Volumen XXII Número 2

REVISTA

DE LA

UNION MATEMATICA ARGENTINA

(MIEMBRO DEL PATRONATO DE LA MATHEMATICAL REVIEWS)

Y DE LA

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

Director: José Babini
Redactores de U.M.A.: J. Rey Pastor (†), L. A. Santaló, A. González Domínguez
Redactores de la A. F. A.: Enrique Gaviola, Guido Beck, Rodolfo Busch

□

SUMARIO

Analizador de oscilogramas, por S. PISSANETZKY 57

Procesos inelásticos en la dispersión pión-pión y su influencia sobre el factor de forma del nucleón, por A. PIGNOTTI 69

Bibliografía. W. Burau, Algebraische Kurven und Flächen. I. Algebraische Kurven der Ebene (L. A. Santaló) 75

Geometría del espacio de las fases, por F. Gaeta 76

La electrotécnica como consecuencia relativista, por F. Alsina 85

Interacciones $\pi^- + C$ a 915 Mev. Parte I: Simulación de interacciones $\pi^- +$ mediante el método de Monte Carlo, por E. García Camarero, A. Gentile y E. Pérez Ferreira 91

Estados isoméricos del Y^{90}, por S. Abecasis, H. Bosch, M. C. Caracoche, A. Mocoroa y H. Vignau 104

Crónica. Las "Sesiones matemáticas" de 1962. Agrupación rioplatense de lógica y filosofía científica 112

□

BUENOS AIRES
1 9 6 2

UNION MATEMATICA ARGENTINA

La U. M. A. reconoce cuatro categorías de miembros: honorarios, protectores, titulares y adherentes. El miembro protector paga una cuota anual de $ 2000, por lo menos; el titular una cuota anual de $ 300 y el adherente (estudiante solamente) una cuota anual de $ 150. Los pagos deberán efectuarse por cheque, giro u otro medio de gastos, a la orden de UNION MATEMATICA ARGENTINA, Casilla de Correo 3588, Buenos Aires.

Por ser la U. M. A. miembro del patronato de la Mathematical Reviews (sponsoring member), los socios de la U. M. A. tienen derecho a suscribirse a esa importante revista de bibliografía y crítica con 50 % de rebaja sobre el precio de suscripción que es de 50 dólares por año. Los socios de la U. M. A. pagarán por tanto sólo 25 dólares por año.

Los autores de trabajos reciben gratuitamente una tirada aparte de 50 ejemplares. Las correcciones extraordinarias de pruebas, son por cuenta de los autores.

JUNTA DIRECTIVA

Presidente, Ing. José Babini; Vicepresidente 1º, Dr. Antonio Monteiro; Vice presidente 2º, Dr. Mischa Cotlar; Secretario, Ing. Roque Scarfiello; Tesorero, Lic. Concepción Ballester; Protesorero, Lic. Elisa Quastler; Director de Publicaciones, Ing. José Babini; Secretarios Locales: Buenos Aires, Lic. Cora Ratto de Sadosky; La Plata, Dr. Jorge Bosch; Rosario, Prof. Eduardo Gaspar; Bahía Blanca, Prof. Antonio Diego; Tucumán, Prof. Ilda G. de D'Angelo; San Juan, Prof. Carlos Loiscau; San Luis, Prof. Modesto González; Salta, Ing. Roberto Ovejero; Córdoba, Prof. Emilio A. Machado; Mendoza, Dr. Eduardo Zarantonello; Nordeste, Ing. Juan Enrique Borgna.

ASOCIACION FISICA ARGENTINA

La A. F. A., asociación privada de investigadores, profesores y estudiantes de física y de astronomía, tiene por objeto fomentar el progreso de la investigación y de la enseñanza de dichas materias por medio de reuniones científicas periódicas y de la publicación de trabajos originales.

Podrán ingresar como socios activos quienes hayan efectuado investigaciones originales; pueden ser socios adherentes los profesores que no cumplan este requisito; y socios estudiantes los que hayan aprobado el primer año de estudios de física o de astronomía.

Las solicitudes de ingreso, que deberán llevar la firma de dos socios activos o adherentes, habrán de dirigirse al secretario local que corresponda. Los socios activos abonarán una cuota anual de $ 400, los adherentes de $ 300 y los estudiantes de $ 200, pudiendo hacerlo en dos cuotas semestrales. En estas cuotas están incluídas las suscripciones a la "Revista de la U.M.A. y de la A.F.A." y a "Ciencia e Investigación".

La correspondencia relacionada con las colaboraciones (artículos originales, informes y reseñas bibliográficas) deben dirigirse al Dr. Mario Bunge, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Perú 222, Buenos Aires.

Se solicita a las instituciones a que pertenecen los autores contribuyan con una cuota de $ 1.400 por página impresa, la que les dará derecho a recibir 100 apartados libres de cargo.

COMISION DIRECTIVA (1960-62)

Presidente: Prof. Dr. José A. Balseiro.
Secretario: Prof. Ing. Ernesto E. Galloni.
Tesorero: Prof. Dr. José F. Westerkamp.
Secretario de Publicaciones: Prof. Dr. Mario Bunge.
Secretario en Buenos Aires: Prof. Ing. Ernesto E. Galloni. Secretario en La Plata: Prof. Dr. Horacio Bosch. Secretario en Bariloche: Prof. Alberto Maiztegui. Secretario en Córdoba: Prof. Dr. Jorge Landi Dessy. Secretario en Tucumán: Prof. Dr. Augusto Battig.

Abonnement à l'etranger (comprenant un volume complet): 7,50 dollars (Etats-Unis).

Prière d'adresser toute la correspondance scientifique, administrative et les échanges à l'adresse ci-dessous:

REVISTA DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA
Casilla de Correo 3588
Buenos Aires (Argentina)

ANALIZADOR DE OSCILOGRAMAS

por SERGIO PISSANETZKY
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

SUMARIO: Se describe un aparato capaz de extraer pulsos de una amplitud igual al valor de la señal en un punto prefijado de la pantalla de un osciloscopio, y promediarlos sobre un número de barridos grande con el fin de mejorar la relación señal/ruido o de estudiar la evolución con el tiempo de la señal en ese punto. Se ha intentado hacer una descripción práctica para que este aparato pueda ser construido sin dificultades en cualquier laboratorio.

Se presenta frecuentemente en los laboratorios el problema de tener que realizar observaciones en un osciloscopio con relación señal/ruido muy baja, o bien tener que registrar la evolución con el tiempo de la señal en un punto dado de la pantalla (por ejemplo, en experiencias de relajamiento o saturación), a veces también con baja relación señal/ruido. El método usado comúnmente para mejorar esta relación es la detección en fase, que tiene el inconveniente de exigir que el barrido del osciloscopio se reduzca a una pequeña fracción del ancho de la señal, impidiendo así la observación de todo el fenómeno en conjunto durante la medición.

Otro método que no tiene ese inconveniente y que se propone a continuación, ha sido descrito por Buyle-Bodin en «Le Journal de Physique et le Radium», suplemento al nº 4, *20*, 32 A (1959), quien realizó un equipo a transistores para llevarlo a la práctica. Nosotros, en cambio, hemos utilizado válvulas para realizar un equipo más versátil y más sencillo de ajustar, debido a la facilidad con que se pueden independizar las diferentes etapas de un circuito a válvulas.

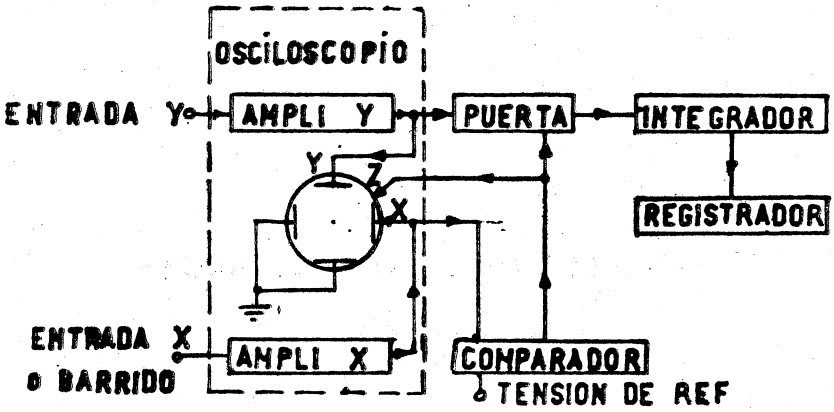


FIGURA 1

DESCRIPCION DEL METODO DE BUYLE-BODIN

La tensión de barrido X de un osciloscopio (fig. 1) puede provenir del generador de barrido del mismo, o bien de una señal externa, por ejemplo en el caso en que se desee sincronizarlo con la frecuencia de un oscilador que está siendo variada por la misma señal externa. En nuestro caso se usa una señal senoidal de 50 c/seg., que se aplica a la entrada X del osciloscopio y a un condensador vibrante que modula la frecuencia del oscilador de un espectrómetro cuadrupolar. La señal aplicada a la entrada Y es proporcional a la amplitud de oscilación del oscilador.

La tensión de barrido X, tomada de una de las placas, se aplica a un comparador, donde es comparada con una tensión de referencia suministrada exteriormente. El comparador dá a su salida un pulso cuadrado cada vez que la tensión de barrido pasa por la de referencia.

Este pulso, convenientemente amplificado, se aplica a una puerta electrónica, de manera tal que la puerta se abra el recibirlo. Y el mismo pulso se envía también a la entrada Z del osciloscopio, de manera de intensificar el haz y producir una marca en la pantalla en el momento en que está abierta la puerta. Es claro que variando la tensión de referencia se puede desplazar la marca luminosa en la pantalla y el instante en que está abierta la puerta.

La entrada de la puerta es la señal Y aplicada al osciloscopio, tomada directamente de una de las placas. La salida será no nula sólo cuando la puerta esté abierta, y la constituirán entonces pulsos cuadrados, uno por cada barrido, de amplitud igual al valor de la tensión Y en el lugar donde está la marca en la pantalla.

La tensión Y consta de la señal útil, cuyo valor será el mismo cada vez que se abra la puerta, más una tensión de ruido, cuyo valor será diferente en cada apertura, con una distribución estocástica. Sumando n de los pulsos de salida de la puerta, la señal útil quedará multiplicada por n, y en cambio la tensión de ruido tendrá una indeterminación sólo $\sqrt{n}$ superior a la que tenía antes, con lo que la relación señal/ruido quedará mejorada en un factor $\sqrt{n}$. Esto se consigue enviando los pulsos a un circuíto integrador, que mide su valor pico y los suma con una larga constante de tiempo, y envía finalmente a un registrador una tensión continua proporcional al resultado de la suma. Si la constante de tiempo es por ejemplo de 2 seg., y hay 50 barridos por segundo , la relación señal/ruido será mejorada alrededor de $\sqrt{2 \times 50} = 10$ veces.

Si finalmente se desplaza la tensión de referencia en sincronismo con el papel del registrador, a una velocidad tal que la marca en la pantalla recorra una distancia igual a su ancho en un tiempo mayor que la constante de tiempo del integrador, se obtendrá un registro del oscilograma con relación señal/ruido mejorada.

Si por otra parte se deja quieta la marca, el registrador indicará la evolución con el tiempo de la señal en el lugar de la marca, con relación señal/ruido mejorada, siempre y cuando esta evolución sea lo suficientemente lenta.

Este circuíto resulta satisfactoriamente lineal para la mayoría de las aplicaciones, y funciona sin modificación para cualquier frecuencia de barrido entre unos 10 y 500 c/seg., pudiendo ser fácilmente adaptado para otros rangos.

CIRCUITO. DETALLES TECNICOS

La señal de barrido es amplificada por la primera mitad de V_1 (fig. 4), y aplicada enseguida al circuíto comparador, que consta de dos diodos OA 150 y un sistema de polarización

con una pila de 4,5 voltios, y un potenciómetro P_1. La tensión de referencia se aplica a través de LL 4, y puede ser suministrada exteriormente o bien controlada manualmente con P_6. El circuito funciona de tal forma que siempre uno de los diodos conduce, y la tensión de salida es igual a la de referencia más la de polarización del diodo que conduce, salvo cuando la tensión de placa de V_1 difiere de la de referencia en menos de la diferencia de las polarizaciones de los diodos. Cuando esto último se produce, ninguno de los diodos conduce, y la tensión de salida varía con la misma pendiente que la de barrido, hasta que el otro diodo empieza a conducir, y la tensión de salida se estabiliza en un valor igual a la de referencia más la de polarización del nuevo diodo. Resulta así un pulso en forma de escalón, cuyo ancho depende de la diferencia de las polarizaciones de los diodos, dada por la posición de P_1.

El circuíto diferenciador (250 pF. 11 K) lo transforma en un pulso cuadrado, positivo o negativo según el sentido del barrido, que es amplificado por las dos secciones de V_2. La segunda sección de V_1 funciona como inversor, y la lleve LL 2 selecciona si el pulso positivo final corresponde al barrido de ida o al de vuelta. El potenciómetro P_2 controla la polarización de la segunda grilla de V_2, y con ello las alturas relativas de los pulsos positivo y negativo a la salida de V_2; el pulso positivo es limitado por corte, y el negativo por conducción de grilla; P_2 se ajusta de tal manera que a la salida de *LL* 2 sean iguales los pulsos positivos correspondientes a las dos posiciones de *LL* 2; este ajuste no es crítico.

V_3 elimina los pulsos negativos, y recorta los positivos para que su altura no dependa del ancho y posición de la puerta, o de la frecuencia de barrido dentro de cierto rango. Estos pulsos se aplican al seguidor catódico V_4, cuya salida se aplica a la entrada Z del osciloscopio, convenientemente atenuada por P_3, y a la grilla pantalla de V_5. La válvula V_5 es la llave electrónica, y no conduce salvo en el intervalo que dura el pulso. A la grilla de control de V_5 se aplica la señal Y del osciloscopio, atenuada por P_4, y una polarización dada por P_5 que sirve para ajustar el cero del registrador. Los pulsos a la salida de V_5 tendrán por lo tanto una altura proporcional al valor instantáneo de la tensión Y del osciloscopio.

Estos pulsos son rectificados por V_6, e integrados por el circuíto cuya constante de tiempo se fija con LL 3. Todos los condensadores que lo constituyen deben tener una resistencia de escape del orden de los 100 $M\Omega$ o más, para que la tensión de salida de este circuíto no sea mucho menor que el valor pico de los pulsos (ver apéndice 1).

Finalmente, la segunda mitad de V_4, y V_7 y V_8, constituyen un amplificador de C. C. con entrada de alta impedancia, que se usa para alimentar un registrador Brush que no posee amplificador propio. Este registrador tiene 1200 Ω de resistencia interna, y necesita 25 mA para desviación a plena escala. El cálculo del inversor de fase V_4 aparece en el apéndice 2.

Las tensiones de $+300$ y -300 provienen de fuentes estabilizadas.

Apéndice 1

DISEÑO DEL CIRCUITO DE V_6

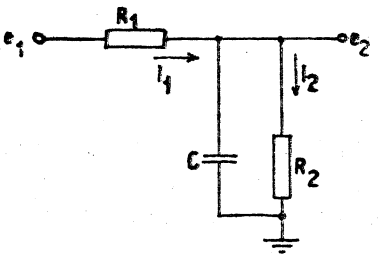


FIGURA 2

El diodo V_6 recibe en su cátodo pulsos de tensión de altura e_1 y duración τ, que se repiten con un período $T \gg \tau$. Queremos calcular el valor de la tensión continua e_2 que aparece en su placa. Para ello consideramos el circuíto de la fig. 2, que corresponde al instante en que el diodo conduce.

C y R_2 valen $.O2\,\mu F$ y $2,2\,M\Omega$ en el circuíto, respectivamente. R_1 representa la impedancia a través de la cual se aplican los pulsos a C, y está dada por la resistencia de carga de V_5, es decir, unos 23 K. Esto es así porque la resistencia del diodo, que aparecería en serie, es muy baja, y en cambio es muy alta la resistencia de placa de V_5, que aparecería en paralelo.

