GINO MORETTI. (Departamento de Aerodinámica, Instituto Aerotécnico, Córdoba). *Sobre el cálculo de canales convergentes.*

Se da una fórmula para determinar una función analítica de la cual se conoce la parte real en algunos tramos de una circunferencia y la parte imaginaria en los restantes. El resultado se aplica para el proyecto de canales convergentes de longitud finita, satisfaciendo los requisitos aerodinámicos corrientes.

VIGESIMO CUARTA REUNION

BUENOS AIRES, Asociación "Amigos de la Astronomía"

20 y 21 de septiembre de 1954

Comunicaciones

1. TEILLAC, J.; BENOIST, P.; FALK, P.; VALLADAS, G. (Institut du Radium - Centro Estudios Nucleares de Saclay, París): *Correlación angular α - γ y α - X en el Ionio.*

La emisión α del Io ($^{230}_{90}$Th) conduce en ciertos casos a los estados del Ra. El estudio de las características nucleares de los mismos presenta un interés teórico en relación con las ideas desarrolladas recientemente por A. Bohr y Mottelson sobre la estructura nuclear.

El presente trabajo tiene por objeto la determinación del momento angular total del estado excitado de 210 Kv. del Ra por el método de correlaciones angulares. Hemos utilizado la posibilidad que ofrece el estudio de la componente electrónica de un impulso producido en una cámara de ionización, para determinar el ángulo formado por la partícula con el eje eléctrico de la cámara. Se efectuó la detección de la radiación γ por contadores de centelleo utilizando un cristal de *INa (Tl)*.

Los impulsos de la cámara de ionización que están en coincidencia con la radiación γ correspondiente, fueron analizados, después de una amplificación conveniente, mediante un selector de 10 canales, obteniéndose de esta manera 10 puntos de correlación simultáneamente.

Este método presenta importantes ventajas, particularmente cuando la fuente radioactiva es de baja actividad específica.

La discusión de los resultados ha permitido:

1) Poner en evidencia que el nivel excitado de 210 Kv del Ra posee un spin 4, representando de esta manera el segundo nivel de rotación.
2) Discutir la influencia de campos eléctricos exteriores al núcleo sobre la correlación.

Utilizando este mismo dispositivo hemos podido estudiar las correlaciones angulares entre las partículas α y la radiación X consecutiva a la conversión de la radiación γ. El estudio teórico de esta correlación se ha confrontado con los resultados obtenidos, habiendo un acuerdo satisfactorio.

Este método puede ser aplicado con éxito para otros emisores α, en particular ciertos elementos transuranianos.

2. E. O. MACAGNO (Facultad de Ingeniería, San Juan): *Disipación de energía en el movimiento oscilatorio de un líquido.*

De experiencias realizadas por el autor resulta que en ciertas condiciones un líquido puede oscilar en un conducto con una amplitud grande del número de Reynolds en régimen de Poiseuille y con perturbaciones de extremidad reducidas. Se da una representación teórica del fenómeno dentro de las ecuaciones de Naviér-Stokes, y se calcula la disipación de energía, que se compara con los datos experimentales.

3. J. R. BALSEIRO (Instituto de Física, Universidad de Buenos Aires y Comisión Nacional de la Energía Atómila): *Formulación canónica de la electrodinámica clásica.*

Es bien conocido que las ecuaciones de un campo son las ecuaciones de movimiento de un sistema canónico de infinitos grados de libertad. En el caso del campo electromagnético la condición de Lorentz que debe ser satisfecha por las componentes del potencial implica que las variaciones de las cuatro componentes de éste no son independientes. Si no se tiene en cuenta este hecho se tropieza con inconsistencias internas, p. ej., que los paréntesis de Poisson formados por *ciertas* variables canónicas y la *divergencia cuadrivectorial del potencial no son nulos* a pesar que esta divergencia es nula por la condición de Lorentz. El análogo cuántico es conocido y su origen no es, pues, debido a la cuantificación, sino que proviene de considerar las variaciones de las componentes del potencial como independientes.

El problema de variaciones condicionadas que plantea la existencia de la *condición de Lorentz* se resuelve estableciendo una *relación funcional entre las componentes del potencial, equivalente a esta condición.* Se pueden calcular, en esta forma, los paréntesis de Poisson. Se dispone, así, de un formalismo canónico clásico, *que permite realizar la cuantificación del campo por aplicación del principio de correspondencia.*

4. J. A. BALSEIRO (Instituto de Física, Universidad de Buenos Aires y Comisión Nacional de Energía Atómica): *Sobre la electrodinámica cuántica y las condiciones de Fermi y Gupta.*

La correspondencia existente entre los paréntesis de Poisson y las relaciones de conmutación entre variables canónicas permite la cuantificación del campo electromagnético en forma compatible con la condición de Lorentz, enunciada como una relación a que deben satisfacer los *operadores del campo* y no como una ecuación de estado, como se establece en la condición de Fermi y la modificada por Gupta.

Las reglas de conmuntación que se obtienen no conducen a un hamiltoniano diagonal. Al operar su diagonalización desaparecen los grados de libertad correspondientes a fotones longitudinales y escalares que aparecen en la presentación habitual de la teoría. Solamente dan contribución a la energía del campo los fotones transversales.

Las modificaciones introducidas no conducen a modificaciones en las expresiones finales correspondientes a procesos de emisión, dispersión y efecto Compton.

5. MARIO BUNGE (Servicio Técnico Científico, Buenos Aires): *Nuevas constantes del movimiento del electrón.*

A las 10 constantes conocidas se agregan las 3 componentes del seudovector

$$\delta_i = m_0 c \gamma_0 \sigma_i + p_i \sigma_0 \qquad (i = 1, 2, 3,) \qquad (1)$$

y las 6 del tensor antisimétrico

$$\varepsilon^{\mu}_{\nu} = x^{\mu} p_{\nu} - x^{\nu} p_{\mu} + \frac{ih}{4\pi m_0 c} (\gamma^{\mu} p_{\nu} - \gamma^{\nu} p_{\mu}), \qquad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3,) \qquad (2)$$

donde γ^{μ} es la cuadrivelocidad y σ^{μ} es el cuadrispin. La cantidad

$$\delta_0 = m_0 c \gamma_0 \sigma_0 + p_0 \sigma_0, \qquad \sigma_0 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$$

que unida a (1) forma un cuadriseuvector, no es una constante primera, ya que vale $\vec{J}\,\vec{p} = (h/4\pi)\,\delta_0$.

Las 19 constantes que ahora se tienen son compatibles entre sí y no engendran nuevas constantes, como se verifica calculando los 171 conmutadores que pueden formarse con ellas.

Introduciendo un campo electromagnético exterior $(A_0 \vec{A})$, se tienen las cantidades

$$\vec{\delta}' = m_0 c \gamma_0 \vec{\sigma} + \sigma_0 (\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}), \qquad (1')$$

$$\vec{\varepsilon}' = (\vec{x} + \frac{h}{4\pi m_0 c} i \vec{\gamma}) \wedge (\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}) \qquad (2')$$

cuyas ecuaciones de Heisenberg son

$$\frac{d\vec{\delta}'}{dt} = - \sigma_0 \vec{f} \qquad (3)$$

$$\frac{d\vec{\varepsilon}'}{dt} = (\vec{x} + \frac{h}{4\pi m_0 c} i \vec{\gamma}) \wedge \vec{f}, \qquad (4)$$

donde $\vec{f}$ es la fuerza de Lorentz. La (4) nos dice que así como $\vec{\varepsilon}$ podría llamarse "momento de *Zitterbewegung*" del impulso lineal, su derivada temporal podría denominarse "momento de *Zitterbewegung*" de la fuerza de Lorentz.

Si se acepta que

$$\frac{eh}{4\pi m_0 c} \gamma_0 \vec{\sigma} \qquad \text{y} \qquad \frac{eh}{4\pi m_0 c} i \vec{\gamma}$$

representan respectivamente el momento magnético y eléctrico propios, es obvio que δ está relacionada con el primero y ε con el segundo.

