APELLIDOS: ______________________ NOMBRES: ______________________

1	2	3	4	5	6	7	Nota

Debe fundamentar sus respuestas

1. Dada la ecuación: $3x + \operatorname{sen}(\frac{\pi x}{2}) = 0$,

   a) ¿se puede determinar si tiene solución y –en tal caso– cuántas?

   b) si la respuesta anterior es afirmativa, hallar las soluciones.

2. Calcular los valores de $n \in \mathbb{Z}$ que hacen que

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{x^{n+2}} = 3$$

3. Determinar los valores de las constantes a , b y c de modo que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenga extremos locales en -1 y en 3. Determinar qué tipo de extremos tiene en cada caso. ¿Alguno de ellos puede ser absoluto?

4. a) Hallar un polinomio $P(x)$ que satisfaga

$$\sqrt{1+x} - P(x) = o(x^4)$$

   b) ¿cuál es el error que se comete al aproximar $\sqrt{1,5}$ por $P(0,5)$? ¿Puede asegurarse que es menor que 10^{-2}?

   c) ¿cuán chico debe ser el número $|h|$ de modo que se pueda asegurar que $P(h)$ aproxima a $\sqrt{1+h}$ con error menor que 10^{-4}?

5. Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   a) Mostrar que f es continua en $\mathbb{R}^2$

   b) Calcular $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$

   c) Sea $g(t) = (t,t)$, calcular

      (i) $(f \circ g)'(0)$

      (ii) $\nabla f(0,0) \cdot g'(0)$

   d) ¿Es f diferenciable en $(0,0)$?

6. Sean $f(x,y) = (\operatorname{sen} x, y^2 + e^x)$ y $g(u,v) = u + \frac{1}{v}$. Se define $h(x,y) = g \circ f(x,y)$

   a) calcular $h(x,y)$

   b) calcular $\nabla h(x,y)$ usando

      (i) la fórmula hallada en a) (ii) la regla de la cadena

7. Hallar todas las primitivas de la función $f(x) = \operatorname{sen}(2x) \operatorname{arctg}(\operatorname{sen} x)$.