La corriente i_1 es la que circula durante el pulso, y provee a C una carga q_1 que vale:

$$q_1 = i_1 \tau = \frac{e_1 - e_2}{R_1} \tau$$

Cuando cesa el pulso, el condensador C se descarga a través de R_2, (pues ahora es $R_1 = \infty$, el diodo no conduce), perdiendo una carga q_2 que vale:

$$q_2 = i_2 T = \frac{e_2}{R_2} T$$

Al establecerse el equilibrio, debe ser $q_1 = q_2$. Igualando y resolviendo se obtiene la relación:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{R_2/R_1}{T/\tau + R_2/R_1}$$

Ahora bien, es $T/\tau \sim 100$, con puerta angosta. Para tener $e_2 \sim e_1$ (baja pérdida) haría falta $R_2/R_1 \gg 100$, pero ésto no es aconsejable, pues $R_1 = 23\,\mathrm{K}$, y R_2 resultaría demasiado grande. Por eso se ha adoptado una solución de compromiso, poniendo $R_2 = 2,2\,M\Omega$, con lo que:

$$\frac{R_2}{R_1} \cong 100 \quad ; \quad \frac{e_2}{e_1} \cong \frac{1}{2}$$

El valor de C se elige por consideraciones de constantes de tiempo. La de carga es $CR_1 T/\tau$ y la de descarga CR_2. Ambas son del orden de 0,04 seg., que es bastante más corta que la mayoría de los fenómenos que queremos visualizar con este aparato. Se ha añadido además una resistencia de $4,7\,M\Omega$, y los condensadores seleccionados por LL 3, para poder usar constantes de tiempo más largas si se desea, para obtener así una mayor mejora de la relación señal/ruido.

APÉNDICE 2

DISEÑO DEL INVERSOR DE SEÑAL V_4 PARA C. C.

Se dispone de una tensión E_1 de C. C. a alta impedancia, proveniente del circuíto descrito en el apéndice 1. Se desea obtener otra tensión E_3, también de C. C., que cumpla las condiciones siguientes:

a) Si $E_1 = E_1^0$ (un cierto valor de referencia fijo), también $E_3 = E_1^0$.

b) Si E_1 aumenta desde E_1^0, E_3 disminuye desde E_1^0 en el mismo importe. Y viceversa.

O sea, analíticamente:

$$E_3 = 2\,E_1^0 - E_1 \qquad (1)$$

Las tensiones E_1 y E_3 se utilizan como entradas de un amplificador diferencial formado por V_7 y V_8, (fig. 4), a cuya salida se conecta el registrador. La tensión de salida es proporcional a:

$$E_s \sim E_3 - E_1 = 2\,E_1^0 - 2\,E_1$$

y es proporcional a E_1 y nula si $E_1 = E_1^0$.

La selección de E_1^0 es más o menos arbitraria. Es la tensión a la salida de V_6 cuando no hay tensión Y aplicada a la entrada de V_5, y cuando P_5 está en una posición intermedia. Esta tensión depende de la altura de los pulsos recortados por V_3, y de su ancho, determinado por P_1.

Con las polarizaciones elegidas para V_3, y con P_1 en una posición intermedia, hemos medido que $E_1^0 = -55\,v$. El rango de P_5, determinado experimentalmente, resulta suficiente para ajustar E_1 a —55 v. cualquiera sea la posición de P_1, y permite además variar E_1 sobre un rango suficiente para fijar el cero del registrador en el centro del papel o en cualquiera de los extremos.

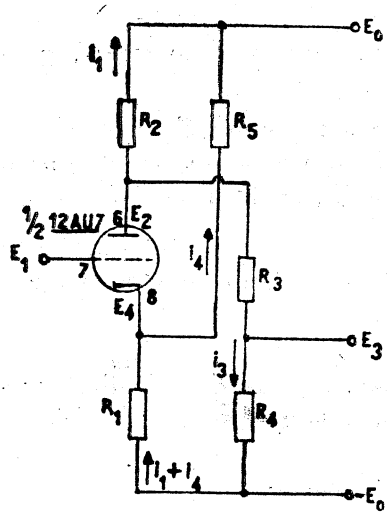


FIGURA 3

A continuación se expone el cálculo del circuíto de la fig. 3, destinado a proveer E_3 tal que cumpla la condición (1). Se procede con la aproximación:

$$R_3 \gg R_2$$

a fin de tener i_3 despreciable frente a i_1, y se toma $E_0 = 300$ v.

En la zona en que deseamos utilizar la 12 AU 7, sus curvas características resultan representadas con suficiente aproximación por la siguiente relación:

$$i_b = \frac{e_b}{6,7} + 2,4\, e_g - 6,5 \qquad (2)$$

con las tensiones en voltios y las corrientes en mA. Examinando el circuíto obtenemos las relaciones:

$$e_g = E_1 - E_4$$
$$e_b = E_2 - E_4$$
$$i_b = i_1$$
$$E_2 = E_0 - i_1 R_2$$
$$i_4 (R_5 + R_1) + i_1 R_1 = 2 E_0$$
$$E_4 = (i_1 + i_4) R_1 - E_0 = \left(i_1 + \frac{2 E_0 - i_1 R_1}{R_1 + R_5} \right) R_1 - E_0$$

Ahora, en (2) reemplazamos los valores de i_b, e_b y e_g, y luego los de E_2 y E_4, por los suministrados por las últimas relaciones. Despejando de allí i_1, obtenemos:

$$i_1 = \frac{1}{D}\left[804 - 1530 \frac{R_1}{R_1 + R_5} + 2,4\, E_1 \right] \qquad (3)$$

con:

$$D = 1 + 0,15\, R_2 + 2,55 \frac{R_1 \times R_5}{R_1 + R_5} \qquad (4)$$

Examinando el circuíto puede obtenerse fácilmente:

$$E_3 = - i_1 \frac{R_2 R_4}{R_3 + R_4} + E_0 \frac{R_4 - R_3}{R_3 + R_4} \qquad (5)$$

En la (5) reemplazamos la (3), y lo que resulta lo introducimos en la (1), usando que $E_1{}^0 = -55$ v. y $E_0 = 300$ v. Resulta:

$$E_3 = -\frac{1}{D}\left[804 - 1530 \frac{R_1}{R_1 + R_5} + 2,4\, E_1\right] \frac{R_2 R_4}{R_3 + R_4} + \\ + 300 \frac{R_4 - R_3}{R_3 + R_4} = -110 - E_1$$

Quitando denominadores y reagrupando:

$$804\, R_2 R_4 - 1530 \frac{R_1 R_2 R_4}{R_1 + R_5} - 410\, R_4 D + 190\, R_3 D = \\ = E_1 \left[D\,(R_3 + R_4) - 2,4\, R_2 R_4 \right]$$

El primer miembro de esta expresión es una constante independiente de E_1. Por lo tanto el segundo miembro también debe ser independiente de E_1, y para ello la única posibilidad es:

$$D\,(R_3 + R_4) - 2,4\, R_2 R_4 = 0 \qquad (6)$$

Como entonces el segundo miembro es nulo, el primero también debe serlo:

$$804\,R_2\,R_4 - 1530\frac{R_1\,R_2\,R_4}{R_1+R_5} - 410\,R_4\,D + 190\,R_3\,D = 0 \qquad (7)$$

Las relaciones (6) y (7) contienen únicamente las resistencias del circuíto, y su cumplimiento garantiza el de la condición (1).

La (6) provee de:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{2,4\,R_2}{D} - 1 \qquad (8)$$

y la (7) de:

$$\frac{R_3}{R_4} = -4,23\frac{R_2}{D} + 8,06\frac{R_1\,R_2}{D\,(R_1+R_5)} + 2,16 \qquad (9)$$

Igualando (8) y (9) para eliminar R_3 y R_4, usando la (4) para el valor de D, y operando algebraicamente, se llega a:

$$3,16\,(R_1+R_5) + 1,91\,R_1\,R_2 + 8,06\,R_1\,R_5 = 6,15\,R_2\,R_5 \qquad (10)$$

Ahora hemos de elegir un juego adecuado de valores de R_1, R_2 y R_5, tales que satisfagan esta ecuación. Si ensayamos de simplificar el circuíto poniendo $R_5 = \infty$, R_1 y R_2 resultan tales que la válvula trabaja con la grilla positiva respecto al cátodo. Físicamente, esto proviene del hecho que la válvula trabaja con baja ganancia por la presencia de R_1, que introduce una fuerte realimentación negativa. Para compensar esta baja ganancia, el divisor (R_3, R_4) debe tener $R_4 \gg R_3$, a fin de que casi toda la señal sea transmitida. Pero entonces $E_2 \sim E_3$, y como E_3 debe valer —55 v. cuando $E_1 = -55$ v., resulta que E_2 no puede ser muy superior a este valor cuando $E_1 = -55$ v. O sea, la valvula trabaja con muy baja tensión de placa. A pesar de ello, la corriente debe ser fuerte para obtener E_2 bajo, lo que exige tener la grilla positiva.

Este efecto es indeseable, pues se desea que el circuíto tenga entrada de alta impedancia por lo manifestado en el apéndice 1. Por lo tanto hemos introducido una resistencia R_5

no infinita, que reduce la realimentación catódica y permite obtener condiciones de trabajo aceptables. Los siguientes valores satisfacen la ecuación (10):

$$R_1 = 50\,K$$
$$R_2 = 78,5\,K$$
$$R_5 = 100\,K$$

De la (4) obtenemos:

$$D = 98$$

y de la (8):

$$\frac{R_3}{R_4} = 0,92$$

Tomando:

$$R_3 = 920\,K \gg R_2$$

tenemos:

$$R_4 = 1000\,K$$

Estos valores suministran en reposo, o sea, con $E_1 = E_1{}^0 = -55$ v.:

$$i_1 = 1,65\,mA.$$
$$i_4 = 3,45\,mA.$$
$$E_2 = 170 \text{ v.}$$
$$E_4 = -45 \text{ v.}$$

O sea, que la válvula trabaja con:

$$i_b = 1,65\,mA.$$
$$e_b = 215 \text{ v.}$$
$$e_g = -10 \text{ v.}$$

que es un punto de trabajo aceptable y que corresponde bastante bien a las características reales de la válvula utilizada.

El ajuste del circuíto, una vez construído, es necesario debido a que la relación (2) es sólo aproximada. Para realizarlo, se aplica $E_1 = -55$ v., y se varía R_5 hasta que sea también $E_3 = -55$ v., lo que asegura el punto de reposo. La exigencia

de que la amplificación sea unitaria no es estricta, pues tiene su orígen en el deseo de obtener mayor linealidad del amplificador diferencial, la que no se perjudica apreciablemente si la amplificación es algo diferente de 1. Si se desea, el ajuste exacto puede hacerse variando R_3 en concordancia con R_5.

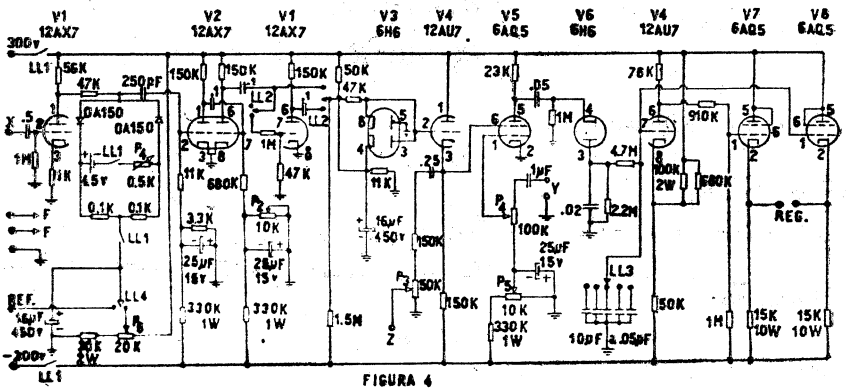


FIGURA 4

P_1 — ancho de puerta.
P_2 — igualador de altura de pulsos (interior).
P_3 — intensidad de la marca en el osciloscopio.
P_4 — sensibilidad.
P_5 — cero del registrador.
P_6 — control manual de posición de puerta.
LL1 — general: pila, + 300, — 300, referencia, ojo de buey.
LL2 — selector de puerta en ida o en vuelta.
LL3 — selector de constante de tiempo.
LL4 — selector de posición de puerta.

PROCESOS INELASTICOS EN LA DISPERSION PION-PION Y SU INFLUENCIA SOBRE EL FACTOR DE FORMA DEL NUCLEON

por A. PIGNOTTI

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

I. *Introducción*

Frazer y Fulco (1) probaron que una resonancia en la dispersión elástica pión-pión en el estado $J=1$, $T=1$ permite explicar simultáneamente el momento magnético anómalo del nucleón y el radio de la distribución de dicho momento magnético. La amplitud de dispersión correspondiente a la onda parcial indicada fue obtenida resolviendo las ecuaciones integrales que se desprenden de la teoría de Mandelstam por el método N/D sustituyendo las singularidades no físicas por un polo equivalente cuyos dos parámetros representan la intensidad y forma de la interacción y están relacionados con la posición y el ancho de la resonancia. El cálculo fue efectuado en la aproximación de dispersión elástica para el proceso pión-pión y de despreciar contribuciones de estados de más de dos piones en las relaciones de unitariedad para los factores de forma. La resonancia propuesta en el trabajo indicado ha sido hallada experimentalmente (2) aunque con valores distintos a los prefijados, lo que indicaría que las aproximaciones utilizadas no son adecuadas.

En este trabajo se intenta estimar las modificaciones que aparecen en el factor de forma introduciendo fenomenológica-

(1) *Physical Review Letters 2*, 365 (1959) y *Physical Review 117*, 1609 (1960).

(2) J. ANDERSON et al., *Physical Review Letters 6*, 365 (1961).

mente procesos inelásticos en la amplitud de dispersión pión-pión, sin pretender por el momento incluir contribuciones de estados intermedios de más de dos piones en la parte imaginaria de los factores de forma.

II. *Modificación de la amplitud de dispersión elástica pión-pión*

Siendo la amplitud de dispersión para la onda parcial $J=1$, $T=1$

$$f_{11}(\nu)=\sqrt{\frac{\nu+1}{\nu^3}}\,\frac{e^{2i\delta(\nu)}-1}{2i} \tag{1}$$

para $\nu>0$ y conociendo las propiedades analíticas de esta función para todo ν, podemos representarla como

$$f_{11}(\nu)=\frac{N(\nu)}{D(\nu)} \tag{2}$$

ν es el cuadro del vector momento del pión en el sistema centro de masa y se ha tomado la masa del pión igual a 1. $N(\nu)$ contiene todas las singularidades no físicas o sea para $\nu<0$ y $D(\nu)$ las singularidades situadas en la zona física ($\nu\geqq 0$).