6. D. AMATI (Instituto de Física, Universidad de Roma): *Difusión de electrones a altas energías.*

Trátase de obtener una expresión aproximada para la sección de choque de electrones altamente acelerados. S evita el desarrollo en ondas parciales y el método de los desfasajes.

7. MARIO BUNGE (Servicio Técnico Científico, Buenos Aires): *Sobre algunas ideas de Feynman.*

En un examen crítico de la formulación espaciotemporal de la mecánica cuántica y de la electrodinámica cuántica, propuestas ambas por Feynman, surgen las siguientes observaciones. La primera es que hay una contradicción entre la exigencia del mismo Feynman, de definir las trayectorias de manera operacionalista (p. ej. con ayuda de diafragmas), y la introducción de trayectorias inobservables del futuro al pasado; esto equivale a sostener el principio *Esse est metiri* (Ser es ser medido) en el dominio no relativista, cambiando de filosofía al variar la energía. En segundo lugar, el empleo de entidades no sólo inobservadas sino también inobservables en principio, es legítimo mientras no se le atribuya realidad física, constituyendo una hipóstasis en caso contrario; lo que, con respecto a los diagramas de Feynman, significa que pueden considerarse como utilísimos auxiliares de cálculo, no como reflejos de procesos físicos. En tercer lugar, la representación integral de la ecuación de Dirac, en la electrodiámica de Feynman, al exigir el conocimiento de la función de onda en tiempos anteriores y posteriores a aquél para el cual se la calcula, implica que la predicción probable del futuro requiere su conocimiento; este contrasentido sugiere que la electrodinámica de Feynman no puede proponerse describir y explicar los hechos, sino facilitar ciertos cálculos que habrá que interpretar con ayuda de ideas ajenas a esa teoría y que, por otra parte, pueden hacerse de manera diferente (empleando los formalismos de Tomonaga, Schwinger y Dyson). En cuarto lugar, es objetable la afirmación de que la mecánica cuántica ha modificado el cálculo de probabilidades; lo ha respetado, variando en cambio el significado físico de ciertos términos (los que expresan la interferencia de las ondas). En quinto lugar, es desmedida la pretensión de Feynman de que su electrodinámica constituye una teoría completa mediante la cual pueda resolverse cualquier problema físico; y ello no sólo porque dicha teoría emplea artificios matemáticos de dudosa justificación, sino también porque la variedad de la naturaleza asegura que toda teoría física es incompleta, aun cuando su formalismo sea matemáticamente completo.

Martes 21 de septiembre

Informe:

J. F. WESTERKAMP (Servicio Técnico Científico, Buenos Aires): *La espectroscopía de microondas y sus aplicaciones.*

Comunicaciones:

8. E. LOEDEL (La Plata): *Deducción directa de los tres efectos cruciales de la teoría de la gravitación de Einstein a partir del principio de la velocidad parabólica.*

En comunicaciones anteriores, al referirme al principio que hemos denominado de la velocidad parabólica, se mostró, cómo, a partir del mismo, se pueden calcular los potenciales gravitatorios de Einstein g_{ik} para un campo estático cualquiera, obteniéndose como caso particular la fórmula de Schwarzschild si se identifica la expresión newtoniana de la velocidad parabólica con la velocidad parabólica *natural* de los puntos del campo. También se mostró que para campos con simetría esférica y considerando sólo dos dimensiones (r y t) era posible hallar la expresión de las geodésicas utilizando solamente el principio establecido.

En la presente comunicación se halla, utilizando el mismo principio la dependencia entre la velocidad natural y la velocidad medida desde una región galileana lo que permite deducir de inmediato la curvatura de los rayos de luz en el campo solar. Además, utilizando esa dependencia, se encuentra la ecuación general de la energía que, combinada con la ley de las áreas, permite establecer la ecuación de la trayectoria que da el crecimiento del perihelio de las órbitas planetarias, coincidiendo el corrimiento así calculado, claro está, con el que se obtiene del cálculo de las geodésicas de la fórmula de Schwarzschild. Como además el corrimiento hacia el rojo de las líneas espectrales se obtiene de inmediato por la aplicación del principio establecido, éste da cuenta, en forma directa, de los tres efectos cruciales de la teoría de la gravitación de Einstein.

9. L. Gratton (Observatorio Astronómico, La Plata): *Algunas consideraciones sobre Eta Carinae.*

Eta Carinae es miembro de una asociación estelar como las descubiertas por Ambarzumian, a la cual pertenecen las estrellas de tipo espectral *O* y *B* de la constelación Corinae. Eta Corinae es una estrella sumamente excepcional que no se puede colocar en ninguna de las clases conocidas de estrellas variables. Llama la atención la circunstancia de que una estrella tan particular se encuentre en un grupo de estrellas que según las concepciones actuales son de formación reciente.

10. O. R. Jaschek (Observatorio Astronómico. La Plata): *Las masas de las estrellas binarias visuales.*

Para la determinación se han usado todas las estrellas con razón de masa conocida. Se recopilaron los datos más recientes de la bibliografía, y se utilizaron previa discusión crítica de los parámetros: órbitas, paralajes, espectros y magnitudes. Se discute en especial la relación con trabajos similares y la existencia de una posible discontinuidad de la relación masa-luminosidad. El trabajo se publicará "in extenso" más adelante.

11. Norah V. Cohan (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires): *Estructuras iónicas en la molécula de etileno.*

Se han calculado los niveles de energía electrónicos de la molécula de etileno, usando el método de ligaduras de valencia (valence bond).

Para ello se tiene en cuenta el sistema formado por doce electrones: cuatro electrones σ (híbridos trigonales) y dos electrones $\pi(2p_z)$ correspondientes a los demás átomos de carbono. Se considera un conjunto canónico de ocho estructuras: una correspondiente al esquema de apareamiento perfecto, una a resonancia en la doble ligadura, cuatro a resonan *C-H* y dos a resonancia iónica.

Se han analizado las dificultades que surgen en este cálculo al introducir estructuras iónicas. Teniendo en cuenta ciertas simplificaciones se calcularon las energías de los estados fundamental y excitados.

Comparando con los datos experimentales hallados en la bibliografía sobre el espectro de absorción del etileno, se sugiere una posible correspondencia entre las bandas observadas y las transiciones obtenidas del cálculo efectuado.

12. S. P. Levy (Instituto de Física, Univ. Nac. de B. Artes y Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Potencial del modelo de capas y la sucesión de los niveles nucleares.*

La sucesión de los niveles del modelo de capas determinados con el spin y momentos magnéticos de las especies nucleares permite definir el principio, la forma que debe tener el potencial central cuya existencia se postula en este modelo.

La forma de este potencial esetá en relación al alcance de las fuerzas nucleares y a la variación radial de la densidad de la materia nuclear.

Se ha estudiado un potencial dependiente de dos parámetros, que permite obtener la sucesión de los niveles tal como son observados. De ello pueden obtenerse algunas conclusiones sobre el alcance de las fuerzas nucleares y la variación de la densidad de la materia nuclear.

13. R. J. Slobodrian (Inst. de Física, Univ. de Bs. As. y Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Tratamiento con la ecuación de Schrödinger del efecto Raman externo.*

El fenómeno conocido con el nombre de efecto Raman externo proviene del movimiento de moléculas en cristales, especialmente moléculas orgánicas, y produce líneas de frecuencias no mayores de 100 cm^{-1}. A. Rousset ha supuesto que estos movimientos consisten en basculaciones de pequeña amplitud provenientes de un potencial elástico y ha dado un tratamiento semiclásico del fenómeno.

El propósito de este trabajo es tratar este efecto con las suposiciones de Rousset desde el punto de vista cuántico. Se ha tomado para ello la ecuación de Schrödinger expresada mediante los parámetros de Euler: ξ, η, ζ, χ, que en este caso son particularmente aptos por estar directamente vinculados con rotaciones infinitesimales. La solución de esta ecuación se ha hecho en forma aproximada suponiendo $\xi, \eta, \zeta << 1$, previa reducción a coordenadas normales. Se ha aplicado el cálculo de perturbaciones a fin de tener en cuenta los términos de primer orden no incluídos en la aproximación anterior.

14. K. Fraenz (Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Circuitos para integradores de radioactividad.*

Se han estudiado varios circuitos de alta constancia del cero para conexión de registradores con escala logarítmica. Las variaciones observadas en la salida son inferiores a 10^{-6} de la tensión máxima de salida.

15. E. Pérez Ferreyra, P. J. Waloschek y A. Díaz Romero (Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Distorsión en placas nucleares.*

Se desarrolló un método experimental para la determinación cuantitativa de la distorsión en emulsiones nucleares. Con el mismo, se determinó la distorsión en placas de 400 y 1000 micrones de espesor, observándose los efectos que producen los diferentes procesos de revelado.

Fué analizado especialmente el caso muy frecuente de distorsión en "C". Las medidas efectuadas permiten tener en cuenta la variación de la distorsión entre uno y otro punto de la placa y calcular el "scattering aparente" de trazas, aún en el caso que éstas sean casi paralelas al vidrio. Esto último resultó especialmente importante en la determinación de energía de partículas relativistas.

16. I. G. de Fraenz y W. Seelmann-Eggebert (Comisión Nacional de la Energía Atómica). *Determinación del contenido de U-235 en Uranio por un método radioquímico.*

Se ha ideado un procedimiento radioquímico rápido que permite determinar la relación isotópica entre U-235 y U-238.

El método se basa en dos separaciones especiales de Th-231 y Th-234 del Uranio, de tal manera que la relación de actividades de estos isótopos del Torio es fácilmente medible. De la relación de actividades de las sustancias hijas, se calcula la relación isotópica a determinar.

Por medio de una serie de ensayos se demuestra con qué precisión el análisis es realizable en la práctica.

17. J. Flegenheimer (Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Un nuevo isótopo de tecnecio por una rección (n. p.).*

Se ha encontrado un método rápido para separar Tecnecio radioquímicamente puro en presencia de actividades de Rutenio y Molibdeno, por medio de una precipitación con Renio como portador. En este método no es necesario que el Rutenio se encuentre en estado soluble.

Irradiando Rutenio con neutrones rápidos y analizando la curva de desintegración de la fracción Tecnecio separado con este método, se ha comprobado la existencia de un nuevo isótopo emisor beta, cuyo período es de 3,8 minutos.

Los números de masa posibles son el 104 y el 98, de los cuales el 104 es el más probable.

18. S. J. Nassif y W. Sellmann-Egebbert (Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Determinación de la energía máxima del Xe-138.*

Se determinó la energía máxima del *Xe-138* obtenido por fisión a partir de una solución de uranio y separado de los otros gases por absorción en carbono activado a baja temperatura.

Se recoge el gas (arrastrado por una corriente de hidrógeno) en cámaras de vidrio, con una ventana de níquel de 89 mg/cm^2. Se discuten las curpas de absorción medidas en presencia de su producto de desintegración, el *Cs-138*, obteniéndose un alcance aproximado de 1135 mg/cm^2 que corresponde a una energía máxima del 2,4 *MeV.*

19. Carlos G. Bollini (Instituto de Física, Universidad Nacional de Bs. As. y Comisión Nacional de la Energía Atómica): *Reglas de selección e intensidades de radiaciones multipolares.*

La interacción entre un electrón atómico y el campo de radiación es tratada representando a este último mediante las soluciones esféricas, eléctricas y magnéticas, de las ecuaciones de Maxwell. De esta manera se consigue un formalismo adecuado para la obtención de las intensidades y de las correspondientes reglas de selección, teniendo en cuenta la conservación del impulso angular total. Aparecen así, en la aproximación de Schrödinger, radiaciones multipolares eléctricas y magnéticas cuyos órdenes están comprendidos entre la suma y la diferencia de los números cuánticos azimutales de los estados inicial y final de una transición. Se encuentran los efectos del spín y los puramen relativistas producidos sobre las reglas de selección y se deducen además fórmulas exactas y aproximadas para las matrices de la interacción correspondientes a las aproximaciones de Schrödinger, Pauli y Dirac.

20. Manlio Abele (Departamento de electrónica, Instituto Aeronécnico, Córdoba): *Propagación en guías de onda metálicas en régimen transitorio.*

Se ha estudiado la propagación de un frente de onda en una guía metálica circular conteniendo un dieléctrico homogéneo. Se analizaron las propiedades de la propagación para un régimen a simetría de revolución.

21. Gino Moretti (Instituto Aerotécnico, Córdoba): *Método para el proyecto de conductos con simetría axil.*

Se ha ideado un artificio gráfico que permite simplificar el diseño de conductos con simetría axil, prefijando sobre el contorno una distribución de presiones aerodinámicamente satisfactorias.

22. Emilio Segre (Universidad de California, EE. UU.): *Sobre la polarización de protones de alta energía.*

Protones de 300 Mev son polarizados por núcleos de carbono. Se discute el mecanismo de la polarización, vinculada con el acoplamiento entre spin y órbita. Una segunda difusión revela el grado de polarización. En el caso de la difusión elástica, una tercera difusión permite obtener el análisis completo de la matriz de difusión. Se discute también la difusión de protones polarizados por protones.

Previamente a la Reunión Científica se realizó la elección de nuevas autoridades de la Asociación, las cuales quedaron constituídas así:

Presidente: *Ricardo Platzeck*
Secretario: *Ernesto E. Galloni.*
Secretario en Córdoba: *Manlio Abele*
Secretario en Tucumán: *Augusto Battig*
Tesorero: *Fidel Alsina*
Director de Publicaciones: *J. F. Westerkamp.*

El Presidente saliente, doctor Enrique Gaviola, presentó su Informe, que fué aprobado. Un pedido de reconsideración del ingeniero E. E. Galloni se rechazó por 18 votos contra 11.

UNION MATEMATICA ARGENTINA

REUNION DEL 3 DE DICIEMBRE DE 1955

Resúmenes o títulos de comunicaciones

Dr. MISCHA COTLAR (Instituto de Matemática de la Universidad Nacional de Cuyo): *Una desigualdad combinatoria con aplicación a espacios de Hilbert.*

Decimos que un operador T sobre un espacio de Hilbert admite una descomposición "casi ortogonal" si $T = T_1 + \ldots + T_n$ donde $\|T_i T_j\| \leq 2 - |i-j|$, $\|T_i\| \leq 1$, $T_iT_j = T_jT_i$. Probamos que en tal caso es $\|T\| \leq 8$. La demostración es consecuencia de un lema combinatorio elemental.

Una teoría unificada para transformadas de Hilbert y teoremas ergódicos

Lusin, Zygmund y otros han insistido sobre la analogía entre la teoría de derivación, o más general la Teoría ergódica, y las transformadas de Hibert. Sin embargo ambas teorías son tratadas por métodos enteramente diferentes. En este trabajo damos una teoría general que contiene como casos particulares a la de transformadas de Hilbert y la teoría ergódica: sea $R_n = [x]$ el espacio n-dimensional, $K(x)$ una función integrable y $Ki(x) = 2^{-ni} K(2 - ix)$, $i = \pm 1 \pm 2, \ldots$ Por otra parte sea $\Omega = [P]$ un espacio abstracto con una medida n y un grupo $[\delta' x]$, $x \varepsilon R^n$, de transformaciones equimedibles. Para todo $m = 1,2, \ldots$ definimos el operador

$$H_{mf}(P) = \sum_{i=-m}^{m} \int_{Rn} f(\delta xP)\, Ki\,(x)\, dx.$$

Probamos que bajo ciertas condiciones valen estos teoremas:

1) $Hmf(P)$ converge puntualmente a un límite $Hf(P)$, para toda una función $F \varepsilon /P(\Omega, n)$ y todo $p \geq 1$.

2) Si $p = 1$, vale la convergencia en media $-P$.

3) Si $Mf(P) = \sup_n H_m f(1)$ y $p > 1$, entonces Mf es un operador acotado sobre $< \mathrm{P}$.