La aproximación del polo equivalente consiste en escribir

$$N(\nu)=\frac{\lambda}{\nu+\nu_0} \tag{3}$$

con $\nu_0>0$. En tal caso

$$Im\,D(\nu)=N(\nu)\,Im\,\frac{1}{f_{11}(\nu)}=\frac{\lambda}{\nu+\nu_0}\,Im\,\frac{1}{f_{11}(\nu)} \tag{4}$$

En la zona elástica $0\leqq\nu<3$ δ es real y usando la fórmula (1) se puede escribir

$$Im\,\frac{1}{f_{11}(\nu)}=-\sqrt{\frac{\nu^3}{\nu+1}} \tag{5}$$

En la zona inelástica ($\nu \geqq 3$) se tiene $\delta = \delta_R + i\,\delta_I$ y llamando $e^{-2\,\delta_r(\nu)} = \eta$ se obtiene

$$Im\,\frac{1}{f_{11}(\nu)} = -\left(1 + \frac{1-\eta^2}{1+\eta^2 - 2\,\eta\cos 2\,\delta_R}\right)\sqrt{\frac{\nu^3}{\nu+1}} \qquad (6)$$

En el límite de energía infinita es $\eta = 0$, con lo cual

$$Im\,\frac{1}{f_{11}(\nu)} = -2\sqrt{\frac{\nu^3}{\nu+1}} \qquad (7)$$

Para estimar el efecto de los procesos inelásticos en la amplitud se substituyó

$$Im\,\frac{1}{f_{11}(\nu)} = -\left(1 + \frac{\nu}{\nu+a}\right)\sqrt{\frac{\nu^3}{\nu+1}} \qquad (8)$$

La expresión (8) tiene el comportamiento asintótico correcto e incluye un nuevo parámetro a que da el orden de magnitud del valor del momento para el cual comienzan a predominar los procesos inelásticos. Por otro lado es suficientemente sencilla como para permitir integrar analíticamente la relación de dispersión para $D(\nu)$.

$$D(\nu) = 1 - \frac{\nu}{\pi}\int_0^\infty \frac{Im\,D(\nu')}{(\nu' - \nu - i\,\varepsilon)\,\nu'}\,d\nu' = 1 - \frac{\lambda\,\nu}{\nu+\nu_0}\left[I_a(\nu) - I_a(-\nu)\right] \qquad (9)$$

con

$$I_a(-\nu) = \left(1 + \frac{\nu}{\nu+a}\right)\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}}\,ln\left(\sqrt{|\nu+1|} + \sqrt{|\nu|}\right) - \frac{2\,\nu}{\nu+a}\sqrt{\frac{a}{a-1}}\left(ln\sqrt{a-1} + \sqrt{a}\right) - i\,H(\nu)\left(1 + \frac{\nu}{\nu+a}\right)\sqrt{\frac{\nu}{\nu+1}} \qquad (10)$$

para $\nu > 0$ y $\nu < -1$

y

$$I_a(-\nu)=\left(1+\frac{\nu}{\nu+a}\right)\frac{1}{\sqrt{-\frac{1}{\nu}-1}}\left(1-\frac{2}{\pi}arc\,ctg\sqrt{-\frac{1}{\nu}-1}\right)$$

$$-\frac{2\nu}{\nu+a}\sqrt{\frac{a}{a-1}}\,ln\left(\sqrt{a-1}+\sqrt{a}\right)$$

para $-1<\nu<0$

$$H(\nu)=\begin{cases}1 & \text{para } \nu>0\\ 0 & \text{para } \nu<0\end{cases}$$

Las fórmulas (2), (3), (9) y (10) permiten obtener la expresión para $f_{11}(\nu)$ que siguiendo a Frazer y Fulco puede escribirse

$$f_{11}(\nu)=\frac{\Gamma}{\nu_r-\nu[1-r\,Re\,I_a(-\nu)]+\Gamma\,\nu\,Im\,I_a(-\nu)} \quad (11)$$

con las definiciones adicionales

$$\Gamma=\frac{\lambda}{\lambda I_a(\nu_0)-1} \quad \text{y} \quad \nu_r=\frac{\nu_0}{\lambda}\Gamma \quad (12)$$

Γ da el ancho y ν_r la ubicación de la resonancia. Si se fijan estos dos valores y se hace variar el parámetro a de ∞ hasta dos o tres veces el umbral de los procesos inelásticos, las ecuaciones (12) resueltas para ν_0 dan valores que disminuyen notablemente ([3]). Interpretado en términos de potencial equivalente esto indica que el alcance de las fuerzas que para $a=\infty$ tomaba valores exageradamente pequeños, se desplaza hacia valores más razonables.

([3]) Ver cuadro 1.

III. *Factores de forma del pión y del nucleón*

En la aproximación utilizada el factor de forma del pión resulta

$$F_\pi(\nu) = \frac{f_{11}(\nu)}{f_{11}(-1)} \frac{(\nu+\nu_0)}{(\nu_0-1)} = \frac{D(-1)}{D(\nu)} \tag{13}$$

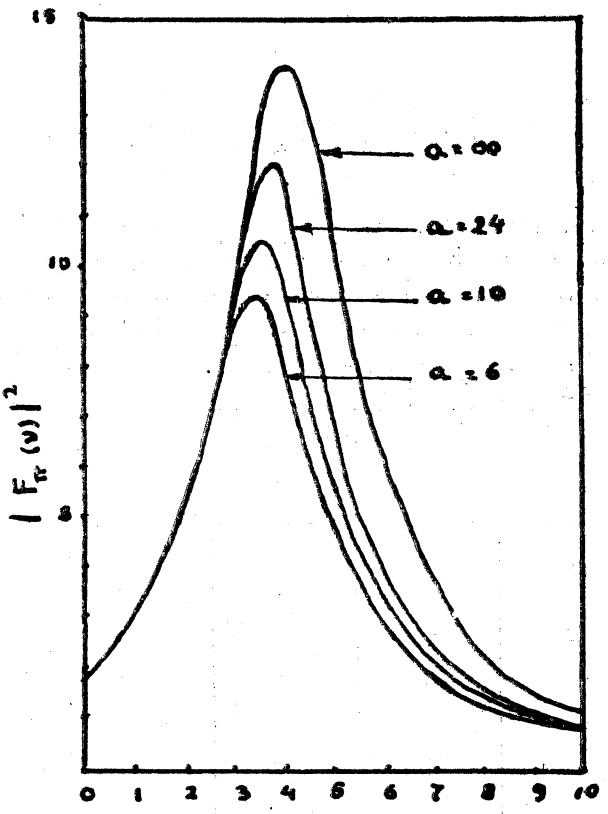


Fig. 1

En la figura 1 se representaron varias curvas de $|F_\pi(\nu)|^2$ para $\Gamma = 0.3$, $\nu_r = 3.5$ y $a = \infty$, 24, 10 y 6. El valor $a = \infty$ es equivalente a usar la relación (5) en todo el intervalo de integración. Se observa que al disminuir a se mantiene la forma de las curvas pero disminuye el área debajo de ellas. Esto corresponde

a una disminución del momento magnético anómalo del nucleón. En efecto se puede escribir la relación de dispersión para el factor de forma vectorial del nucleón

$$G_v^2(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{g_v^2(t')}{t'-t}\, dt' \tag{14}$$

con

$$g^2{}_v(t) = |E\pi\left(\frac{t}{4} - 1\right)|^2 [g_v^2(t)]_0 \tag{15}$$

donde $[g_v^2(t)]_0$ proviene de la continuación analítica de la aproximación de Born en la dispersión pión-nucleón. Por otra parte el valor cuadrático medio del radio de la distribución de momento magnético anómalo y en general el comportamiento de la curva del factor de forma, no se ven afectados mayormente.

Un resumen de resultados se tiene en el cuadro 1.

CUADRO 1

Γ	a	μ	$\langle r^2 \rangle$	ν_0
0,3	∞	2,55	—	8830
0,3	24	2,19	0,357	478
0,3	10	1,99	0,367	317
0,3	6	1,83	0,370	250
0,4	∞	1,84	—	667
0,4	24	1,58	0,370	118

Se observa que para el valor $\Gamma = 0,3$ que corresponde al ancho medido en la referencia 2, el resultado para el momento magnético anómalo se acerca al valor conocido de $1,84 \frac{e}{2M}$ a medida que disminuye a.

IV. *Conclusión*

Los resultados de las secciones II y III parecen favorecer un valor relativamente bajo para el parámetro a y ello induce a creer que la producción de dos piones sea el proceso inelástico dominante en la dispersión pión-pión. Se espera efectuar el cálculo de dicho proceso usando la teoría de las colisiones periféricas para determinar de tal forma el valor del parámetro a. No se descarta la posibilidad que las otras aproximaciones mencionadas en la introducción puedan tener efectos apreciables sobre el momento magnético anómalo y se cree que ellas son responsables de la discrepancia que aún existe en el factor de forma a mayores valores de la transferencia de impulso.

El autor agradece al Profesor José R. Fulco la sugerencia de este problema y la ayuda prestada durante el desarrollo del mismo.

BIBLIOGRAFIA

WERNER BURAU, *Algebraische Kurven und Flächen*, I. *Algebraische Kurven der Ebene*. Sammlung Göschen, vol. 435, 154 págs. Walter de Gruyter, Berlín 1962.

Se trata de una excelente exposición de la teoría clásica de las curvas planas algebraicas. No se suponen más conocimientos previos que los comunes de un curso de geometría analítica y el uso de las coordenadas proyectivas. Se refiere siempre al cuerpo de los números complejos, si bien, naturalmente, la mayoría de los resultados vale igualmente para cualquier cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero.

Consta de dos capítulos. El primero trata de las cónicas y curvas de tercer orden y de tercera clase. Las cúbicas vienen estudiadas con todo detalle: clasificación, puntos de inflexión, representación paramétrica, ramas reales, hessiana, etcétera. El capítulo segundo trata de las curvas algebraicas planas en general: puntos singulares, teorema de Bézout, ramas de una curva, desarrollos de Puiseux (polígono de Newton), fórmulas de Plücker, género de las curvas con singularidades ordinarias, curvas racionales en general y en particular las curvas racionales de cuarto orden.

Un segundo volumen que se anuncia tratará las superficies algebraicas de tercer grado y las curvas del espacio de tercero y cuarto grado.

Bastantes ejemplos sirven para aclarar los conceptos introducidos. Consideramos que el librito puede ser muy útil, por su contenido y clara exposición, como base para emprender un estudio más superior de las curvas algebraicas desde el punto de vista de la moderna geometría algebraica.

L. A. Santaló

GEOMETRIA DEL ESPACIO DE LAS FASES (*)

por FEDERICO GAETA
Instituto de Física, San Carlos de Bariloche, Río Negro (Argentina)

a J. BALSEIRO in memoriam

RESUMEN

El espacio de las fases se puede caracterizar geométricamente como una variedad diferenciable (1) V_{2n} (que en las aplicaciones físicas es cómodo suponer de clase C^∞ o analítica) con una forma cuadrática diferencial externa (2) ω no degenerada y cerrada (*V.* [4], [8]):

$$d\omega = 0$$

n es el número de grados de libertad —que suponemos finito— y por tanto $2n$ es la dimensión del espacio de las fases.

Brevemente: V_{2n} *es una variedad simpléctica.* (Cfr. *Synge* [14] en relación con el espacio riemanniano de las configuraciones).

El tensor de coeficientes de ω es antisimétrico (3); demostramos que sus componentes a_{ij} $(= -a_{ji})$ en cualquier sistema

* Recibido el 25 de mayo de 1961.

(1) Véase [ ], [ ] ...., en la bibliografía final.

(2) Aplicamos sistemáticamente la técnica del cálculo diferencial externo de POINCARÉ-CARTAN]3[, [8], [13], [5], que es mucho más que una "higher condensed notation" (v. SYNGE, [15]. Es un instrumento de investigación geométrica de primer orden, intrínseco como el cálculo tensorial, (puede considerarse incluso como un capítulo de este por su vinculación con los tensores antisimétricos) v. [15]. Aunque actualmente los físicos lo usen muy poco todavía — tuvo origen en la Física, después de los trabajos de POINCARÉ [11] sobre los invariantes integrales de los sistemas dinámicos.

(3) Se han considerado ya teorías físicas en las que se usan tensores g_{ij} no simétricos — incluso g_{ij} sin ninguna simetría (v. [9]. Hay algunas pequeñas diferencias en cuanto al signo — que no detallamos aquí. Ver las fórmulas correctas para "subir y bajar índices" en este caso general en dicho libro [9].

de coordenadas locales de V_{2n} pueden desempeñar un papel análogo al de los g_{ij} simétricos de un espacio de *Riemann*.

La geometría local correcta de la V_{2n} en un punto x de V_{2n} es la *simpléctica* [16] (4) de un modo análogo al caso riemanniano en que la geometría es localmente euclídea.

Muy frecuentemente en la Mecánica estadística se usa indebidamente la geometría enclídea en V_{2n} —tratado como si fuera un espacio euclídeo— y se usan conceptos métricos; distancias, ángulos, gradientes, etc., que no son invariantes por una transformación de contacto que transforman coordenadas canónicas en canónicas. Ver por ejemplo la autorizada obra de *Khinchin* [6]. Este defecto se señala en [1], pero no se corrige. En un curso monográfico del autor en el Instituto de Física de San Carlos de Bariloche y en algunas sesiones de Seminario se ha expuesto como la geometría de la V_{2n} con la ω invariante permite dar sentido geométrico y físico invariante a todas las deducciones básicas que se precisan en Mecánica estadística, sin ninguna otra hipótesis suplementaria, de suerte que se puede prescindir de los conceptos euclídeos no invariantes señalados precedentemente.

El desarrollo completo será expuesto en una próxima memoria. Aquí, aprovechando esta reunión de la A. F. A. se exponen brevemente los resultados principales, pero con demostraciones completas basadas en el cálculo diferencial externo.

---

(4) H. WEYL explica en su libro [16], como introdujo el término "symplectic" como sucedáneo griego de *complejo* para evitar la confusión con los números complejos. El grupo simpléctico real homogéneo Sp (Bn, R) es el subgrupo del GL (n, R) que deja invariante una forma $A = \sum_{i<j} a_{ij} \begin{vmatrix} x^i & x^j \\ y^i & y^j \end{vmatrix}$ antisimétrica no degenerada.

El significado geométrico de $A = O$ es que los vectores $\vec{x}$, $\vec{y}$ son conjugados respecto a un complejo de bivectores. Pasando al P_{2n-1} proyectivo $A = O$ significa que la recta que une los dos puntos de coordenadas homogéneas x^i, y^j pertenece al complejo de rectas invariante de ecuación

$$\sum_{i<j} a_{ij}\, p^{ij} = o$$

donde $p_{ij} = \begin{vmatrix} x^i & x^j \\ y^i & y^j \end{vmatrix}$ son las coordenadas grassmannianas contravariantes de una recta del complejo.

1. SIGNIFICADO FISICO DE ω

En todo entorno de un punto x de V_{2n} puede representarse la ω en la forma canónica

$$(1.1) \qquad \omega = d\,p^1 \wedge d\,q^1 + d\,p^2 \wedge d\,q^2 + \ldots + d\,p^n \wedge d\,q^n$$

en coordenadas canónicas $(p^1, q^1, p^2, q^2, \ldots, p^n, q^n,)$; ω es pues el integrando del invariante integral que en la notación antigua «incorrecta» se escribía

$$\iint_S \Sigma\, d\,p^i \wedge d\,q^i$$

extendida a cualquier superficie S del espacio de las fases.

Hay que hacer notar que la geometría de la V_{2n} es independiente de la «solicitación» a que se somete al sistema. Esta se puede caracterizar en el caso de un sistema holónomo conservador con ligaduras independientes del tiempo (5) por una función hamiltoniana H. Entonces debe ser un invariante iutegral *relativo*

$$\int_c \Sigma\, p\, d\,q - H\, d\,t$$

(válido sólo para una curva cerrada). La invariancia relativa de $\Sigma\, p\, d\,q - H\, d\,t$ en el caso de una transformación de contacto que no contenga el tiempo (6) equivale a la de $\tau = \Sigma\, p\, d\,q$ y se verifida $\omega = d\,\tau$. El teorema de *Stokes* generalizado [8], [12], [13]):

$$\int_{\partial\Gamma_{p+1}} \omega_p = \int_{\Gamma_{p+1}} d\,\omega_p$$

permite relacionar los invariantes integrales relativos con los absolutos.

---

(5) Es posible —en principio— extender todo al caso relativista tratando t y H como variables conjugadas.

(6) La asimetría desaparece en el caso relativista. Ver observación precedente.

2. LOS DEMAS INVARIANTES INTEGRALES Y EL TEOREMA DE LIOUVILLE.

Las potencias externas sucesivas de ω

$$\omega^{(h)} = \omega \wedge \omega \overset{h}{\ldots} \wedge \omega$$

son nulas para $h > n$. Para $h = 1$, $\omega(^1) = \omega$, para $h = 1, 2, \ldots n$ se obtienen formas externas invariantes elementales. Si ω tiene la forma canónica (1.1) resulta

$$\omega^{(h)} = h\,! \sum_{i_1 < i_2 < \cdots < i_h} d\,p^{i_1} \wedge d\,q^{i_1} \wedge d\,p^{i_2} \wedge d\,q^{i_2} \wedge \ldots d\,p^{i_h} \wedge d\,q^{i_h}$$

Para $h = n$, $\dfrac{1}{n\,!}\,\omega^{(n)}$ es el elemento de volumen invariante del espacio de las fases (teorema de *Liouville*) fundamental en Mecánica estadística.

3. MECANICA ANALITICA EN COORDENADAS NO CANONICAS

La técnica de subir y bajar índices componiendo con el tensor fundamental a_{ij} permite asignar a todo tensor de orden m componentes contravariantes, covariantes o mixtas de modo invariante por cambios de coordenadas locales. Este resultado —cuya interpretación geométrica es una polaridad intrínseca entre el espacio tangente T_x en cada punto x y su dual T_x^*— permite poder escribir en forma tensorial todas las ecuaciones de la Mecánica estadística. En los *n.* 4, 5 y 6 indicamos algunos aplicaciones.