Para $\Omega = E^1$, $\delta\, xt = x + t$, $K(x) = \dfrac{1}{x}$ si $1 \leq |x| \leq 2$ y cero en los demás puntos, se obtiene la transformada ordinaria de Hilbert, y 1), 2) y 3) se convierten en los teoremas de Lusin, Riesz y Kolmogoroff.

Para $\Omega = R^n$, $xt = x + \mathrm{t}$, $K(x) w(x)/|x|^n$ si $1 \leq |x| \leq 2$ y cero en demás puntos, se obtienen los resutlados recientes de Zygmund y Calderón.

Para $K(x) = 1$ si $|x| < 1$, $K(x) = +1$ si $1 \leq |x| \leq 2$ se obtienen los teoremas ergódicos de Birkhoff, von Neumann y Wiener.

Usando los teoremas tauberianos de Wiener, Beurling, Kaplansky, la teoría se extiende a funciones $K(x)$ definidas sobre un grupo localmente compacto $G = [x]$ en vez del espacio R^n.

Dr. GERMÁN FERNÁNDEZ (Observatorio Astronómico de La Plata; Facultad de Ciencias Físicomatemáticas): *Propiedades afines de la superficie* $x = u^2 - v^2$, $y = uv$, $z = uw$, $t = vw$: $(u^2 + v^2 + w^2 = 1)$.

Es conocido (ver: "Anschauliche Geometrie", D. Hilbert - S. Cohn Vossen que la superficie algebraica S_2

$$(1) \qquad x = u^2 - v^2, \; y = uv, \; z = uw, \; t = vw, \text{ donde } u^2 + v^2 + w^2 = 1,$$

del espacio euclideano S_4, es topológicamente equivalente al plano proyectivo y se encuentra libre de singularidades.

Consideremos en S_4 el brupo de afinidades unimodulares

$$x_i = a_i^k \; x_k + b_i \,, \; \det |a_i^k| = 1, \; (i,k = 1,\ldots,4).$$

Si adaptamos a (1) un 4–édro móvil de Darboux-Cartan ligado afín a los puntos de S_2, se obtiene la "repère afin de Frénèt" de cuyos coeficientes y formas diferenciales resultarán los invariantes afines de la superficie.

Dr. ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ - S. VAGI (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales: Comisión Nacional de Energía Atómica):

Es sabido que el producto multiplicativo de distribuciones S' no está definido en general. Proponemos una definición para el caso particular (pero importante en las aplicaciones), del producto de distribuciones *causales* o *anticausales*. De esta definición se deduce la fórmula:

$$pf. \frac{1}{x^{n+1}} \, \delta^{(n)} = \frac{(n!)\,(-1)^{n+1}}{2\,(n+1)\,!} \, \delta^{(2n+1)}$$

Para $n = 0$ se obtiene

$$\frac{\delta}{x^-} = -\frac{1}{2} \, \delta'.$$

Esta fórmula desempeña papel importante en electrodinámica cuántica.

Ing. JUAN B. KERVOR (Facultad de Ciencias Físicomatemáticas de La Plata): *Extensión de la Integral de Cauchy a la región infinita del plano.*

Se considera la integral de Cauchy en la región infinita del plano, obteniéndose para el caso de una función meromorfa con un número finito de polos, una fórmula general, que permite descomponer dicha función en fracciones racionales, mediante la consideración del residuo para el punto del infinito. Después se trata el caso de una función meromorfa con un número infinito de polos, con un punto singular esencial para z igual infinito.

Se introduce por analogía, el concepto de residuo para dicho punto singular esencial, llegándose a la notable comprobación, que para cierta clase de funciones meromorfas, el residuo para el punto singular esencial z igual infinito, es la semisuma de los dos valores excepcionales de Picard.

Prof. GREGORIO KLIMOVSKY - Dr. RODOLFO RICABARRA (Instituto de Matemática, Mendoza): *Proposición equivalente a la ''Hipótesis del Continuo''.*

Diremos que un conjunto totalmente ordenado E es de ''tipo (M)'' si cumple las siguientes condiciones: a) E es denso; b) E contiene un subconjunto denso en E de potencia N_1; c) Toda sucesión numerable decreciente de ''porciones'' de E interseca en otra ''porción'' de E (donde por ''porción'' de un conjunto totalmente ordenado T entendemos un subconjunto de T, con más de un elemento, que contiene todo segmento con extremos en tal subconjunto).

Ser P la proposición que afirma la existencia de conjuntos de tipo (M). Bajo el supuesto de la validez del axioma de Zermelo, se demuestra que P es lógicamente equivalente a H (donde H es la ''hipótesis del continuo'', según la cual $N_1 = c$, siendo $c = 2\,N_0$).

Se demuestran algunas propiedades de tales conjuntos de tipo (M) entre ellas la siguiente:

Si E y E' son conjuntos totalmente ordenados, con primero y último elementos, y ambos de tipo (M), entonces E y E' son isomorfos.

Es decir, salvo la exigencia de poseer primero y último elementos, el tipo (M) es un ''tipo de orden'' en el sentido de Cantor. En consecuencia, un conjunto totalmente ordenado E (con primero y último elementos) de tipo (M) es homogéneo, o sea, isomorfo a cualquiera de sus segmentos.

Dr. G. LUMER (Universidad de Montevideo): *The range of the exponential funcion.*

If B is a Banach algebra, then the function $\exp x = \sum_{1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ is defined for every $x \in B$. On the other hand consider the set G of all regular (invertible) elements of B. G is an open group (the maximal group) and the component K, containing the identity of B is called the kernel. One shows easily that if R is the range of the exponiental function, i. e. $R = [\exp x : x \in B]$, then $R \in K$. If furthermore B is commutative then it is known that $R = K$.

However in the non-commutative case, has been in doubt for several years if the last mentioned relation still holds or not.

Our present purpose is to show that the relation $R = X$ need not hold for noncocommutative Banach algebras. Moreover it is never true for the algebra of operators on any infinite dimensional Hilbert space: in this case, R is not even dense in K.

Dr. G. LUMER (Universidad de Montevideo): *Reversos en algebras localmente compactas y un problema.*

Si A es un anillo y $a \in A$, se dice que B es el reverso de a si se verifica

$$a + B + ab = 0 \qquad a + b + ba = 0.$$

Es bien sabido que en un algebra de Banach B el conjunto de elementos reversibles es abierto. Esto resulta de que si $x \varepsilon B$, $||x|| < 1$, $\sum_{1}^{\infty} (-x)^n$ converge y es el reverso de x. El reverso es función continua de x lo que resulta de acotar la serie anterior, etc.

Queremos señalar que en el caso de un algebra topológica localmente convexa, localmente compacta A, los resultados análogos se obtienen elegantemente del teorema de puntos fijos de Tychonoff.

Dr. PEDRO PI CALLEJA (Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas, La Plata): *Sobre la Integral de Lebesgue en conjuntos de medida infinita.*

La definición de Rey Pastor de integral de Lebesgue de una función medible finita o infinita (Elementos de la Teoría de Funciones, 3ª ed., Madrid, Bs. As., 1953), mediante la integral de Cauchy-Riemann de una función monótona de medida del integrando es también aplicable sin nuevas convenciones al caso de que el conjunto de definición sea de medida infinita. Entonces, puede formularse un lema que reduce el valor de la integral en este caso al de la integral en un conjunto de medida finita a menos de un error tan pequeño como se quiera y aplicarlo a completar y precisar las notables y sencillas demostraciones de Rey Pastor de las propiedades clásicas de la integral de Lebesgue, tal la de representar una función de conjunto infinitamente aditiva o los teoremas de convergencia de Lebesgue, Fatou y Beppo Levi, sólo expuestos con la deseable generalidad y mucho más penosamente en algunos textos clásicos (Kestelman, Carathéodory, etc.), cuando no se adopta como definición de integral una que por el paso al límite de las escalonadas, incluya implícitamente dichos teoremas de convergencia (tal como hacen los textos de Saks, Riesz, etc.).