4. COMPONENTES CONTRAVARIANTES DE ω Y TENSOR DE JACOBI

La existencia de las a^{ij} es independiente de la condición $d\,\omega = 0$ cuyo papel aún no ha sido esclarecido (7). Los coefi-

(7) Si ω está escrita en la forma canónica (1.1) la $d\omega = o$ se deduce inmediatamente, porque los coeficientes son constantes. Pero, para demostrar que ω puede escribirse en forma canónica (1.1) hay que usar la condición $d\omega = o$ [7].

cientes de $d\omega$ son las componentes esenciales de un tensor antisimétrico covariante de tercer orden δ_{ijk}. Su anulación ($\delta ijk = 0, i, j, k = 1, 2, \ldots, 2n$) equivale a la condición $d\omega = 0$ y también a la anulación de su dual δ^{ijk}, que llamamos tensor de *Jacobi* porque cuando ω es canónica δ^{ijk} se reduce al primer miembro de la identidad de *Jacobi*.

Veremos enseguida que una consecuencia inmediata de ésto es que *las funciones de punto sobre V_{2n} forman un álgebra de Lie*.

5. GRADIENTE SIMPLECTICO DE UNA FUNCION ESCALAR SOBRE V_{2n}

Los vectores de T_x son los vectores tangentes de V_{2n} en el punto x. Son vectores contravariantes. Los vectores del espacio dual T_x^* o covectores son los vectores covariantes. A menudo se identifican mediante la polaridad intrínseca

$$x^i a_{ij} = x_i \tag{5.1}$$

no degenerada por ser det. $(a_{ij}) \neq 0$ (8). En una variedad diferenciable cualquiera (sin tensor fundamental) a toda función de punto escalar $f(x)$ corresponde intrínsecamente un campo de covectores (esencialmente su diferencial df) cuyas componentes en cualquier sistema de coordenadas locales son las derivadas parciales.

$$\partial_i f = \frac{\partial f}{\partial x_i} \tag{5.2}$$

Si la variedad es un espacio de *Riemann* con el g_{ij} invariante el campo de covectores puede sustituirse por el campo de vectores dual de coeficientes

$$\partial^i f = g^{ij} \partial_j f \tag{5.3}$$

(8) Conviene observar que en las aplicaciones a la Mecánica estadística no se puede prescindir del caso $det(a_{ij}) = o$ (variedades simplécticas degeneradas). En efecto, las variedades de energía constante $H =$ cte son también simplécticas y degeneradas por ser de dimensión impar $(=2n-1)$.

que tiene un significado intrínseco respecto a la geometría riemanniana ($\partial^i f =$ «*derivadas contravariantes*»).

En nuestro caso la (5.3) puede sustituirse por su análoga reemplazando el tensor g_{ij} por el antisimétrico a_{ij} de los coeficientes de ω.

De este modo vemos que

A todo escalar $f(x)$ sobre la V_{2n} de las fases corresponde intrínsecamente un campo de vectores $\vec{X}(x)$ que llamaremos *gradiente simpléctico* de $f(x)$.

$$\vec{X} = \operatorname{grad} f$$

Diremos que $\vec{X}$ deriva de un *potencial simpléctico* $f(x)$.

Este gradiente es invariante por las transformaciones de contacto. El gradiente euclídeo utilizado por *Khinchin* [6] no tiene esta propiedad.

6. PRODUCTO ESCALAR SIMPLECTICO

El invariante bilineal

$$(6.1) \qquad \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = a_{ij}\, x^i\, y^j$$

es antisimétrico. Por tanto $\langle \vec{x}, \vec{x} \rangle = 0$ y no existe una métrica invariante. En cambio (6.1) es un producto escalar antisimétrico. (*producto escalar simpléctico*) característico de la geometría simpléctica. En el caso particular $x^i = \partial^i f$, $y^j = \partial^j g$ coincide (salvo el signo) *con el paréntesis de Poisson* $(f, g.)$ de las dos funciones invariante por las transformaciones de contacto (= simplécticas globales). La propiedad $(f, f) = 0$ tiene este notable significado geométrico:

El vector $\overrightarrow{\operatorname{grad} f}$ *en* x_0 *es tangente en* x_0 *a la variedad de nivel*

$$f(x) = f(x_0)$$

que difiere de la propiedad análoga de la geometría riemanniana ($\overrightarrow{\text{grad}}\, f$ es entonces ortogonal a la variedad de nivel correspondiente). *Las curvas de V_{2n} tangentes en cada punto del vector grad f integrales del sistema diferencial intrínseco.*

$$\frac{d\,\vec{x}(u)}{d\,u} = \overrightarrow{\text{grad}}\, f\,(x\,(u))$$

están contenidas en las variedades de nivel $f(x) = f(x_0)$.

7. TRANSFORMACIONES DE CONTACTO (= SIMPLECTICAS) INFINITESIMALES

Un campo de vectores $\vec{X} = \vec{X}(x)$ es, por definición, exactamente lo mismo que una transformación infinitesimal. *La condición característica para que sea una transformación simpléctica infinitesimal es que la derivada de Lie* (*v.* [10]) *de* ω *respecto al campo* $\vec{X}(x)$ *sea nula.* Geométricamente esta condición significa que ω es invariante por translación a lo largo de las curvas integrales del campo.

Se prueba muy fácilmente utilizando una notable fórmula de la teoría de las derivadas de *Lie* (o también directamente mediante un cálculo muy simple) que $\vec{X}(x)$ *es una transformación infinitesimal simpléctica si y sólo si el pfaffiano* $X_i\,dx^i$ *dual de* $\vec{X}(x)$ $(X^1, X^2, \ldots X^n)$ *es una diferencial exacta.*

Por lo tanto localmente, en un entorno de cada punto $X(x) = \overrightarrow{\text{grad}}\, H$.

8. EXPRESION TENSORIAL DE LAS ECUACIONES DE HAMILTON

El significado geométrico de las ecuaciones de *Hamilton* es el siguiente:

El vector «velocidad» de fase $\frac{d\,\vec{x}}{d\,t} = (\dot{x}^1, \dot{x}^2, \ldots, \dot{x}^{2n})$ *en un*

sistema cualquiera de coordenadas locales, no necesariamente canónico, es igual al gradiente simpléctico del hamiltoniano cambiado de signo.

Por consiguiente se pueden resumir las ecuaciones de Hamilton en una sola ecuación vectorial intrínseca

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -\overrightarrow{\operatorname{grad} H}$$

que admite en cualquier sistema de coordenadas dos expresiones covariante y contravariante

$$v^i = \dot{x}^i = -\partial^i H$$

$$v_i = -\partial_i H$$

La forma ordinaria de las ecuaciones de Hamilton vale sólo en un sistema de coordenadas canónicas (en el que ω se expresa segun (1.1)). Entonces las derivadas $\dot{p}^i$, $\dot{q}^i$ son contravariantes mientras que las $\frac{\partial H}{\partial p^i}$, $\frac{\partial H}{\partial q^i}$ son covariantes. Los cambios de signo que se presentan en dichas ecuaciones se deben a que las componentes contravariantes del gradiente simpléctico de H en un sistema cualquiera coinciden con las derivadas parciales de H en otro orden multiplicadas por factores ± 1 oportunos.

9. ESBOZO DE OTROS DESARROLLOS

Creemos que la aplicación más importante de esta concepción geométrica de la V_{2n} es la teoría de las subvariedades que encierra una interpretación geométrica muy sugestiva de la integración de los sistemas canónicos, de la que existen ya algunos esbozos puramente analíticos en *Caratheodory* [2]. Aquí sólo mencionaré que las subálgebras del álgebra de *Lie* de las funciones de punto sobre la V_{2n} tienen como gradientes simplécticos de sus funciones sistemas de *Pfaff* completamente integrables.

Las variedades integrales W de los mismos tienen siempre un elemento de volumen invariante — lo que les hace particularmente útiles en las aplicaciones a la Mecánica Estadística. Este elemento de volumen es una forma diferencial externa que se expresa fácilmente respecto al tensor antisimétrico de W subordinado por ω.

BIBLIOGRAFIA

[1] BLANC-LAPIERRE - CASAL-TORTRAT, *Méthodes mathématiques de la Mécanique Statitisque,* Masson et Ce., 1959.

[2] CARATHEODORY, *Variationsrechnung,* Teubner, Leipzig, 1935.

[3] E. CARTAN, *Les sistèmes différentiels extéreurs et leurs applications géométriques,* Act. Sci Ind. Hermann, París, 1955.

[4] CHERN, *Differentiable manifolds,* Chicago University.

[5] GALLISOT, *Les formes extérieurs en Mécanique,* Annale de l'Institut Fourier. Vol. 3-4, 1951-52.

[6] KHINCHIN, *Mathematical foundations of statistical mechanies,* Dover, 1949.

[7] LIBERMANN, *Automorphismes infinitésimaux d'une varieté symptéctique,* C. Rendus, p. 395-397, 1952.

[8] LICHNÉROVICZ, *Algèbre et analyse linéaires,* Masson et Ce., París, 1935.

[9] — —, *Tehories unitaires de la gravitation,* Masson et Ce.

[10] — —, G*Geométre des groupes des transformations,* Dunod, París, 1958.

[11] POINCARÉ, *Les méthodes nouvelles de la Mecanique celeste,* Dover pub.

[12] RHAM (DE), *Varietés diférentiables,* Act. Sci. Ind., París, 1955.

[13] SEGRE (B), *Forme differenziale e loro integrali,* Roma, Ed. Docet.

[14] SYNGE, *On the geometry of dynamics.*

[15] — —, *Classical dynamics,* Handbuch der Physik, Band III/1, Springer, Berlin, 1960.

[16] WEYL, H., *Classical Groops,* Princeton Math. Series.

LA ELECTROTECNICA COMO CONSECUENCIA RELATIVISTA

por F. ALSINA

Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Apto. 1827, Caracas

Introducción

Suelen llamarse «velocidades relativistas» a las que son próximas a la de la luz, debido a que las «correcciones relativistas» a las fórmulas llamadas «clásicas», incorporan términos de orden $(v/c)^2$ que adquieren importancia si $v \cong c$. Sin embargo, hay por lo menos un ejemplo —de una importancia práctica extraordinaria— en el que velocidades que dan $(v/c)^2 \cong 10^{-28}$ originan «correcciones» considerables, porque el número de partículas que simultáneamente intervienen es del orden del número de Avogadro.

Este es el caso, en efecto, de la electrotécnica, que estudia los fenómenos mecánicos originados al tener corriente eléctrica en conductores metálicos. Dado que estos «conductores» no son sino agrupaciones de cargas eléctricas —como toda materia— el estudio puede reducirse a aplicación de leyes entre cargas eléctricas.

Las cargas positivas y negativas en un metal, son del orden de 10^3 Cb/cm^3. El valor de la carga total es cero si el metal es neutro; pero las fuerzas no se anularán si hay cargas en movimiento, debido precisamente a la «corrección relativista» mencionada. Aunque muy pequeño comparado con las fuerzas electrostáticas propiamente dichas, ese residuo dista de ser despreciable: de él dependen todos nuestros motores y generadores eléctricos.

El formalismo relativista aplicado así, introduce un único concepto como base de todos los fenómenos, y simplifica su presentación. Desaparecen leyes empíricas y reglas mnemotécnicas, se gana comprensión, y algunos pseudoproblemas (como

el de los «sistemas de unidades», que es arrastrado desde hace más de un siglo) no tienen siquiera ocasión de plantearse.

En notas anteriores hemos presentado algunos resultados parciales (1); en la presente los extendemos hasta abarcar prácticamente toda la electrotécnica.

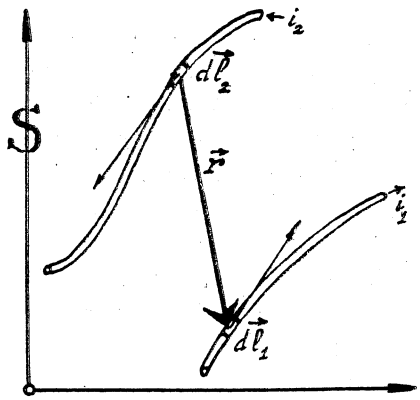
1. *Fuerzas entre conductores.*

En forma esquemática, consideraremos un conductor como un tubo de sección despreciable cargado positivamente, lleno con flúido de cargas negativas. Todas las cargas serán supuestas puntuales, y su número —que no especificaremos— se supondrá muy grande.

Sean ahora $^{+}q_2$ y $^{-}q_2$ las cargas contenidas en un elemento cualquiera $\vec{dl}_2$ de conductor. Si el conjunto es neutro eléctricamente y hay una corriente, será

$$^{+}q_2 + {}^{-}q_2 = 0 \qquad (1)$$

$$^{+}q_2 \vec{v}_2 = i_2 \vec{dl}_2, \qquad (2)$$



(1) F. Alsina, Acciones entre conductores paralelos, *An. Soc. Cient. Arg.*, enero 1951.

F. Alsina, Fuerzas entre cargas y conductores, *An. Soc. Cient. Arg.*, febrero 1952.

F. Alsina, Relaciones entre electromagnetismo y relatividad, Tesis, Facultad de Ciencias Físicomatemáticas, La Plata, 1951.

donde i_2 es la corriente, y $\vec{v}_2$ la velocidad *promedio* con que las cargas negativas se desplazan respecto al conductor. Por la hipótesis hecha, v_2 será numéricamente pequeña.

Tengamos ahora otro elemento $\vec{dl}_1$, para el que definimos expresiones análogas a (1) y (2). Entre las cargas que componen uno y otro elemento se ejercerán fuerzas del tipo

$$\vec{F}_2 = \frac{-\beta_{V_1} q_1 q_2}{\left[r^2 + \beta_{V_1}{}^2 \frac{(\vec{r}.\ \vec{v}_1)^2}{c^2} \right]^{3/2}} \left\{ \vec{r} + \frac{\vec{V}_2}{c^2} \times (\vec{V}_1 \times \vec{r}) \right\} \qquad (3)$$

donde podemos poner cualquier signo a las cargas, de modo que en total tendremos *cuatro* expresiones análogas. $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ son velocidades medidas respecto al sistema S, y $\beta_{V_1} = (1 - V_1{}^2/c^2)^{-1/2}$.

Si los conductores son móviles, y llamamos $\vec{U}$ su velocidad en S, tendremos, en aproximación suficiente a nuestros fines,

$$\vec{V}_1 = \vec{U}_1 + \vec{v}_1 \qquad \vec{V}_2 = \vec{U}_2 + \vec{v}_2 \qquad (4)$$

En verdad, la (3) exige que las velocidades sean constantes. Pero la aplicaremos también al caso en que $\vec{v}$ varíe en dirección (corriente constante en conductor curvo), lo que será justificado más tarde. ([2])

Las ecuaciones (1) a (4) son suficientes para dar cuenta de los fenómenos con corriente constantes, en conductores con velocidad uniforme. Para comparar con las fórmulas habituales, basta calcular en aproximación c^2, y poner $v^2 = 0$.

Veamos ejemplos:

a. *Ley de Grassmann.*

Sumando las 4 fuerzas que actúan sobre el elemento $\vec{dl}_2$.

([2]) La (3) es bien conocida como fuerza total que sufre la carga q_2 por efecto de la carga q_1, si ambas se mueven de manera uniforme. Ver su deducción a partir de la ley de Coulomb, en F. ALSINA, *Revista UMA-AFA*, 1961.

y tomando en cuenta las velocidades que tienen las distintas cargas, se obtiene

$$d\vec{F}_2 = \frac{i_1 i_2}{c^2} \frac{1}{r^3} d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \vec{r}). \tag{5}$$

b. *Ley de la inducción.*

Si definimos en forma usual la f. e. m. E que se «induce» en uno de los circuitos por moverse en la proximidad de otro, obtendremos

$$E_1 = \frac{i_2}{c^2} \oint_1 \oint_2 \frac{(\vec{U}_2 - \vec{U}_1).\vec{r}}{r^3} (d\vec{l}_1 . d\vec{l}_2) \tag{6}$$

donde las integraciones se extienden sobre los circuitos a que pertenecen $d\vec{l}_1$ y $d\vec{l}_2$.

Es fácil llevar la (6) a forma más familiar; pero la dejamos así para observar que E depende solamente del movimiento relativo de los conductores, y no de su movimiento respecto a S, lo que demuestra una de las afirmaciones más conocidas de Einstein, punto de partida en su electrodinámica.

2. *Cargas aceleradas.*

La (3) está escrita para «el instante t»; pero está claro que la posición de la carga q_1 en ese instante es físicamente irrelevante; interesa mas bien su posición en el «instante retardado» en que partió de q_1 el agente físico que, propagándose con velocidad c, llega a q_2 en el instante t.

Mientras dicho agente avanzaba, q_1 pudo haber seguido otra trayectoria (y aún desaparecer) sin que el valor de $\vec{F}_2$ en el instante t sufra modificación. Supongamos por ejemplo que q_1 ha tenido una aceleración $\vec{a}$. Su posición, calculada en aproximación c^{-2}, está dada por

$$\vec{r}_l = \vec{r} + \frac{1}{2} \vec{a} \frac{r^2}{c^2} \tag{7}$$

Calculando $\vec{r}$ como función de $\vec{r_t}$, y llevando a (3) resulta, siempre en la misma aproximación,

$$\vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{r_t^3} \left\{ \vec{r_t} + \frac{1}{2c^2} \left[\vec{r_t} \left(V_1^2 - 3 \frac{(\vec{r_t} . \vec{V_1})^2}{r_t^2} + 3 \vec{r_t} . \vec{a} \right) - \vec{a} r_t^2 \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\vec{V_2}}{c^2} \times (V_1 \times \vec{r_t}) \right\} .$$

Si ahora repetimos el cálculo de la f. e. m. inducida en un circuito por el movimiento *acelerado* de las cargas del otro, obtenemos después de cálculos sencillos

$$E_1 = \frac{1}{c^2} \frac{d i_2}{d t} \cdot \oint \oint \frac{\vec{dl_1} . \vec{dl_2}}{r_t} \qquad (8)$$

es decir, la ley de inducción de Faraday. Esta fórmula —en la que aparece explícito el coeficiente de inducción mutua de Neuman— cubre, junto con la (6), todos los casos posibles de inducción, con circuitos rígidos o deformables y corrientes constantes o variables.

3. *Consideraciones finales.*

Las indicaciones de los párrafos anteriores ilustran la sencillez con que se obtienen las fórmulas electrotécnicas. En otra nota ([2]) hemos mostrado que con igual sencillez se obtienen las ecuaciones de Maxwell. En consecuencia, todo el conjunto de fórmulas básicas queda así demostrado a partir de la ley de Coulomb y transformaciones de Lorentz.

Finalizamos con dos observaciones:

I. Para obtener (5), hemos sumado fuerzas aplicadas a cargas negativas, con fuerzas aplicadas a cargas positivas. Esto equivale a suponer que las fuerzas aplicadas a los electrones de conducción, son trasmitidas íntegramente a la malla

metálica. En otras palabras, a suponer que los conductores tengan resistencia de tipo óhmico.

II. La aceleración no tuvo otro efecto que alterar la posición final (irrelevante) de la carga activa. Esto implica que dentro de la electrotécnica la aceleración no juega papel físico especial, y es forzoso concluir que la electrodinámica relativista de las cargas puntuales, suficiente para dar cuenta de todo el electromagnetismo maxwelliano, no incluye sin embargo la radiación por cargas aceleradas.

Una consecuencia obvia es que los conductores pueden ser curvos sin que pierdan validez los cálculos. Otra consecuencia es que si usáramos un modelo más elaborado de conductor, tomando en cuenta aceleraciones de los electrones en el potencial periódico de la malla, después de calcular solo quedaría el valor medio de la velocidad usado aquí.

Finalmente, es bien sabido que el formalismo habitual, basado en la aplicación de las ecuaciones de Maxwell-Lorentz a cargas puntuales aceleradas, da un resultado que se interpreta como radiación pero no da indicio alguno de las fuerzas de frenamiento consiguientes (las que solo aparecen con hipótesis ad-hoc) ([3]). Desde este punto de vista, el formalismo utilizado aquí parece indicar que más bien todo el problema de la radiación queda fuera del modelo de la carga puntual.

([3]) Ver, por ejemplo, G. N. PLASS, "Classical Electrodynamical Equationes of Motion with Radiative Reaction", *Rev. Mod. Phys.*, *33*, 37; 1961.

INTERACCIONES π^-_+ C A 915 MEV
PARTE I: SIMULACION DE INTERACCIONES π^-_+ C MEDIANTE EL METODO DE MONTE CARLO

por ERNESTO GARCÍA CAMARERO, ANTONIO GENTILE y EMMA PÉREZ FERREIRA

Comisión Nacional de Energía Atómica. — Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

RESUMEN: Se ha calculado las predicciones del modelo de partícula independiente acerca de la distribución angular y de impulsos de los productos finales de la interacción de piones de 915 Mev cnn núcleos de carbono. Los nucleones se tratan como partículas libres, teniendo en cuenta solamente su impulso de Fermi, de modo que la energía total del correspondiente sistema pión-nucleón varía sobre un amplio rango. Se desprecian los posibles efectos del potencial nuclear en el borde del núcleo. Se supone que en los procesos inelásticos se excita el isóbaro (3,3).

Los resultados del cálculo se han sistematizado para su comparación con datos experimentales provenientes del análisis de colisiones de piones de la mencionada energía con núcleos de carbono, observadas en una cámara de burbujas de propano.

I. *Introducción.*

Existe considerable información experimental sobre las características de la interación de piones con núcleos, para energías de hasta 200 Mev ([1, 2, 3, 4]). Si bien no se ha formulado aún una teoría que permita explicarlas, esas características responden, en particular para núcleos livianos, a lo que puede esperarse de un modelo en el cual la interacción del pión incidente tiene lugar no con el núcleo blanco en conjunto, sino con los nucleones que lo constituyen, tal como si éstos fueran libres. El hecho de estar ligados constituyendo núcleo, sólo dará a esos nucleones un impulso calculable mediante el modelo de gas de Fermi.

Resulta pues interesante averiguar si a mayor energía, las predicciones de ese mismo modelo son todavía válidas. Se dispone para ello de una serie de fotografías correspondientes a la exposición de una cámara de burbujas de propano de 12″ a un

haz de piones negativos de 915 Mev de energía cinética, producido en el Cosmotrón de Brookhaven. En ella se ha seleccionado todos los eventos $\pi^- + C$ en los cuales una traza negativa emerge después de la colisión. Para cada evento se mide el impulso y el ángulo de emergencia de esa traza negativa, que representa el π^- reemitido. Los datos experimentales que así resulten se compararán con las predicciones acerca de la distribución de impulsos y ángulos, del modelo de partícula independiente, calculadas mediante el método de Monte Carlo. ([5,6])

Nos parece de interés dar cuenta aquí del trabajo de adaptación del método de Monte Carlo al caso particular que nos ocupa, ya que puede ser fácilmente aplicado a otros casos de colisiones entre particulas a alta energía.

II. *Descripción del método.*

Nuestra hipótesis fundamental será pues la interacción de los piones, de una energía dada, con nucleones libres animados de impulsos cuya distribución responde a la que puede calcularse sobre la base del modelo de gas de Fermi. Se considera además despreciable el posible efecto de refracción del pión incidente en el borde del núcleo, que tendría como consecuencia una ligera dispersión de la energía del haz entrante. La probabilidad de que la colisión del pión incidente se produzca con un protón o con un neutrón, se ha supuesto para el C^{12} de un 50 % para ambos casos.

Producida la colisión $\pi^- + p$ o $\pi^- + n$, tendrá lugar una interacción elástica o inelástica, con probabilidades que dependen del rango de energía del correspondiente sistema pión-nucleón en su respectivo centro de masa. Estas energías varían, puesto que la energía del pión incidente es fija, de acuerdo al impulso de Fermi con que se encuentre el nucleón. Para una energía incidente de 915 Mev, en el caso que nos ocupa, el rango de energías en el sistema centro de masa se extiende desde 1450 Mev, hasta 2040 Mev, equivalentes a un sistema pión-nucleón en cuyo sistema laboratorio, el nucleón se encontrara en reposo y el pión incidiera con energía cinética de 500 Mev y 1600 Mev, respectivamente. Ese rango se dividió en intervalos cuyo número fue elegido en función de los datos experimentales disponibles. Así, para la colisión $\pi^- + p$ pudieron tomarse 3 intervalos y

solamente 2 para el caso $\pi^- + n$, dado que en esos intervalos se encontró información sobre la relación casos elásticos, casos inelásticos y sobre la distribución angular de los productos finales de las colisiones elásticas, distribución que también varía con la energía ([7, 8, 9, 10]). Para los casos $\pi^- + p$ la información es directa, mientras que no se encontró referencias a experimentos realizados sobre colisiones $\pi^- + n$; en consecuencia, se tomó para este caso, la información disponible sobre el sistema, equivalente desde el punto de vista de la simetría de carga, $\pi^- + p$. ([11, 12, 13]). Entre los casos elásticos $\pi^- + p$ se tuvo también en cuenta que, para cada intervalo de energía, existe una cierta probabilidad de que se produzca intercambio de carga, probabilidad que se tomó igualmente de los datos experimentales.

Teniendo en cuenta que el modelo isobárico ([14]) ha visto afirmada su validez para la descripción del proceso de producción de piones en interacciones pión-nucleón a las energías que nos ocupan, se ha supuesto que los casos inelásticos tienen lugar a través de la excitación del nucleón a su estado isobárico (3, 3), con ulterior decaimiento de este estado en un pión y un nucleón. En consecuencia, podrá producirse uno de los casos que aparecen en la Tabla I, donde se agrega el número de identificación asignado y el umbral energético correspondiente a cada caso.

TABLA I

$Y + X \longrightarrow A + B \longrightarrow A + C + D$		*Número asignado*	*Caso*	*Umbral*
$\pi^- + p \longrightarrow$	$\pi^- + p$	0	Elástico	——
	$\pi^\circ + n$	12	Intercambio de carga (rechazado)	
	$\pi^- + I^+ \longrightarrow \pi^- + n + \pi^\mp$	2	Inelástico	1370
	$\pi^- + I^+ \longrightarrow \pi^\mp + p + \pi^\circ$	4	Inelástico	1370
	$\pi^+ + I^- \longrightarrow \pi^\mp + n + \pi^-$	6	Inelástico	
	$\pi^\circ + I^\circ \longrightarrow \pi^\circ + n + \pi^\circ$	8	Inelástico	1365
	$\pi^\circ + I^\circ \longrightarrow \pi^\circ + p + \pi^-$	10	Inelástico	1365
$\pi^- + n \longrightarrow$	$\pi^- + n$	1	Elástico	——
	$\pi^\circ + I^- \longrightarrow \pi^\circ + n + \pi^-$	3	Inelástico	1365
	$\pi^- + I^\circ \longrightarrow \pi^- + n + \pi^\circ$	5	Inelástico	1370
	$\pi^- + I^\circ \longrightarrow \pi^- + p + \pi^-$	7	Inelástico	1370

Las probabilidades relativas de excitación del isóbaro en sus distintos estados de carga para el caso $\pi^-_+ p$, fueron calculadas en base a los valores de los parámetros obtenidos por Alles-Borelli et al ([15]). Para el caso $\pi^-_+ n$, en cambio, por ser un estado puro de spin isotópico 3/2, las respectivas probabilidades están dadas directamente por los coeficientes de Clebson-Gordon.

La distribución angular de producción del isóbaro se ha supuesto isótropa en todos los casos, lo mismo que la distribución angular de decaimiento del mismo, en el sistema del isóbaro en reposo.

Las variables a que nos hemos referido hasta ahora constituyen los datos de partida para cada evento simulado y sus valores se fijarán mediante sendos números al azar. Serán pues necesarios, en general, 8 números al azar para cada caso, que fijarán los siguientes datos: 1) probabilidad de colisión con neutrón o protón; 2) módulo del impulso de Fermi del nucleón; 3) ángulo entre la dirección de incidencia y la del nucleón; 4) probabilidad de que la reacción se produzca elástica o inelásticamente y en este último caso, con excitación de uno de los posibles estados de carga del isóbaro; 5) y 6) ángulos azimutal y de altura respecto del plano de incidencia, de la dirección de las partículas A y B en el sistema centro de masa; 7) y 8) ángulos azimutal y de altura, respecto del plano de producción, de la dirección de las partículas C y D. Cada dato quedará fijado por un número al azar entre 0 y 99. La asignación de un valor particular de impulso, ángulo, etc., a cada número al azar se hizo dividiendo la correspondiente distribución de probabilidad en 100 intervalos de igual área y estableciendo una correspondencia entre los 100 números al azar y los valores de la variable en el punto medio de cada intervalo.

Con tales datos podrá calcularse entonces la energía del sistema pión-nucleón inicial en el centro de masa y con ella, el impulso, en ese sistema de referencia, de las partículas A y B. Si el caso ha resultado ser elástico, bastará luego efectuar una transformación de Lorenz al sistema laboratorio, de los impulsos de ambas partículas. Para la partícula A, que representa el pión, se transformará también su ángulo de emergencia, de modo de obtener el ángulo que, en el sistema laboratorio, forma la dirección de incidancia con la del pión emergente, que es lo que se mide experimentalmente. Para la partícula B, que en el caso

elástico a que nos estamos refiriendo representa al nucleón, bastará determinar su impulso en el sistema laboratorio, el cual será comparado con el valor máximo del impulso de Fermi de los nucleones del carbono, a fin de verificar que el caso no viole el principio de exclusión.

Si, en cambio, el caso ha resultado ser inelástico, debe notarse en primer lugar, que el pión negativo puede aparecer como partícula A (extra-pión del modelo isobárico), o bien como producto de decaimiento del isóbaro. En el primer caso, el impulso del pión negativo en el sistema laboratorio se obtendría en idéntica forma que en el caso elástico. No obstante, si se quiere tener en cuenta el principio de exclusión, debe calcularse también el impulso en el sistema laboratorio, del nucleón proveniente del decaimiento del isóbaro. Ello implica una doble transformación de Lorentz, primero del sistema del isóbaro en reposo al centro de masa y de éste, al sistema laboratorio. El módulo del impulso del nucleón en el sistema del isóbaro en reposo, por otra parte, es directamente calculable en base a la masa del mismo y de las dos partículas en que decae.

En el caso en que el pión negativo provenga del decaimiento del isóbaro, su impulso y ángulo de emergencia deben ser sometidos también a la doble transformación descrita.

III. *El procedimiento de cálculo.*

1º: Estado inicial (sistema laboratorio): Cálculo del impulso total del sistema pión-nucleón y de la velocidad del centro de masa del mismo. (Ver Fig. 1)

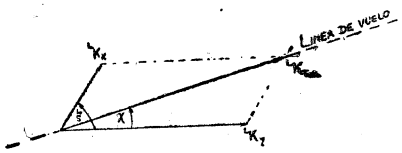


FIG. 1

^LK_Y = constante

^LK_X = 1er número al azar (distribución de Fermi)

cos ξ = 2º número al azar (distribución isótropa)

$$^{L}K\,\text{Total} = \sqrt{K_X^2 + K_Y^2 + 2\,K_X\,K_Y \cos\xi}\,; \quad ^{L}E\,\text{Total} = {}^{L}E_X + {}^{L}E_Y$$

$$\text{sen}\,\chi = \frac{^{L}K_X}{^{L}K\,\text{Total}}\,\text{sen}\,\xi; \quad ^{L}K_Y = {}^{L}K_Y\,\text{sen}\,\chi; \quad \beta_1 = \frac{^{L}K\,\text{Total}}{^{L}E\,\text{Total}}$$

$$\cos\chi = \sqrt{1 - \text{sen}^2\chi}; \quad ^{L}K_Y = {}^{L}K_Y \cos\chi; \quad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}}$$

2º: *Estado inicial* (sistema centro de masa): Cálculo de la energía total y del impulso del pión incidente. (Ver Fig. 2)

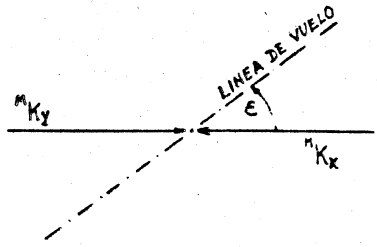


FIG. 2

$$^{M}E = \sqrt{^{L}E^2\,\text{Tot} - {}^{L}K^2\,\text{Tot}}$$

$$^{M}{}_{\perp}K_Y = {}^{L}{}_{\perp}K_Y; \quad ^{M}K_Y = \sqrt{^{M}{}_{\perp}K_Y^2 + {}^{M}{}_{\parallel}K_Y^2}$$

$$^{M}{}_{\parallel}K_Y = \gamma_1\left(^{L}{}_{\parallel}K_Y - \beta_1\,{}^{L}E_Y\right); \quad \overrightarrow{^{M}K_X} = -\overrightarrow{^{M}K_Y}$$

$$\text{sen}\,\varepsilon = \frac{^{M}{}_{\perp}K_Y}{^{M}K_Y}; \quad \cos\varepsilon = \frac{^{M}{}_{\parallel}K_Y}{^{M}K_Y}$$

3º: Un 3er. número al azar decide si se trata de una colisión con protón o con neutrón.