Dr. L. A. SANTALÓ (Facultad de Fisicomatemáticas, La Plata): *Sobre la distribución de las áreas de las secciones planas de un cuerpo convexo.*

Dr. SAMUEL SELZER (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires): *Sobre el método de Newton de limitación de las raíces reales de una ecuación algebraica.*

Sobre las relaciones simétricas y transitivas entre los elementos de un conjunto

Dr. PEDRO E. ZADUNAISKY (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires): *Resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, con elevado número de incógnitas, por el método de iteración en grupos, utilizado máquinas calculadoras automáticas.*

Dr. EDUARDO H. ZARANTONELLO (Departamento de Investigaciones Científicas, Mendoza): *Acotación de las soluciones de las ecuaciones integrales que rigen los movimientos fluídos cavitantes.*

NOVENAS JORNADAS MATEMATICAS ARGENTINAS

Resúmenes o títulos de las comunicaciones

MISCHA COTLAR (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad nacional de Cuyo: Mendoza).

a) *Sobre el teorema ergódico dominante.*
b) *Sobre una forma general de homología funcional.*

ROLANDO GARCÍA: *Condiciones límites para las soluciones de la ecuación del movimiento estacionario de flúidos ideales.*

El movimiento de flúidos barotrópicos e incomprensibles, sin viscosidad, queda completamente descripto por la ecuación diferencial a que debe satisfacer la función de corriente, y en la cual se expresa la conservación de la verticidad. Las soluciones de esta ecuación deben cumplir condiciones límites, cinemáticas y dinámicas. La condición dinámica se reduce a la continuidad de la derivada primera. En el tratamiento clásico del problema se eliminan las soluciones que violan esta condición. La presente comunicación tiene por objeto mostrar que una reinterpretación de las soluciones que violan la condición dinámica provee valiosa información sobre el comportamiento del flúido.

ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ y ROQUE SCARFIELLO (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires y Dirección Nacional de la Energía Atómica).

Sea $g_n(x)$ un núcleo singular usual, y sea $h_n(x) = g_n(x) * vp\,\frac{1}{x}$ Se demuestra que si se imponen ciertas restricciones adicionales sobre el núcleo $g_n(x)$ la sucesión $K_n(x) = g_n(x) \cdot h_n(x)$ es también un núcleo singular, que cumple la relación:

$$\lim_{n\to\infty} K_n(x) = -\frac{\delta}{2} \qquad (1)$$

El trabajo aparecerá en el volumen de homenaje a B. Levi, editado por la UMA.

GREGORIO KLIMOVSKY (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires): *Nota sobre consistencia y satisfacibilidad en lógica proposicional polivalente.*

La demostración del teorema por el cual todo conjunto consistente (o sea, no contradictorio) de fórmulas de la lógica proposicional admite una valuación de sus proposiciones elementales que las hace verdaderas a todas (o sea, utilizando un conocido neologismo, que el conjunto es satisfacible), tal como es desarrollada por A. Robinson en "On the Metamathematics of Algebra" (pág. 26) para el caso en que el conjunto de signos proposicionales tiene número cardinal cualquiera, es aplicable, con algunas pocas modificaciones, a la lógica proposicional polivalente.

JUAN CARLOS MERLO (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires).

Una expresión de la función inversa de $y = x^x$.

RODOLFO RICABARRA (Departamento de Investigaciones científicas de la Universidad nacional de Cuyo: Mendoza).

Una característica de Algebras de medidas.

LUIS A. SANTALÓ (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Dirección Nacional de la Energía Atómica): *Sobre las cuerdas de figuras convexas.*

Se consideran las cuerdas de una curva convexa tales que las tangentes en sus extremos forman entre sí un ángulo constante. Se dan ciertas desigualdades entre las longitudes máximas de estas cuerdas y el perímetro o área de la curva convexa. Cuestiones análogas en el espacio.

El trabajo aparecerá en el volumen de homenaje a B. Levi editado por la UMA.

SERGIO SISPANOV (Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo: San Juan): *Métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.*

El trabajo aparecerá en el volumen de homenaje a B. Levi, editado por la Unión Matemática Argentina.

VICTORIO URCIUOLO (Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Córdoba).

a) *Sobre un teorema de Sierpinsky.*
b) *Sobre coordinación de conjuntos infinittos.*

ORLANDO E. VILLAMAYOR (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad Nacional de Cuyo: Mendoza): *Sobre una representación matricial del anillo de endomorfismos de un módulo cualquiera.*

Así como el anillo de endomorfismos de un módulo se representa por un anillo de matrices cuando el módulo tiene una base, se demuestra que en todos los otros casos es una imagen homomórfica de un subanillo de un anillo de matrices.

E. H. ZARANTONELLO (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad Nacional de Cuyo: Mendoza): *Un replanteo del problema de ondas periódicas.*

DOCUMENTOS OFICIALES

ACTA Nº 51. – En la ciudad de Buenos Aires, siendo las 15 h. 30 del día 1 de julio de 1955, en el local del Instituto de Matemática (Perú 222) se reúne la Junta Directiva de la U.M.A. para tratar el siguiente orden del día:

1º) Informe de Tesorería sobre el estado económico societario; 2º) Pago de las cuotas 1954 y 1955 a la I. M. U.; 3º) Impresión de los futuros volúmenes de la Revista; 4º) Gestiones en la I.M.U. sobre el Seminario de Análisis Funcional; 5º) Delegados argentinos en la Comisión Internacional de Enseñanza Matemática; 6º) Ingresos de nuevos socios; 7º) Secretaría local de Tucumán; 8º) Asuntos varios.

Después de la cordial felicitación de todos los presentes al vicepresidente de la U.M.A. Dr. Alberto González Domínguez por su nombramiento de Decano de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, a cuya hospitalidad está acogida la U. M. A., abre la reunión el presidente Dr. C. A. Trejo, tras lo cual se pasa a:

1º) Esperar la vuelta a Bs. As. de la tesorera Dra. Clotilde A. Bula para obtener el informe sobre el estado económico societario.

2º) Encargar al presidente Dr. C. A. Trejo y vicepresidente Dr. Alberto González Domínguez la gestión para la obtención de las divisas que según información previa de Tesorería sean necesarias para el pago de las cuotas 1954 y 1955 a la I.M.U.

3º) Solucionadas las demoras que retrasaban su publicación, acabar la impresión del volumen XVI y dedicar el volumen XVII de la "Revista de la U.M.A. y de la A.F.A." al homenaje al Dr. Beppo Levi.

4º) Encargar al presidente Dr. C. A. Trejo pregunte a la UNESCO de Montevideo si ésta puede asegurar el pago del viaje desde su lugar de residencia a Bs. As. de un mínimo de concurrentes al proyectado seminario 1956 de Análisis Funcional para el caso de que éste sea auspiciado por la I.M.U.. Una vez que además, se hayan podido iniciar los trámites de pago de las cuotas atrasadas a la I.M.U., autorizar entonces al secretario de la U.M.A. escriba al de la I.M.U. en la forma que el primero proponía.

5º) Nombrar al Dr. Alberto Sagastume Berra y al ing. José Babini delegados argentinos en la "Comisión Internacional de Enseñanza Matemática" (C.I.E.M.), quiénes podrán proponer la organización de una Sub-comisión argentina más amplia, si ello se considera adecuado.

6º) Aceptar el paso a la categoría de socio protector con la cuota anual de $ 200 m/n., del Dr. Sergio Sispánov, secretario local de la U.M.A. en San Juan, agradeciéndole su generoso aporte permanente a los gastos de la U.M.A., reiteración de los que ha venido enviando anteriormente para ayudar a costear la impresión de su revista.

7º) Autorizar al presidente y secretario general para reorganizar la secretaría local y caudal societario de la U.M.A. en Tucumán.

8º) Encargar al Cuerpo de Redacción de la Revista organice la crítica bibliográfica de los libros cuya recensión se pide por editoriales responsables y cuya publicación se considere adecuada a los fines de la U.M.A.. Para ello, el autor de la crítica, buscado por dicho cuerpo de Redacción, recibirá en depósito indefinido el libro recensado, el cual quedará así registrado en la futura biblioteca de la U.M.A., cuando ésta se organice.