4º: Un 4º número al azar decide según el caso, para cada intervalo ΔE en que se divide el rango de energía en el centro de masa, entre las distintas posibilidades señaladas en la Tabla I.

5º: *Sistema* $A + B$ (centro de masa): Condiciones de salida de las partículas A y B en el centro de masa. (Ver Fig. 3).

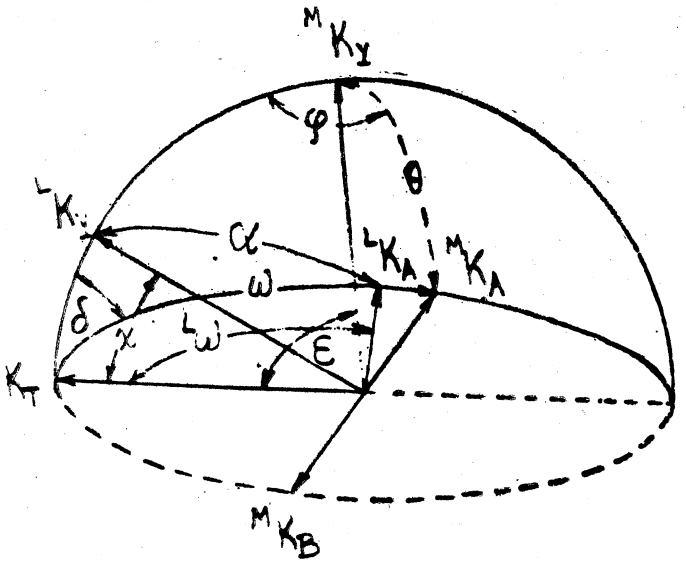


Fig. 3

$$|^M K_A| = |^M K_B| = \frac{1}{2\,^M E}\sqrt{\{^M E^2 - (m_A + m_B)^2\}\,\{^M E^2 - (m_A - m_B)^2\}}$$

Un 5º número al azar da Θ_A

Un 6º número al azar da φ_A

$(\Theta_A, \varphi_A) \rightarrow$ ángulo de emergencia de A.

Hasta aquí el cálculo es común a los casos elásticos e inelásticos. En lo que sigue designaremos con el subíndice *e* a los primeros y con *i* a los segundos.

A) *Casos elásticos*

φ_A: distribución isótropa

Θ_A: distribución dependiente de $^M E$

6º e: Pasaje de los impulsos de las partículas *A* y *B* del sistema centro de masa, al laboratorio. (Ver Fig. 3).

a) $$\cos\omega = \cos\varepsilon . \cos\Theta + \operatorname{sen}\varepsilon . \operatorname{sen}\Theta . \cos\varphi$$

$$\operatorname{sen}\omega = \sqrt{1 - \cos^2\omega}$$

$$\left.\begin{array}{l} {}^{M}{}_{\perp}K_A = {}^{M}K_A . \operatorname{sen}\omega \\ {}^{M}{}_{\parallel}K_A = {}^{M}K_A . \cos\omega \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} {}^{L}{}_{\perp}K_A = {}^{M}{}_{\perp}K_A \\ {}^{L}{}_{\parallel}K_A = \gamma_1 ({}^{M}{}_{\parallel}K_A + \beta_1 \, {}^{M}E_A) \end{array}$$

$$\boxed{{}^{L}K_A = \sqrt{{}^{L}{}_{\perp}K_A{}^2 + {}^{L}{}_{\parallel}K_A{}^2}}$$

b) $$\begin{array}{ll} {}^{M}{}_{\perp}K_B = - \, {}^{M}{}_{\perp}K_A ; & {}^{L}{}_{\perp}K_B = {}^{M}{}_{\perp}K_B \\ {}^{M}{}_{\parallel}K_B = - \, {}^{M}{}_{\parallel}K_A ; & {}^{L}{}_{\parallel}K_B = \gamma_1 ({}^{M}{}_{\parallel}K_B + \beta_1 \, {}^{M}E_B) \end{array}$$

$$\boxed{{}^{L}K_B = \sqrt{{}^{L}{}_{\perp}K_B{}^2 + {}^{L}{}_{\parallel}K_B{}^2}}$$

7º e: Prueba del principio de exclusión.

El impulso de salida del nucleón en el sistema laboratorio, ${}^{L}K_B$, se compara con el máximo impulso de Fermi de los nucleones en el núcleo. Para carbono, supuesto un gas de Fermi a temperatura 0, tal máximo se ha calculado en alrededor de 200 Mev. Por lo tanto, si ${}^{L}K_B < 200$ Mev, el caso se rechaza. Si por el contrario, resulta ${}^{L}K_B \geqq 200$ Mev, el caso es aceptado y continúa el cálculo.

8º e: Pasaje del ángulo de emergencia de A al sistema laboratorio. (Ver Fig. 3).

$$\operatorname{sen} {}^{L}\omega = \frac{{}^{L}{}_{\perp}K_A}{{}^{L}K_A} ; \quad \cos\delta = \frac{\cos\Theta - \cos\varepsilon . \cos\omega}{\operatorname{sen}\varepsilon \ \operatorname{sen}\omega}$$

$$\cos {}^{L}\omega = \frac{{}^{L}{}_{\parallel}K_A}{{}^{L}K_A} ; \quad \boxed{\cos\alpha = \cos {}^{L}\omega . \cos\chi + \operatorname{sen} {}^{L}\omega . \operatorname{sen}\chi . \cos\delta}$$

B) Casos inelásticos.

Distribución angular de producción, isótropa para todos los ΔE.

6º i: Pasaje del impulso de A del centro de masa al laboratorio. El procedimiento es idéntico al indicado en 6º e.

7º i: Decaimiento del isóbaro (B) (sistema isóbaro en reposo)

$$|^{M'}K_C| = |^{M'}K_D| = \frac{1}{2m_B}\sqrt{\{m_B^2 - (m_C + m_D)^2\}\{m_B^2 - (m_C - m_D)^2\}}$$

Un 7º número al azar da $\Theta_{C'}$ } Distrib. angular de decaimiento,
Un 8º número al azar da $\varphi_{C'}$ } isótropa.

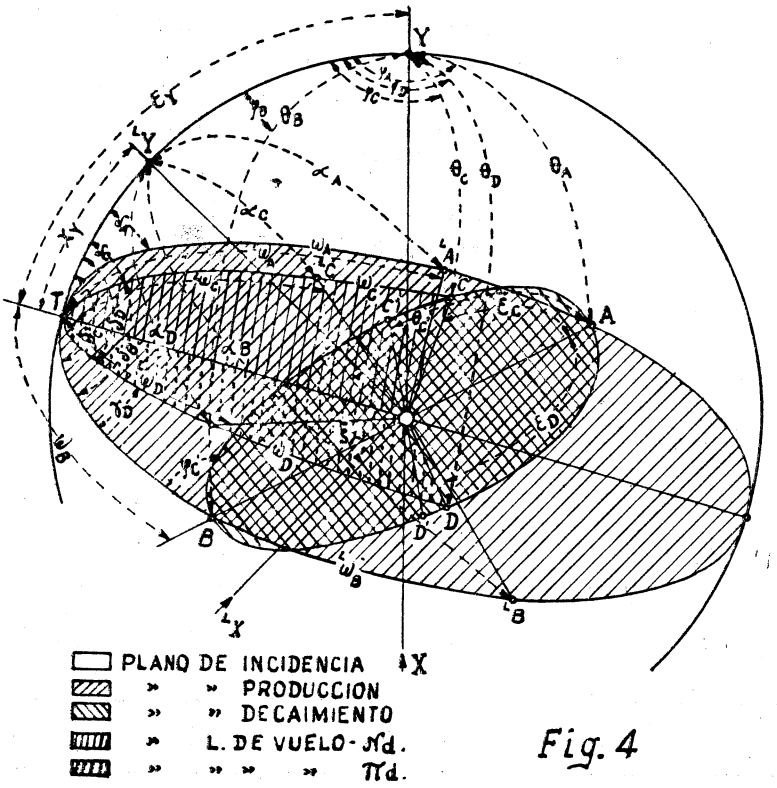


Fig. 4

8º i: Pasaje de los impulsos de las partículas C y D del sistema isóbaro en reposo, al centro de masa. (Ver Fig. 4).

$$^{M}{}_{\perp}'K_C = {}^{M'}K_C \operatorname{sen} \Theta_C' = - {}^{M'}{}_{\perp} K_D; \quad \beta_2 = \frac{^{M}K_B}{^{M}E_B}$$

$$^{M}{}_{\parallel}'K_C = {}^{M'}K_C \cos \Theta_C' = - {}^{M}{}_{\parallel}'K_D; \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}}$$

$$^{M}{}_{\perp} K_C = {}^{M}{}_{\perp}'K_C \qquad {}^{M}{}_{\perp} K_D = {}^{M}{}_{\perp}'K_D$$

$$^{M}{}_{\parallel}K_C = \gamma_2 ({}^{M}{}_{\parallel}'K_C + \beta_2 \, {}^{M'}E_C); \quad {}^{M}{}_{\parallel}K_D = \gamma_2 ({}^{M}{}_{\parallel}'K_D + \beta_2 \, {}^{M'}E_D)$$

$$\boxed{^{M}K_C = \sqrt{{}^{M}{}_{\perp} K_C^2 + {}^{M}{}_{\parallel}K_C^2}} \quad ; \quad \boxed{^{M}K_D = \sqrt{{}^{M}{}_{\perp} K_D^2 + {}^{M}{}_{\parallel}K_D^2}}$$

9º i: Pasaje de los impulsos de las partículas C y D del centro de masa al sistema laboratorio. (Ver Fig. 4).

$$\operatorname{sen} \varepsilon_C = \frac{^{M}{}_{\perp} K_C}{^{M}K_C}; \quad \operatorname{sen} \varepsilon_D = \frac{^{M}{}_{\perp} K_D}{^{M}K_D}$$

$$\cos \varepsilon_C = \frac{^{M}{}_{\parallel}K_C}{^{M}K_C}; \quad \cos \varepsilon_D = \frac{^{M}{}_{\parallel}K_D}{^{M}K_D}$$

$$\cos \omega_C = \cos \omega . \cos \varepsilon_C + \operatorname{sen} \omega . \operatorname{sen} \varepsilon_C . \cos \varphi_C'; \quad \cos \omega_D =$$

$$= \cos \omega . \cos \varepsilon_D - \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \varepsilon_D \cos \varphi_C'$$

$$\operatorname{sen} \omega_C = \sqrt{1 - \cos^2 \omega_C} \qquad \operatorname{sen} \omega_D = \sqrt{1 \cos^2 \omega_D}$$

$$^{M}{}_{\perp} K_C = {}^{M}K_C . \operatorname{sen} \omega_C; \qquad {}^{M}{}_{\perp} K_D = {}^{M}K_D \operatorname{sen} \omega_D$$

$$^{M}{}_{\parallel}K_C = {}^{M}K_C . \cos \omega_C; \qquad {}^{M}{}_{\parallel}K_D = {}^{M}K_D \cos \omega_D$$

$$^{L}{}_{\perp} K_C = {}^{M}{}_{\perp} K_C; \qquad {}^{L}{}_{\perp} K_D = {}^{M}{}_{\perp} K_D$$

$$^{L}{}_{\parallel}K_C = \gamma_1 ({}^{M}{}_{\parallel}K_C + \beta_1 \, {}^{M}E_C); \quad {}^{L}{}_{\parallel}K_D = \gamma_1 ({}^{M}{}_{\parallel}K_D + \beta_1 \, {}^{M}E_D)$$

$$\boxed{^{L}K_C = \sqrt{{}^{L}{}_{\perp} K_C^2 + {}^{L}{}_{\parallel}K_C^2}} \quad ; \quad \boxed{^{L}K_D = \sqrt{{}^{L}{}_{\perp} K_D^2 + {}^{L}{}_{\parallel}K_D^2}}$$

10º i: Prueba del principio de exclusión

El impulso del nucleón, ahora $^{L}K_C$, se somete a la prueba indicada en 7º e.

11º i: Pasaje del ángulo de emergencia de la partícula A al sistema laboratorio. Procedimiento idéntico al indicado en 8º e. Se aplica a los casos designados en la Tabla I con los números 2, 4, 5 y 7.

12º i: Pasaje del ángulo de emergencia de la partícula D al sistema laboratorio. Se aplica a los casos designados en la Tabla I con los números 6, 10, 3 y 7.

$$\operatorname{sen} {}^{L}\omega_D = \frac{{}^{L}{}_{\perp}K_D}{{}^{L}K_D}; \qquad \cos \gamma_D = -\frac{\cos \omega_B \cos \omega_D + \cos \varepsilon_D}{\operatorname{sen} \omega_B \operatorname{sen} \omega_D}$$

$$\cos {}^{L}\omega_D = \frac{{}^{L}{}_{\parallel}K_D}{{}^{L}K_D}; \qquad \cos \delta_D = -\cos \gamma_D + \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \gamma_D$$

$$\boxed{\cos \alpha_D = \cos {}^{L}\omega_D . \cos \chi + \operatorname{sen} {}^{L}\omega_D \operatorname{sen} \chi . \cos \delta_D}$$

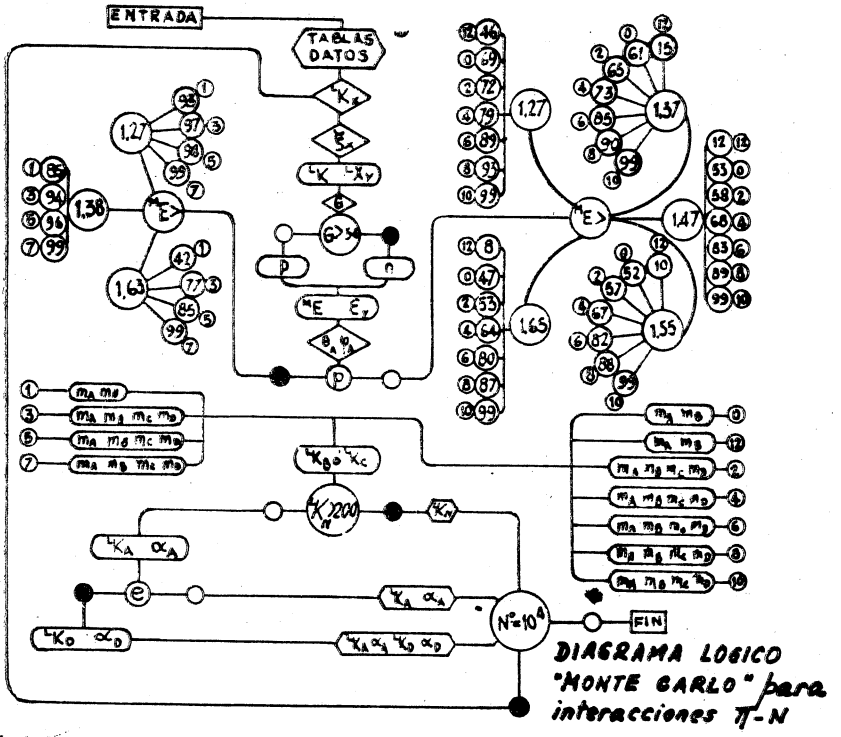


Fig. 5

IV. *RESULTADOS.*

Los cálculos sistemáticos se llevaron a cabo mediante la la computadora electrónica Mercury (Ferranti) del Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Su programación se realizó de acuerdo al diagrama lógico de la Fig. 5. Los resultados se tabularon en forma de permitir una rápida identificación del caso, así como también la fácil lectura de los impulsos y ángulos a representar gráficamente para su comparación con los resultados experimentales.

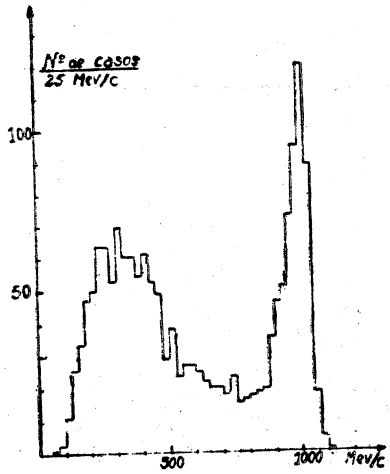


FIG. 6

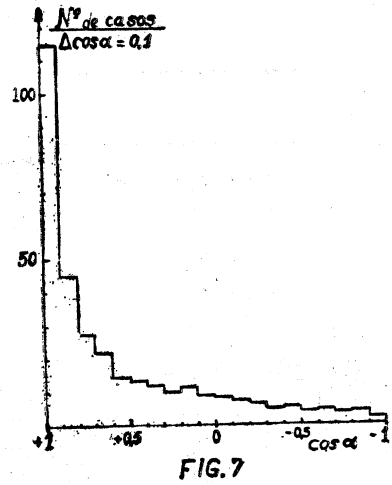


FIG. 7

Las Fig. 6 y 7 muestran las predicciones del modelo de partícula independiente calculadas en la forma descripta, en lo que se refiere a la distribución de impulsos y angular, respectivamente, de los piones negativos reemitidos después de la colisión $\pi^-_+ C$. Se ha excluído de la estadística los resultados de los casos identificados con el número 7 en la Tabla I, por cuanto en el trabajo experimental se excluyen asimismo de la medición, los casos con dos partículas negativas salientes. Naturalmente, los casos 8 y 12, por aparecer solamente partículas neutras en el estado final, no aportan información alguna a los mencionados gráficos.

Ambas distribuciones presentan características suficientemente notables como para que su comparación con los resultados experimentales constituya una prueba decisiva a la que puede ser sometido el modelo.

REFERENCIAS

(1) LEVY, C. R., *Acad.* Sci. *238,* 1412 (1954).
(2) KENNEY, *Phys. Rev. 104,* 784 (1956).
(3) GATCHELL, *Phys. Rev. 105,* 713 (1957).
(4) MILLER, *Nuovo Cimento 6,* 882 (1957).
(5) ULAM y VON NEUMANN, *Bull. Am. Math. Soc. 53,* 1120 (1947).
(6) GOLDBERGER, *Phys. Rev. 74,* 1269 (1948).
(7) CRITTENDEN, SCANDRETT, SHEPHARD, WALKER y BALLAM, *Phys. Rev. Letters 2,* 121 (1959).
(8) KORENCHENKO y ZINOV, *CERN Conference Report,* pág. 41 (1958).
(9) BERGIA, BORELLI, LAVATELLI, MINGUZZI-RANZI, WALOSCHEK, ZOBOLI, BRAUTI, CHERSOVANI y TOSI, *CERN Conference Report,* pág. 67 (1958).
(10) FOOTE, CHAMBERLAIN, ROGERS, STEINER, WIEGAND E YPSILANTIS, *Phys. Rev. Letters 4,* 30 (1960).
(11) WILLIS, *Phys. Rev. 116,* 753 (1959).
(12) ROELIG y GLASER, *Phys. Rev. 116,* 1001 (1959).
(13) STERNHEIMER y LINDENBAUM, *Phys. 109,* 1723 (1958).
(14) ALLES-BORELLI, BERGIA, PÉREZ FERREIRA y WALOSCHEK, *Nuovo Cimento 14,* 211 (1959).

ESTADOS ISOMERICOS DEL Y^{90} (*)

por S. ABECASIS, H. BOSCH, M. C. CARACOCHE, A. MOCOROA y H. VIGNAU
Departamento de Física, Universidad Nacional de La Plata

RESUMEN

Se estudió el espectro beta y gamma procedente del Y^{90} obtenido a partir de las reacciones nucleares Y^{89} (n, γ); Nb^{93} (n, α) y Zr^{90} (n, p). El espectro gamma muestra dos rayos de 0.200 y 0.475 Mev, caracterizados por un período de $(3{,}15 \pm 0{,}05)$ h. La no existencia de rayos gamma de alta energía y la no existencia de un espectro beta superpuesto al espectro beta correspondiente a la transición entre los niveles fundamentales del Y^{90} y Zr^{90}, conducen a suponer que no existe una ramificación a partir de los niveles isoméricos del Y^{90} a los niveles excitados del Zr^{90}.

I. INTRODUCCION

El estudio sobre el nivel isomérico del Nb^{92} condujo a analizar la fracción itrio obtenida a partir de la irradiación de Nb^{93} con neutrones rápidos (1). En esta fracción se encontró una actividad de 3.1 h caracterizada por dos rayos gammas de 0.200 y 0.475 Mev, no conocida hasta entonces (2).

II. PARTE EXPERIMENTAL

Las muestras irradiadas en la forma descripta precedentemente fueron sometidas a la separación química correspondiente. A tal efecto se llevaron a cabo las siguientes marchas químicas:

1. *Para la reacción* $Nb^{93}(n, \alpha)\ Y^{90}$

El niobio irradiado se disolvió en ácido fluorhídrico concentrado y gotas de ácido nítrico concentrado y se agregraron circonio e itrio portadores.

Se centrifugó y el precipitado de trifluoruro de itrio, previo lavado con ácido fluorhídrico, se suspendió en 5 ml de agua y 2 ml de ácido bórico al 5% y se disolvió con ácido clorhídrico concentrado.

(*) El presente trabajo fue realizado bajo los auspicios de la Comisión Especial de Física Atómica y Radioisótopos de la Universidad de La Plata, del Consejo Nacional de Investigaciones Científica y Técnicas y de la United State Air Force, Office of Scientific Research (donación AF-AFOSR-60-9).

Después de agregar niobio y circonio como portadores de retención, se reprecipitó trifluoruro de itrio, repitiéndose estas precipitaciones por tres veces consecutivas.

Finalmente, se precipitó itrio como hidróxido de itrio mediante el agregado de hidróxido de amonio concentrado, libre de anhidrido carbónico.

2. *Para la reacción* $Zr^{90}(n, p)\ Y^{90}$

El óxido de circonio irradiado se disolvió en ácido fluorhídrico concentrado y gotas de ácido sulfúrico concentrado. Se agregó itrio portador y se centrifugó. El precipitado de trifluoruro de itrio, previo lavado con gotas de ácido fluorhídrico, se suspendió y disolvió en la forma anteriormente mencionada. Usando estroncio como portador de retención, se precipitó hidróxido de itrio con hidróxido de amonio concentrado, libre de anhidrido carbónico.

Este precipitado se disolvió con gotas de ácido clorhidrico concentrado y se reprecipitó trifluoruro de itrio, mediante el agregado de ácido fluorhídrico concentrado, en presencia de circonio como portador de retención.

Estas reprecipitaciones y disoluciones sucesivas, se repitieron por tres veces consecutivas, agregando en cada caso el portador de retención adecuado (circonio o estroncio, según el reactivo precipitante usado). Finalmente, el itrio fue precipitado como hidróxido de itrio.

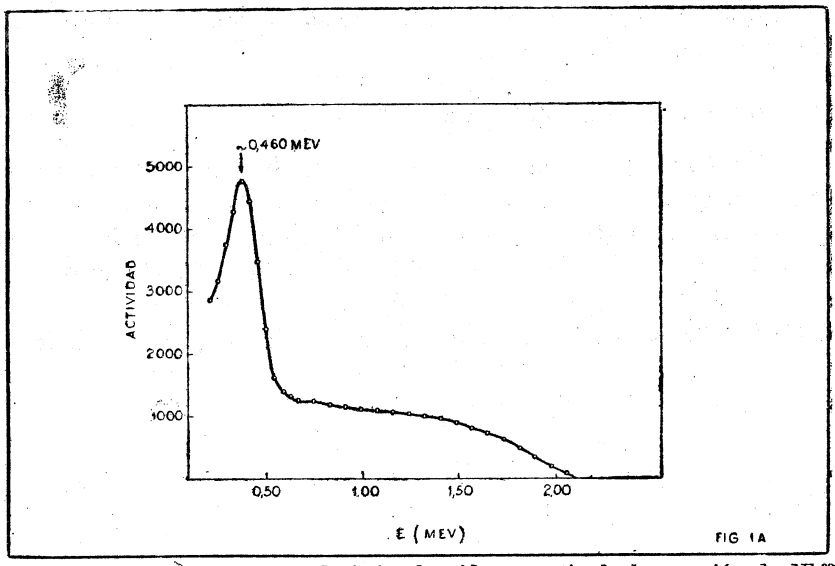
3. *Instrumental*

Las fuentes de Y^{90} separadas químicamente fueron estudiadas con un espectrómetro de centelleo acoplado a un selector de impulsos multicanal. La radiación beta fué detectada con un centellador plástico de 2″ de diámetro por 1″ de alto y la radiación gamma con un cristal de $INa(T1)$ de 2″ de diámetro por 2″ de alto.

4. *Resultados*

La Fig. 1a. muestra un espectro beta de la fuente de Y^{90} obtenida a partir de la reacción $Nb^{93}(n, \alpha)$. Se observa un pico de conversión de energía 0.460 Mev aproximadamente y un espectro contínuo. La Fig. 1b. representa el diagrama de Kurie

correspondiente. La energía máxima determinada es de $(2,25 \pm 0,10)$ Mev, la que coincide dentro de los errores experimentales, con la energía máxima del espectro beta debido a la transición entre los niveles fundamentales de Y^{90} y Zr^{90}. Por otra parte



Espectro beta de la muestra de itrio obtenida a partir de la reacción de Nb^{93} con neutrones rápidos, medido en un espectrómetro de centelleo con un centellador plástico.

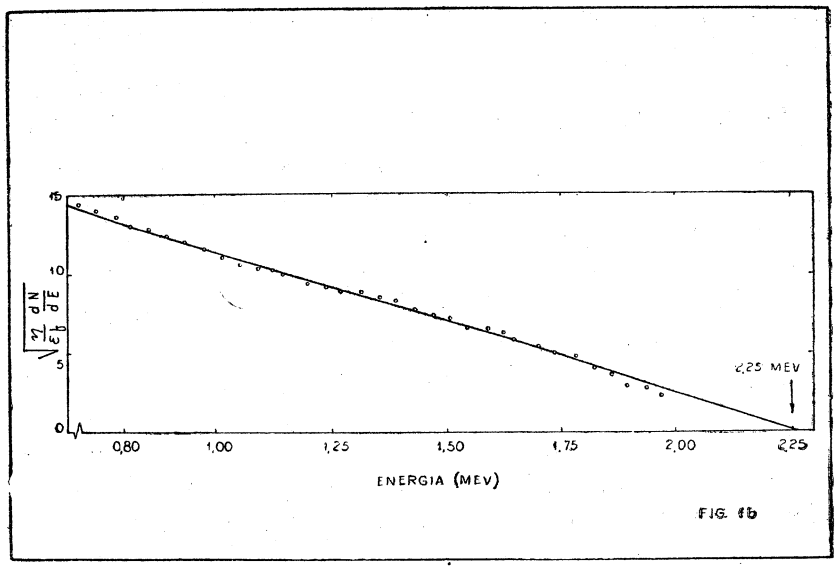
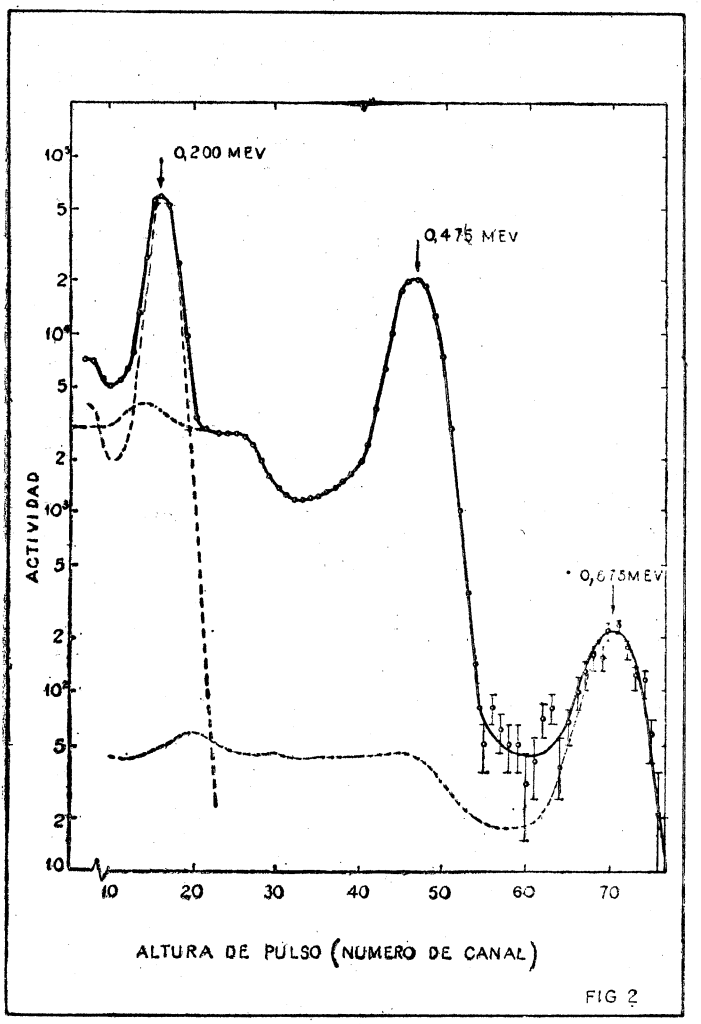


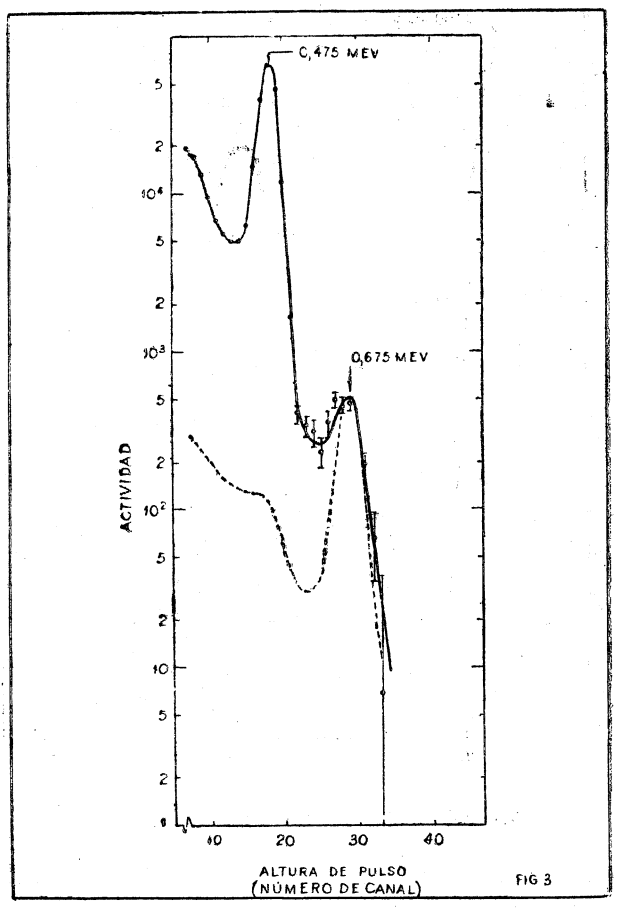
Diagrama de Kurie correspondiente al espectro beta de la Fig. 1ª.

la linealidad en bajas energías del diagrama de Kurie indica que no existe un espectro beta parcial de energía menor a 2,25 Mev.



Espectro de la radiación gamma proveniente de la muestra de itrio obtenida de la misma forma que la anterior, para el rango de energías 0-0,700 Mev, registrada en un espectrómetro de centelleo con cristal de INa (T1) de 2" × 2". Distancia fuente-cristal: 5 cm; se usó colimador de plomo y absorbente de berilio de 1,876 gr./cm².