Encargar al Dr. L. A. Santaló, para que de acuerdo con la Secretaría local de la U.M.A. en Mendoza, envíe a la I.M.U. el directorio solicitado por ésta de matemáticos en Argentina; la norma general para ser incluído en dicho directorio, sugerida por la misma U.M.A., será la de haber publicado trabajos matemáticos originales que hayan sido tenidos en cuenta por la crítica nacional e internacional.

Considerar que no se dispone actualmente de los considerables fondos necesarios para pagar el trabajo que demandaría la actualización de las revistas matemáticas que poseen las bibliotecas del país puestas en lista, en particular las del gran Buenos Aires.

Sin embargo, las Secretarías locales pueden comunicar a los socios, en particular a los solicitantes de San Juan y de Mendoza, que la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Bs. Aires ha publicado un folleto sobre "Publicaciones periódicas existentes en la Biblioteca Departamental Instituto de Matemática, Bs. As., 1952" que actualiza en esta fecha el material existente en dicha Facultad (puede pedirse al Sr. R. Framiñán, Perú 222, Bs. As.). Otras informaciones pueden obtenerse en el Comité Argentino de Bibliotecarios (atención Sr. Ernesto Gietz) con sede en el Instituto bibliotecológico, Tucumán 680, Bs. As. (de 13 h. a 17 h.).

Aprobar se envíe voto favorable a la I.M.U. sobre su propuesta: "Que el gasto anual autorizado por la Segunda Asamblea General para 1955-58 se incremente en $ 500 para contingencias".

Y siendo las 17 h. 30 se levantó la sesión.

Acta Nº 52. – En la ciudad de Buenos Aires, siendo las 15 h. 30 del día 19 de agosto de 1955, en el local del Instituto de Matemática (Perú 222) se reúne la Junta Directiva de la U.M.A. para tratar el siguiente orden del día: 1º) Informe de Tesorería sobre el estado económico societario; 2º) Pago de cuotas a la International Mathematical Union; 3º) Seminario de Análisis Funcional; 4º) Admisión de trabajos y adhesiones para el homenaje al Dr. Beppo Levi; 5º) Organización de las jornadas matemáticas de septiembre; 6º) Convocatoria de elección para la renovación de Junta Directiva 1956-57; 7º) Ingreso de nuevos socios; 8º) Asuntos varios.

Abre la sesión el presidente Dr. C. A. Trejo, tras lo cual se pasa a:

1º) Esperar la concurrencia a una próxima reunión de la tesorera Dra. Clotilde A. Bula para obtener el informe sobre el estado económico societario.

2º) Aprobar las gestiones realizadas y tan favorablemente encaminadas para el pago de las cuotas 1954 y 1955 debidas a la International Mathematical Union, asunto que puede darse como resuelto.

3º) Esperar la ya prometida y aun no concretada contestación de UNESCO sobre el pago del viaje a Buenos Aires de un mínimo de concurrentes al proyectado seminario 1956 de Análisis Funcional. Sólo si la contestación es positiva se estará en condiciones reglamentarias de solicitar el auspicio de la IMU y se continuaría la gestión para 1956. En otro caso, se gestionaría el trámite regular para que la reunión se pudiese celebrar en 1957 con el auspicio y apoyo de la IMU.

4º) Recomendar a los Secretarios locales inciten a los respectivos socios que hayan prometido trabajos para el volumen de homenaje al Dr. Beppo Levi, envíen lo antes posible los originales al director de publicaciones de la UMA Ing. José Babini, Tucumán 1393, Merlo (FNDFS).

5º) y 6º) Encomendar el presidente Dr. César A. Trejo, vicepresidente Dr. Alberto González Domínguez y secretario general Dr. Pedro Pi Calleja, la organización de las jornadas matemáticas de septiembre y convocatoria de elección para la renovación de Junta Directiva 1956-57.

7º) Aprobar la admisión de los siguientes miembros solicitantes: *Titulares:* Dr. Ernest Lammel; Profª Estela Frontini de Battig; Prof. Raúl Luccioni; Prof. Orlando Bravo; Profª Ana Micheli de Filipi; Prof. Martínez Guzmán; Profª Blanca Manzano de Bertini; Prof. Agrim. Carlos Loiseau; *Adherente*: Sr. Enzo R. Gentile.

8º) Enviar voto favorable a la admisión de Irlanda (grupo I) en la IMU.

Y siendo las 17 h. 30 se levantó la sesión.

ACTA Nº 53. — En la ciudad de La Plata, siendo las 15 horas del día 16 de noviembre de 1955, en el local del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Físicomatemáticas se reúne la Junta Directiva de la UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA, con la presencia como informante del Sr. Tito Suter, estudiante.

El Presidente Dr. C. A. Trejo da lectura a la nota de fecha 4 de noviembre, referente a las resoluciones de la Asamblea General Extraordinaria de Profesores, Egresados y Alumnos de Física, Matemáticas y Metereología, convocada por la Comisión de Doctorados "La Línea Recta", presentada por los presidentes de dicha Comisión Sr. Juan Carlos Lerman y de la Asamblea Sr. Tito Suter. Previo un cambio de ideas sobre los problemas generales planteados y en especial sobre las cuestiones en que se requiere opinión o resoluciones de la U.M.A., a saber:

1) Designaciöón de dos miembros (no estudiantes) para integrar la Comisión de Estudios de los Problemas Científicos Nacionales (Res. 31 de la Asamblea);

2) Ratificación o rectificación del criterio para realizar los concursos y la integración de los jurados (Res. 27, 28 y 29 de la Asamblea);

3) Estudio de las posibilidades de modificar el Estatuto de la U.M.A. para incluir como fines de la institución: "Estudio y defensa de los intereses gremiales"; se resuelve:

1º) Designar para integrar la Comisión de Estudio de los Problemas Científicos Nacionales a los Dres. Alberto González Domínguez y Luis A. Santaló;

2º) Formular una declaración sobre el pensamiento de la U.M.A. respecto al criterio para realizar los concursos y enviar copia de la misma a la Comisión de Doctorados del C.E.I.;

3º) Declarar que las facultades de estudio y defensa de los intereses gremiales pueden considerarse implícitamente contenidos en la *definición y propósitos* de la U.M.A. (Art. 1º del Estatuto, publicado en vol. XIII, págs. 44-48 de la Revista de la U.M.A.): "... es una corporación de carácter científico cuyos propósitos son agrupar a todos los cultores de las ciencias matemáticas, fomentar su recíproca vinculación, ..., contribuir al mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas elementales y superiores e intensificar las relaciones con otras instituciones afines nacionales y extranjeras''.

La declaración mencionada en la resolución 2ª se ha redactado cuidadosamente con la colaboración de miembros de la J. D. aún no presentes en la presente reunión y será elevada al Sr. Ministro de Educación y a los Sres. Interventores de las universidades nacionales, y enviada a la A.F.A., a la A.A.P.C. con su órgano de difusión ''Ciencia e Investigación'', además del mencionado organismo estudiantil que la difundirá ampliamente.

Y siendo las 17 h. 30 se levantó la sesión.

ACTA Nº 54. — En la ciudad de Buenos Aires, siendo las 9 h. 30 del día 3 de diciembre de 1955, en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (Perú 222) se reúnen en asamblea los socios de la UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA especialmente convocados para la renovación de autoridades, de acuerdo con el art. 10 de los Estatutos de la entidad, así como para la realización de una de sus habituales reuniones científicas.

Abre el acto el presidente Dr. C. A. Trejo, quién propone presida la primera sesión científica de la mañana el Ing. José Babini, actual Delegado-Interventor de la Facultad que da hospitalidad a la reunión.

A continuación se ponen a discusión las siguientes comunicaciones (*).

Dr. MISCHA COTLAR (Instituto de Matemática de la Universidad Nacional de Cuyo): *Una desigualdad combinatoria con aplicación a espacios de Hilbert; Una teoría unificada para transformadas de Hilbert y teoremas ergódicos.*

Dr. GERMÁN FERNÁNDEZ (Observtorio Astronómico de La Plata; Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas): *Propiedades afines de la superficie* $x = u^2 - v^2$, $y = uv$, $z = uw$, $t = vw$, $(u^2 + v^2 + w^2 = 1)$.