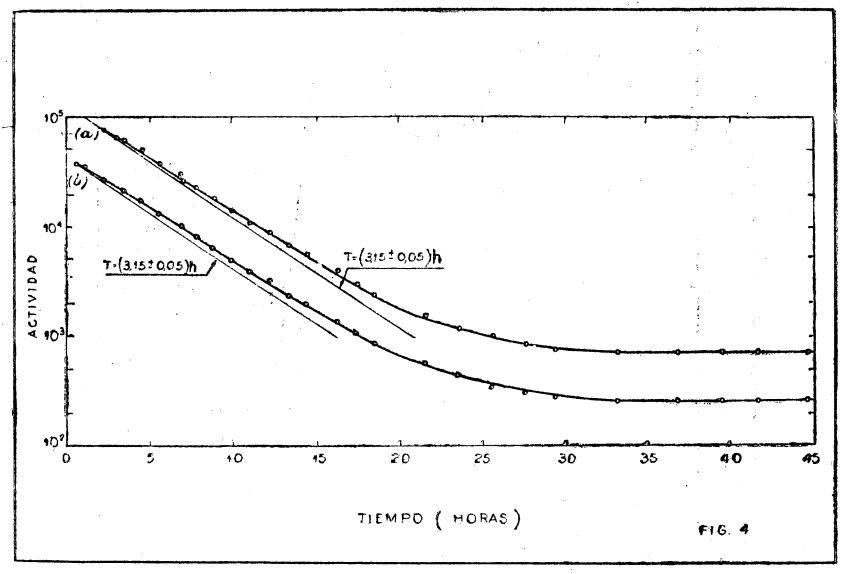
La Fig. 2 representa un espectro de la radiación gamma de la muestra obtenida a partir de la reacción Nb^{93} (n, α) Y^{90}, en el rango de energías 0 - 0,700 Mev, para una distancia fuente-cristal de 5 cm, con colimador de plomo y absorbente de berilio de 1,876 gr/cm². Se observan rayos gamma de $(0{,}200 \pm 0{,}005)$, $(0{,}475 \pm 0{,}010)$ y (0.675 ± 0.010) Mev. Un análisis de dicho espectro indica que los rayos de 0,200 y 0,475 Mev tienen la misma intensidad dentro de los errores experimentales.



Espectro de la radiación gamma proveniente de la muestra de Y^{90} obtenida por reacción Nb^{93} (n, α) Y^{90}, para el rango de energías 0,300 - 2,00 Mev, registrada en un espectrómetro de centelleo con cristal de INA (T1) de 2" × 2". Distancia fuente-cristal: 5 cm; se usó absorbente de berilio de 1,876 gr./cm².

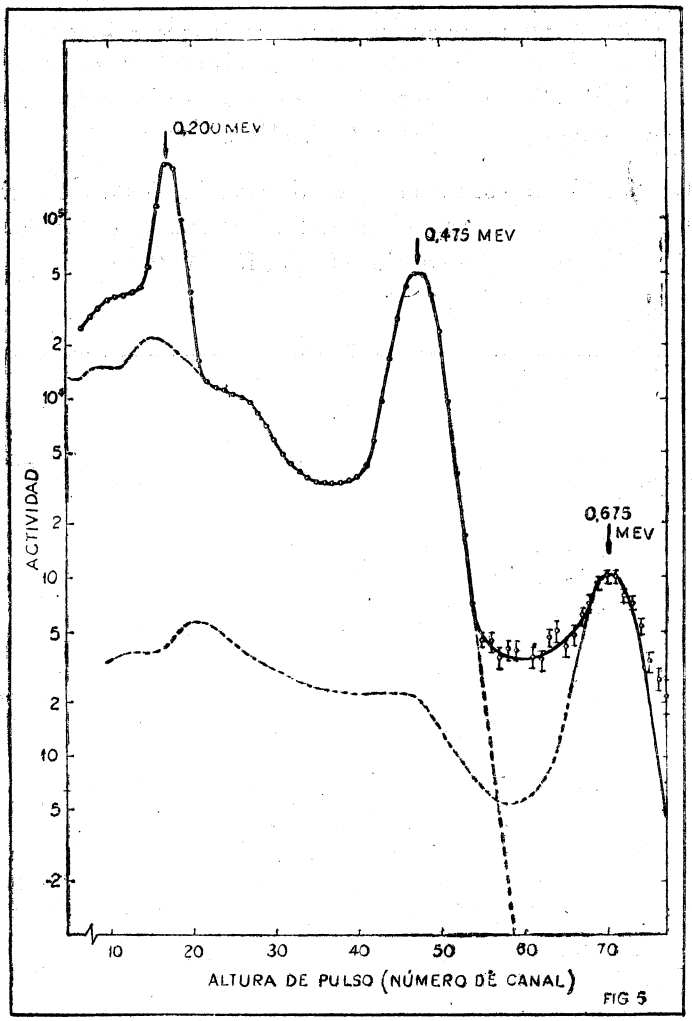
En la Fig. 3 está representado el espectro gamma de la misma muestra en el rango de energías 0,300 a 2,0 Mev, para una distancia fuente-cristal de 10 cm y absorbente de berilio de 1,876 gr/cm². No se observan picos correspondientes a rayos gamma de energía superior a 0,675 Mev.

La Fig. 4 representa la curva de decrecimiento de actividad correspondiente a los rayos gamma de 0,200 y 0,475 Mev, de la Fig. 2. El periodo medido es $(3,15 \pm 0,05)\,h$.



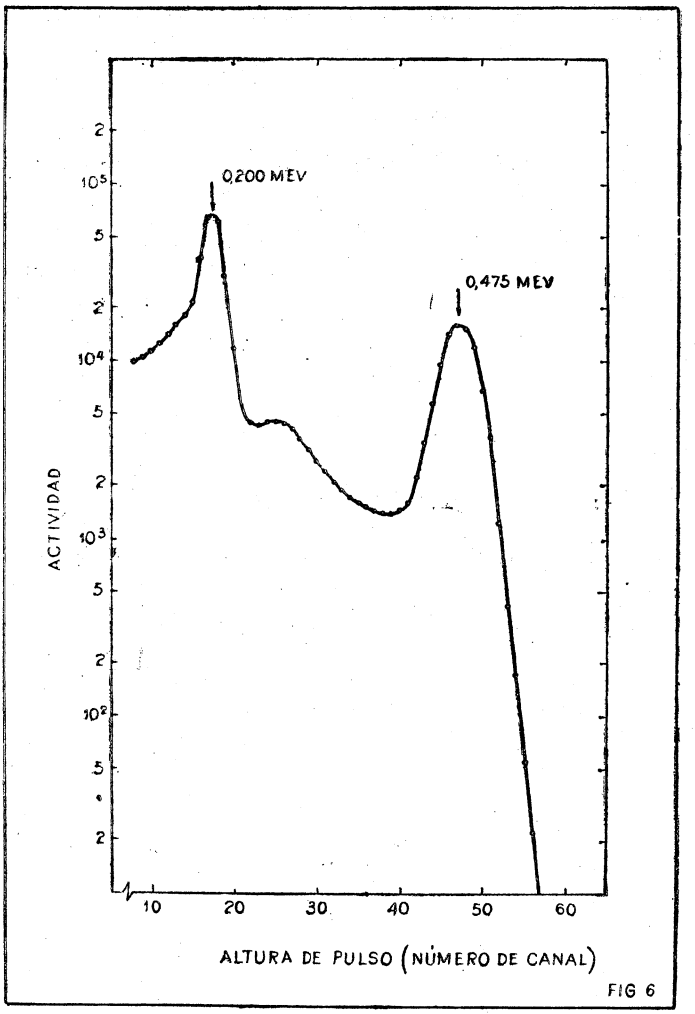
Curvas de decrecimiento de actividad correspondiente a los rayos gamma de (a): 0,200 y (b): 0,475 Mev de la Fig. 2.

Con el objeto de establecer si el pico de 0,675 Mev se debe a adición de los de energía 0,200 y 0,475 Mev por ángulo sólido, se medió el espectro gamma de la muestra mencionada a distintas distancias fuente-cristal. En la Fig. 5 se muestra el espectro gamma a una distancia fuente-cristal de 5 cm, con absorbente de berilio de 1,876 gr/cm² interpuesto. En la Fig. 6 se representa el espectro de la misma muestra a 20 cm del cristal. De la comparación de estos dos espectros surge que el



Espectro de radiación gamma de la muestra de Y^{90} obtenida por reacción Nb^{93} (n, α) Y^{90}, medida con un cristal de INa (T1) de 2" × 2" a una distancia fuente-cristal de 5 cm.

rayo de 0,675 Mev se debe fundamentalmente a adición por ángulo sólido. En caso de existir un rayo real de esa energía, su intensidad debe ser menor que 10^{-4} respecto de la intensidad del rayo de 0,475 Mev.



Espectro de la radiación gamma de la misma muestra que la Fig. 5, obtenido a una distancia fuente-cristal de 20 cm.

III. DISCUSION

De las reacciones nucleares producidas y de las separaciones químicas efectuadas, puede inferirse que la actividad de $(3,15 \pm 0,05)$ h. proviene de la desexcitación de un estado isomérico del Y^{90}. Del espectro beta se deduce que no existe una ramificación a los niveles excitados de Zr^{90}, lo cual es confirmado por la

ausencia en el espectro gamma de picos correspondientes a rayos de alta energía. Como consecuencia las radiaciones gammas de 0,200 y 0,475 Mev deben provenir de la desexcitación del estado isomérico del Y^{90} al nivel fundamental.

Como los rayos de 0,200 y 0,475 Mev se encuentran en una relación 1:1 se supone que están en cascada. Esta suposición queda confirmada por la existencia de un rayo de 0,675 Mev formado por adición de ángulo sólido a partir de 0,200 y 0,475 Mev.

Como conclusión, se asigna al Y^{90} un estado isomérico de energía 0,675 Mev, sin poder hasta el momento decidir la energía del nivel intermedio.

IV. REFERENCIAS

(1) S. Abecasis, M. Boero, H. Bosch y A. Mocoroa, *Estudio sobre el estado isoméríco del Nb^{92}*, a ser publicado.

(2) Durante la ejecución del presente trabajo han sido publicados estudios análogos sobre los estados isoméricos del Y^{90}: W. Lyon, J. Eldridge y L. Bate (Report ORNL - 2866); R. Heath, J. Cline, C. Reich y E. Turk, *Bull. Am. Phys. Soc.* II 6, 228 (1961); L. Haskin y R. Vandenbosch, *Phys. Rev. 123,* 184 (1961).

CRONICA

LAS "SESIONES MATEMATICAS" DE 1962

La Reunión de comunicaciones científicas de este año se realizó en el local del Instituto de matemática de Rosario, gentilmente cedido al efecto por las autoridades de la Facultad de Ciencias Matemáticas de esa ciudad, entre los días 11 a 13 de octubre pasado.

En el próximo número de esta Revista reseñaremos los detalles de la Reunión.

AGRUPACION RIOPLATENSE DE LOGICA Y FILOSOFIA CIENTIFICA

La 2ª Reunión científica de la Agrupación Rioplatense de Lógica y Filosofía de la ciencia se realizó el 5 de octubre de 1962 en la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Buenos Aires.

UNION MATEMATICA ARGENTINA

MIEMBROS HONORARIOS

Tulio Levi-Civita (†); Beppo Levi (†); Alejandro Terracini; George D. Birkhoff (†); Marshall H. Stone; Georges Valiron (†); Antoni Zygmund; Godofredo García; Wilhelm Blaschke (†); Laurent Schwartz; Charles Ehresmann; Jean Dieudonné; Alexandre Ostrowski.

REPRESENTANTES EN EL EXTRANJERO

Ing. Rafael Laguardia (Uruguay). Ing. José Luis Massera (Uruguay) Dr. Godofredo García (Perú). Dr. Leopoldo Nachbin (Brasil). Dr. Roberto Frucht (Chile). Dr. Mario González (Cuba). Dr. Alfonso Nápoles Gandara (México). Alejandro Terracini(Italia).

Este número de la Revista de la Unión Matemática Argentina y de la Asociación Física Argentina se ha publicado con la contribución del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Tal contribución no significa que el Consejo asuma responsabilidad alguna por el contenido del mismo.

PUBLICACIONES DE LA U. M. A.

Revista de la U. M. A. – Vol. I (1936-1937); Vol. II (1938-1939); Vol. III (1938-1939); Vol. IV (1939); Vol. V (1940); Vol. VI (1940-1941); Vol. VII (1940-1941); Vol. VIII (1942); Vol. IX (1943); Vol. X (1944-1945).

Revista de la U. M. A. y órgano de la A. F. A. – Vol. XI (1945-1946); Vol. XII (1946-1947); Vol. XIII (1948); Vol. XIV (1949-1950).

Revista de la U. M. A. y de la A. F. A. – Vol. XV (1951-1953); Vol. XVI (1954-1955); Vol. XVII (1955); Vol. XVIII (1959); Vol. XIX (1960-1962); Vol. XX (1962).

Los volúmenes III, IV, V y VI comprenden los siguientes fascículos separados:

Nº 1. GINO LORIA. *Le Matematiche in Ispagna e in Argentina.* — Nº 2. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre las series de funciones de Hermite.* — Nº 3. MICHEL PETROVICH. *Remarques arithmétiques sur une équation differentielle du premier ordre.* — Nº 4. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Una nueva demostración del teorema límite del Cálculo de Probabilidades. Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea integral de Laplace.* — Nº 5. NIKOLA OBRECHKOFF. *Sur la sommation absolue par la transformation d'Euler des séries divergentes.* — Nº 6. RICARDO SAN JUAN. *Derivación e integración de series asintóticas.* — Nº 7. Resolución adoptada por la U. M. A. en la cuestión promovida por el Sr. Carlos Biggeri. — Nº 8. F. AMODEO. *Origen y desarrollo de la Geometría Proyectiva.* — Nº 9 CLOTILDE A. BULA. *Teoría y cálculo de los momentos dobles.* — Nº 10. CLOTILDE A. BULA. *Cálculo de superficies de frecuencia.* — Nº 11. R. FRUCHT. *Zur Geometria auf einer Fläche mit indefiniter Metrik (Sobre la Geometría de una superficie con métrica indefinida).* — Nº 12. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre una memoria del Prof. J. C. Vignaux.* — Nº 13. E. TORANZOS. *Sobre las singularidades de las curvas de Jordan.* — Nº 14. M. BALANZAT. *Fórmulas integrales de la intersección de conjuntos.* — Nº 15. G. KNIE. *El problema de varios electrones en la mecánica cuantista.* — Nº 16. A. TERRACINI. *Sobre la existencia de superficies cuyas líneas principales son dadas.* — Nº 17. L. A. SANTALÓ. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por n rectas arbitrarias.* — Nº 18. A. WINTNER. *On the iteration of distribution functions in the calculus of probability (Sobre la iteración de funciones de distribución en el cálculo de probabilidades).* — Nº 19. E. FERRARI. *Sobre la paradoja de Bertrand.* — Nº 20. J. BABINI. *Sobre algunas propiedades de las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre.* — Nº 21. R. SAN JUAN. *Un algoritmo de sumación de series divergentes.* — Nº 22. A. TERRACINI. *Sobre algunos lugares geométricos.* — Nº 23. V. y A. FRAILE y C. CRESPO. *El lugar geométrico y lugares de puntos áreas en el plano.* — Nº 24. R. FRUCHT. *Coronas de grupos y sus subgrupos, con una aplicación a los determinantes.* — Nº 25. E. R. RAIMONDI. *Un problema de probabilidades geométricas sobre los conjuntos de triángulos*

En 1942 la U. M. A. ha iniciado la publicación de una nueva serie de "Memorias y monografías" de las que han aparecido hasta ahora las siguientes:

Vol. I; Nº 1. — GUILLERMO KNIE, *Mecánica ondulatoria en el espacio curvo.* Nº 2. — GUIDO BECK, *El espacio físico.* Nº 3. — JULIO REY PASTOR, *Integrales parciales de las funciones de dos variables en intervalo infinito.* Nº 4. — JULIO REY PASTOR, *Los últimos teoremas geométricos de Poincaré y sus aplicaciones.* Homenaje póstumo al Prof. G. D. BIRKHOFF.

Vol. II; Nº 1. — YANNY FRENKEL, *Criterios de bicompacidad y de H-completidad de un espacio topológico accesible de Frechet-Riesz.* Nº 2. — GEORGES VALIRON, *Fonctions entières.*

Vol. III; Nº 1. — E. S. BERTOMEU y C. A. MALLMANN, *Funcionamiento de un generador en cascadas de alta tensión.*

Además han aparecido tres cuadernos de *Miscelánea Matemática.*