Dr. ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ - S. VAGI (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires; Comisión Nacional de Energía Atómica): *Definición de producto de distribuciones causales o anticausales y aplicaciones.*

Ing. JUAN B. KERVOR (Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas de La Plata): *Extensión de la integral de Cauchy a la región infinita del plano.*

Esta comunicación es objetada por varios de los asistentes a la reunión, al considerar que la cuestión propuesta necesita de mayor estudio, pues los resultados expuestos son muy conocidos o triviales.

Levantada la sesión científica a las 11 h. 30 y constituída la Asamblea de socios de la U.M.A., el presidente Dr. C. A. Trejo da cuenta de la nota de fecha 4 de noviembre ppdo., referente a las resoluciones de la Asamblea General Extraordinaria de Profesores, Egresados y Alumnos de Física, Matemáticas y Metereología convocada por la Comisión de Doctorados ''La Línea Recta'', presentada por los presidentes de dicha Comisión Sr. Juan Carlos Lerman y de la Asamblea Sr. Tito Suter, así como de las resoluciones tomadas por la Junta Directiva de la U.M.A. en contestación a dicha nota, consignadas en el Acta nº 53 y en la Declaración de la U.M.A. sobre el criterio para realizar los concursos de profesores universitarios, que ha publicado y divulgado dicha Comisión de Doctorados ''La Línea Recta''.

(*) Los resúmenes aparecen en otro lugar de esta Revista.

Después de un cambio de impresiones, los socios de la U.M.A. ratifican las decisiones tomadas por la Junta Directiva, ampliándolas en el sentido de que el jurado de categoría "fuera de concurso" a que hace referencia la resolución 28, propuesto por la Asamblea convocada por la Comisión de Doctorados "La Línea Recta" y formado por los doctores Alberto González Domínguez, Antonio A. Monteiro, Luis A. Santaló, Mischa Cotlar y Julio Rey Pastor, se considera muy adecuadamente elegido, siempre que a dichos nombres se agreguen los del Dr. Beppo Levi e Ing. Alberto P. Calderón.

A propuesta de su presidente, la Asamblea de la U.M.A., aprueba también expresar se satisfacción por el nombramiento de Delegado - Interventor de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires del Ing. José Babini, benemérito y veterano director de publicaciones de la U.M.A.

Procédese después a la elección de la Junta Directiva de la U.M.A. correspondiente el período bienal 1955-57 (art. 11 de los Estatutos), resultando elegidos por unanimidad de los votos de los presentes y de los recibidos por correspondencia, los siguientes socios de la U.M.A.:

Presidente: Dr. Alberto González Domínguez;
Vicepresidente 1º: Dr. Luis A. Santaló;
Vicepresidente 2º: Dr. César A. Trejo;
Secretario general: Dr. Pedro Pi Calleja;
Tesorero: Dr. Germán Fernández;
Protesorero: Ing. Emilio Roxin;
Director de Publicaciones: Ing. José Babini;
Secretarios locales:
La Plata: Dra. Nelly M. Placeres;
Buenos Aires: Profª María J. Erramuspe;
Rosario: Prof. Juan Olguín;
Bahía Blanca: Profª Susana Fernández Long;
Tucumán: Profª Ilda C. Guglielmone de D'Angelo;
San Juan: Dr. Sergio Sispánov;
Santa Fe: Ing. Juan de Dios Olivieri;
San Luis: Prof. Modesto González;
Mendoza: Dra. Yanny Frenkel de Cotlar;
Salta: Ing. Roberto Ovejero;
Córdoba: Ing. Víctor Urciuolo;
San Carlos de Bariloche: Dr. Manuel Balanzat.

Una vez realizada la elección anterior, la Asamblea acuerda enviar a la Dra. Clotilde A. Bula un voto de gracias por la labor realizada durante muchos años en la tesorería de la U.M.A., lamentando que sus importantes ocupaciones actuales la hayan mantenido apartada últimamente de las actividades de la Junta Directiva de la U.M.A.

Y a las 12 h. 30 se levantó la sesión matutina de la reunión.

En el mismo local, siendo las 16 h. del día, el presidente saliente Dr. C. A. Trejo da posesión al nuevo presidente de la U.M.A. Dr. Alberto González Domínguez, quién propone para presidir la sesión científica de la tarde al Dr. Pedro Pi Calleja, lo que así se efectúa.

A continuación se ponen a discusión las siguientes comunicaciones:

Dr. G. Lumer (Universidad de Montevideo): *The range of the exponential* *function; Reversos en álgebras localmente compactas y un problema.* (No expuestas oralmente por ausencia del ponente).

Dr. LUIS A. SANTALÓ (Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas de La Plata): *Sobre la distribución de las áreas de las secciones planas de un cuerpo convexo.*

Dr. SAMUEL SELZER (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires): *Sobre el método de Newton de limitación de raíces reales de una ecuación algebraica; Sobre las relaciones simétrica y transitiva entre los elementos de un conjunto.*

Respecto de estas dos interesantes comunicaciones, varios de los asistentes observaron que existen ya precedentes de ellas en la literatura científica.

Dr. PEDRO E. ZADUNAISKY (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires): *Resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales con elevado número de incógnitas por el método de iteración en grupos, utilizando máquinas calculadoras automáticas.*

Dr. EDUARDO H. ZARANTONELLO (Departamento de Investigaciones Científicas, Mendoza): *Acotación de las soluciones de las ecuaciones integrales que rigen los movimientos fluídos cavitantes.*

Ing. O. E. VILLAMAYOR (Instituto de Matemática de la Universidad Nacional de Cuyo): *Teoría de Galois en anillos asociativos.*

Dr. D. VOELKER (Departamento de Investigaciones Científicas, Mendoza): *Aplicación de la transformación de Laplace a la difracción en retículos irregulares* (*).

Prof. GREGORIO KLIMOVSKY - Dr. RODOLFO RICABARRA (Instituto de Matemática, Mendoza): *Proposición equivalente a la ''Hipótesis del Contínuo''.*

Dr. PEDRO PI CALLEJA (Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas, La Plata): *Sobre la integral de Lebesgue en conjuntos de medida infinita.*

Y siendo las 20 h. el presidente Dr. Alberto González Domínguez da por terminada la reunión científica y clausurada la Asamblea de socios de la U.M.A.

ACTA Nº 55. — En la ciudad de Buenos Aires, durante los días 23 y 24 de mayo de 1956 se realizaron reuniones científicas de la Unión Matemática Argentina, que tuvieron lugar en el local de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, constituyendo las *''Novenas Jornadas Matemáticas Argentinas''.*

La sesión inaugural se realizó el día 23 a las 10.30 horas conjuntamente con la reunión inaugural de la ''Semana de la Ingeniería''. En dicha reunión conjunta inauguró las sesiones de la Unión Matemática Argentina su Presidente Dr. Alberto González Domínguez y pronunció una conferencia el Ing. José Babini sobre ''Historia y prehistoria de la Unión Matemática Argentina''.

Las reuniones de comunicaciones dieron comienzo el mismo día 23 a las 16.30 horas con dos sesiones separadas por un breve cuarto intermedio, con la presidencia a propuesta del Presidente de la U.M.A., de los doctores Sergio Sispánov y César A. Trejo respectivamente, y con el siguiente programa (**).

Primera Sesión:

Dr. MISCHA COTLAR (Universidad de Cuyo): *Sobre el teorema ergódico dominante.*

(*) Este trabajo se publica en extenso en otro lugar de esta Revista.
(**) Los resúmenes se publican en otro lugar de esta Revista.

Dr. MISCHA COTLAR (Universidad de Cuyo): *Sobre una forma general de homología funcional.*

Dr. ROLANDO GARCÍA (Universidad de Bs. As.): *Condiciones límites para las soluciones de la ecuación del movimiento estacionario de fluidos ideales.*

Segunda Sesión:

Dr. GREGORIO KLIMOVSKY (Universidad de Bs. As.): *Nota sobre consistencia y satisfacibilidad en lógica proposicional polivalente.*

Sr. JUAN CARLOS MERLO (Universidad de Bs. As.): *Una expresión de la función inversa de $y = x^x$.*

Dr. RODOLFO RICABARRA (Universidad de Cuyo): *Una caracterización de Algebras de medidas.*

Dr. ANTONIO MONTEIRO (Universidad de Cuyo): *Sobre el teorema de Halmos de representación de Algebras monádicas.* (Expuso este trabajo el Dr. O. A. Varsavsky).

El día 24 a las 16 horas dió comienzo la sesión en homenaje al Dr. Beppo Levi, con la presidencia del Dr. Mischa Cotlar, a propuesta del Presidente de la U.M.A., y con el siguiente programa:

Dr. LUIS A. SANTALÓ (Universidad de Bs. As. y Dirección Nacional de la Energía Atómica): *Sobre las cuerdas de figuras convexas.*

Dr. ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ e Ing. ROQUE SCARFIELLO (Universidad de Bs. As. y Dirección Nac. de la Energía Atómica): *Sobre el producto de distribuciones* (Expuso este trabajo el Ing. R. Scarfiello).

Dr. SERGIO SISPÁNOV (Universidad de Cuyo): *Métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.*

Ing. ORLANDO E. VILLAMAYOR (Universidad de Cuyo): *Sobre una representación matricial del anillo de endomorfismos de un módulo cualquiera.*

Terminada la sesión de comunicaciones, el Presidente de la U.M.A. Dr. Alberto González Domínguez se refirió al significado del homenaje al Dr. Beppo Levi. Después de destacar aspectos de la personalidad del Prof. Levi, señaló que la U.M.A.., al dedicar en su homenaje un volumen especial de su Revista, se hace intérprete de los sentimientos de admiración, cariño y agradecimiento de todos los cultores de la Matemática en la Argentina al Dr. Beppo Levi.

Al agradecer el homenaje, el profesor Beppo Levi señaló motivaciones de sectores de su obra científica, y evocó circunstancias que rodearon algunos momentos de su vida.

Finalmente el Sr. Tito Suter expresó en breves palabras la adhesióón de la Comisión de Doctorados del Centro de Estudiantes de Ingeniería al homenaje al profesor Levi.

Siendo las 19.50 horas se levantó la sesión.

Momentos después los participantes de las Jornadas y esposas de algunos de ellos se reunieron en un restaurant próximo en una cena de agasajo al Dr. Bepo Levi, al término de la cual el Ing. José Babini pronunció breves palabras de salutación y brindis.

BIBLIOGRAFIA

Second Colloque sur les Equations aux derivées partielles, Centre Belge de Recherches Mathématiques, 130 págs. 1955.

El segundo coloquio sobre ecuaciones en derivadas parciales, tenido lugar en Bruselas del 24 al 26 de Mayo de 1954, constituye el séptimo de los coloquios organizados con mucho éxito por el Centro Belga de investigaciones matemáticas sobre distintos capítulos de la matemática (geometría algebraica, topología, geometría diferencial, funciones de varias variables). El índice de los trabajos presentados al coloquio, que constituyen el contenido del presente volumen, es el siguiente:

M. PICONE, *Sobre un nuevo problema para la ecuación lineal en derivadas parciales de la teoría matemática clásica de la elasticidad.*

L. SCHWARTZ, *Problemas en los límites en las ecuaciones en derivadas parciales elípticas.*

J. L. LIONS, *Problemas en los límites de tipo mixto.*

J. LERAY, *Integrales abelianas y soluciones elementales de las ecuaciones hiperbólicas.*

M. BRELOT y G. CHOQUET, *Polinomios armónicos y poliarmónicos.*

G. DE RHAM, *Sobre ciertas ecuaciones de la teoría de las formas diferenciales armónicas.*

H. G. GARNIER, *Funciones de Green para los problemas en los límites de la ecuación de las ondas.*

L. FANTAPPIÉ, *Los nuevos métodos de integración en términos finitos de las ecuaciones en derivadas parciales.*

La categoría de los autores y los temas tratados es suficiente para poner de manifiesto tanto la importancia del volumen como los aspectos variados que va tomando en la matemática moderna la clásica teoría de las ecuaciones en derivadas parciales. Tanto la celebración de estos coloquios como la ulterior publicación de los trabajos presentados es una iniciativa digna del mayor encomio del Centro Belga de investigaciones matemáticas y de su infatigable y eminente director Prof. L. Godeaux.

L. A. Santaló

UNION MATEMATICA ARGENTINA

MIEMBROS HONORARIOS

Tulio Levi-Civita (†); Beppo Levi; Alejandro Terracini; George D. Birkhoff (†); Marshall H. Stone; Georges Valiron, Antoni Zygmund, Godofredo García.

REPRESENTANTES EN EL EXTRANJERO

Ing. Rafael Laguardia (Uruguay). Ing. José Luis Massera (Uruguay). Dr. Godofredo García (Perú). Dr. Leopoldo Nachbin (Brasil). Dr. Roberto Frucht (Chile). Dr. Mario González (Cuba). Dr. Alfonso Nápoles Gandara (México). Pedro Puig (España). Alejandro Terracini (Italia).

PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

Revista de la U.M.A. - Vol. I (1936-1937); Vol. II (1938-1939); Vol. III (1938-1939); Vol. IV (1939); Vol. V (1940); Vol. VI (1940-1941); Vol. VII (1940-1941); Vol. VIII (1942); Vol. IX (1943); Vol. X (1944-1945).

Revista de la U.M.A. y órgano de la A.F.A. - Vol. XI (1945-1946); Vol. XII (1946-1947); Vol. XIII (1948); Vol. XIV (1949-1950).

Revista de la U. M. A. y de la A. F. A. - Vol. XV (1951-1953); Vol. XVI (1954-1955); Vol. XVII (1955).

Los volúmenes III, IV, V y VI comprenden los siguientes fascículos separados:

Nº 1. GINO LORIA. *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina.* — Nº 2. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre las series de funciones de Hermite.* — Nº 3. MICHEL PETROVICH. *Remarques arithmétiques sur une équation differentielle du premier ordre.* — Nº 4. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace.* — Nº 5. NIKOLA OBRECHKOFF. *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes.* — Nº 6. RICARDO SAN JUAN. *Derivación e integración de series asintóticas.* — Nº 7. Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri. — Nº 8. F. AMODEO. *Origen y desarrollo de la Geometría Proyectiva.* — Nº 9 CLOTILDE A. BULA. *Teoría y cálculo de los momentos dobles.* — Nº 10. CLOTILDE A. BULA. *Cálculo de superficies de frecuencia.* — Nº 11. R. FRUCHT. *Zur Geometria auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida).* — Nº 12. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux.* — Nº 13. E. TORANZOS. *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan.* — Nº 14. M. BALANZAT. *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos.* — Nº 15. G. KNIE. *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista.* — Nº 16. A. TERRACINI. *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas.* — Nº 17. L. A. SANTALÓ. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por* n *rectas arbitrarias.* — Nº 18. A. WINTNER. *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades).* — Nº 19. E. FERRARI. *Sobre la paradoja de Bertrand.* — Nº 20. J. BABINI. *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre.* — Nº 21. R. SAN JUAN. *Un algoritmo de sumación de series divergentes.* — Nº 22. A. TERRACINI. *Sobre algunos lugares geométricos.* — Nº 23. V. y A. FRAILE y C. CRESPO. *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano.* — Nº 24. R. FRUCHT. *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes.* — Nº 25. E. R. RAIMONDI. *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos.*

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Vol. I; Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo.* Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico.* Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito.* Nº 4. — JULIO REY PASTOR, *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones.* Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF.

Vol. II; Nº 1. — YANNY FRENKEL, *Criterios de bicompacidad y de H-completidad de un espacio topológico accesible de Frechet-Riesz.* Nº 2. — GEORGES VALIRON, *Fonctions entières.*

Vol. III; Nº 1. — E. S. BERTOMEU y C. A. MALLMANN, *Funcionamiento de un generador en cascadas de alta tensión.*

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea Matemática.*